浙江省杭州市拱墅区文澜中学2023-2024学年九年级上学期12月月考数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

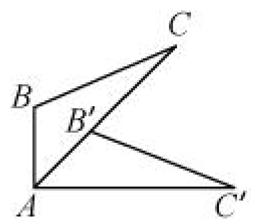
1．下列各式中，y是x的二次函数的是（　）

A．$y=3x-1$　　B．$y=\frac{1}{x^2}$　　C．$y=3x^2+x-1$　　D．$y=2x^2+\frac{1}{x}$

2．已知⊙O的半径为5，若点P在⊙O内，则OP的长可以是（　　）

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

3．如图，将$\triangle ABC$绕点A顺时针旋转一定的角度得到$\triangle AB'C'$，此时点B恰在边AC上，若$AB=2$，$AC'=5$，则$B'C$的长为（　）



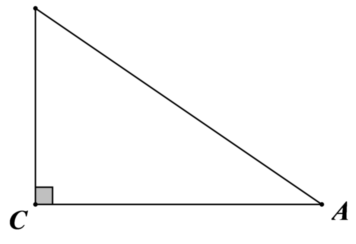
A．2　　B．3　　C．4　　D．5

4．将抛物线$y=-2(x-1)^2+3$向左平移3个单位，再向上平移2个单位，得到的抛物线是（　）

A．$y=-2(x-4)^2-1$　　B．$y=-2(x+2)^2+1$

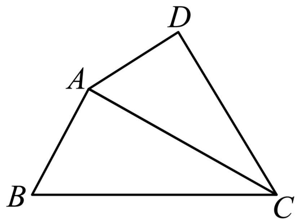
C．$y=-2(x+2)^2+5$　　D．$y=2(x-4)^2+5$

5．如图，Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle A=29°$，$BC=8$，则AB为（　）



A．$\frac{8}{\sin 29°}$　　B．$8\sin 29°$　　C．$\frac{8}{\tan 29°}$　　D．$8\tan 29°$

6．如图，在四边形$ABCD$中，$\angle ADC=\angle BAC$，则添加下列条件后，不能判定$\triangle ADC$和$\triangle BAC$相似的是（　）



A．CA平分$\angle BCD$ B．$\angle DAC=\angle ABC$ C．$\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{CD}{AC}$ D．$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{CD}{AC}$

7．在$\triangle ABC$中，若$\left|\sin A-\dfrac{1}{2}\right|+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\cos B\right)^2=0$，则$\angle C$的度数是（　　）

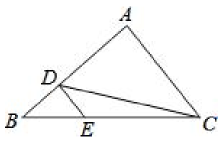
A．120°　　B．105°　　C．75°　　D．45°

8．关于二次函数$y=2x^2+4x+1$，下列说法正确的是（　　）

A．开口向下　　B．图像不经过第四象限

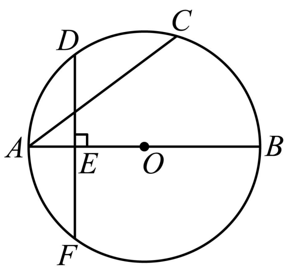
C．当$x<0$时，y的值随x值的增大而减小　　D．图象的对称轴在y轴的右侧

9．如图，在$\triangle ABC$中，D，E分别是AB，BC上的点，且$DE//AC$，若$S_{\triangle BDE}:S_{\triangle CDE}=1:3$，则$S_{\triangle BDE}:S_{\triangle ACD}=$(　)



A．1:5　　B．1:9　　C．1:10　　D．1:12

10．如图，AB是$\odot O$的直径，点D是弧AC的中点，过点D作$DE\perp AB$于点E，延长DE交$\odot O$于点F，若$AE=2$，$\odot O$的直径为10，则AC长为（　　）



A．6　　B．7　　C．8　　D．9

二、填空题

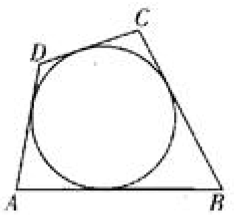
11．已知一个正多边形的一个外角为36°，则这个正多边形的边数是________.

12．若一个扇形的面积是12π，它的弧长是4π，则它的半径是_____.

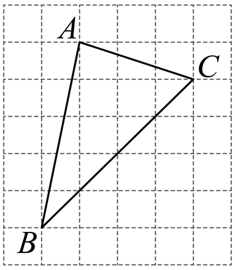
13．抛物线$y=(k-1)x^2-x+1$与x轴有交点，则k的取值范围是___________________.

14．如图，一圆内切于四边形ABCD，且AB=16，CD=10，则四边形ABCD的周长

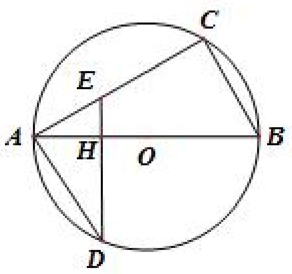
为________.



15．如图，在6×7的网格中，每个小正方形的边长均为1．若点A，B，C都在格点上，则$\sin B$的值为________.



16．如图，、AB是$\odot O$的直径，点C、D在$\odot O$上，且在AB两侧，$DE\perp AB$于点H交线段AC于E. 若$CB=CE$，$AD=5$，$\cos B=\dfrac{3}{5}$，则$\dfrac{AH}{AB}=$________，$AB=$____________.

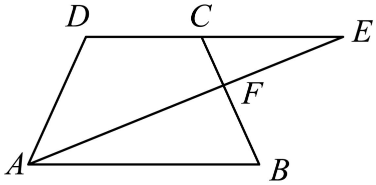


三、解答题

17．（1）已知线段a＝2，b＝9，求线段a，b的比例中项.

（2）已知x：y＝4：3，求$\dfrac{y-x}{y}$的值.

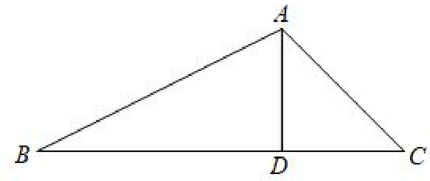
18．如图，在梯形$ABCD$中，$DC\parallel AB$，$AD=BC$，E是DC延长线上的点，连接AE，交BC于点F.



(1)求证：$\triangle ABF\backsim\triangle ECF$；

(2)如果$AD=5\text{cm}$，$AB=8\text{cm}$，$CF=2\text{cm}$，求CE的长.

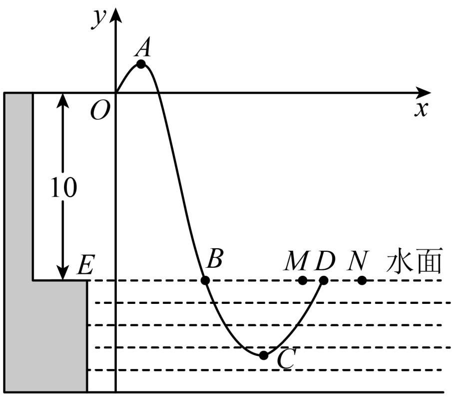
19．如图，在$\triangle ABC$中，AD是边BC上的高，$\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\tan B=\dfrac{1}{2}$，$AD=2$.



(1)求$\cos\angle BAD$的值；

(2)求$\triangle ABC$的面积．

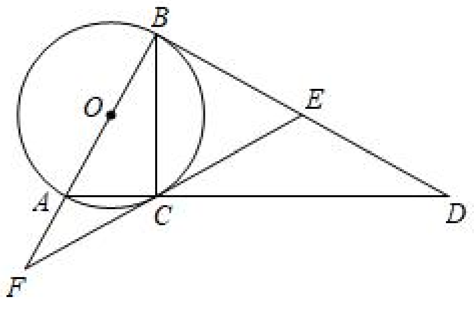
20．如图，某跳水运动员在10米跳台上进行跳水训练，水面边缘点E的坐标为$(-1,-10)$，运动员(将运动员看成一点)在空中运动的路线是经过原点O的抛物线．在跳某个规定动作时，运动员在空中最高处A点的坐标为$\left(\frac{3}{4},\frac{9}{16}\right)$，正常情况下，运动员在距水面高度5米之前，必须完成规定的翻腾、打开动作，并调整好入水姿势，否则就会失误，运动员入水后，运动路线为另一条抛物线．



(1)求运动员在空中运动时对应抛物线的解析式，并求出入水处点B的坐标．

(2)若运动员在空中调整好入水姿势时，恰好距点E的水平距离为4米，问该运动员此次跳水会不会失误？通过计算说明理由．

21．如图，△ABC是以AB为直径的⊙O的内接三角形，BD与⊙O相切于点B，与AC的延长线交于点D，E是BD的中点，CE交BA的延长线于点F.



(1)求证：FC是⊙O的切线；

(2)若BD＝4，2EF＝3BE．求BF的长和⊙O的半径．

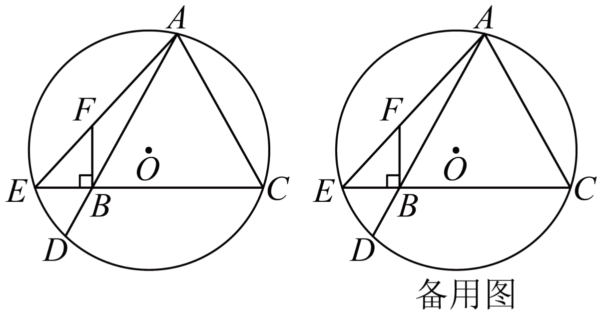
22．在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=(x-a-1)(x+a-1)+a$，

(1)当$a=1$时，求抛物线与x轴交点坐标；

(2)求抛物线的对称轴，以及顶点纵坐标的最大值；

(3)若点$A(n, y_1)$，点$B(n-3, y_2)$在抛物线上，且$y_1<y_2$．求n的取值范围．

23．如图，$\odot O$经过等边$\triangle ABC$的顶点A，C（圆心O在$\triangle ABC$内），分别与AB，CB的延长线交于点D，E，连接DE，$BF\perp EC$交AE于点F．



备用图

(1)求证：$BD=BE$；

(2)当$AF:EF=4:3$，$AC=8$时，求AE的长．

(3)设$\dfrac{AF}{EF}=\dfrac{3}{2}$，请直接写出$\angle DAE$的正切值．

24．(1)证明推断：如图(1)，在正方形$ABCD$中，点E，Q分别在边BC, AB上，$DQ\perp AE$于点O，点G，F分别在边CD, AB上，$GF\perp AE$．求证：$AE=FG$；

(2)类比探究：如图(2)，在矩形$ABCD$中，$\dfrac{BC}{AB}=k$（k为常数）．将矩形$ABCD$沿GF折叠，使点A落在BC边上的点E处，得到四边形$FEPG$，EP交CD于点H，连接AE交GF于点O．试探究GF与AE之间的数量关系，并说明理由；

(3)拓展应用：在(2)的条件下，连接CP，当时$k=\dfrac{3}{4}$，若$\tan\angle CGP=\dfrac{4}{3}, GF=2\sqrt{5}$，求$CP$的长．

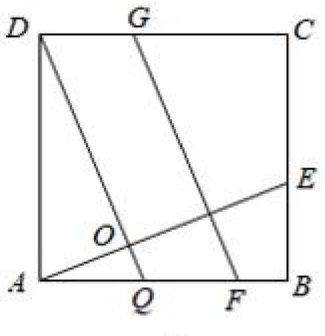


图1

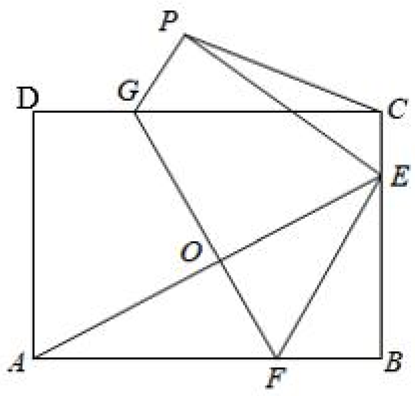


图2

参考答案：

1．C

【分析】根据二次函数的定义：形如$y=ax^2+bx+c$（a、b、c是常数，$a\neq0$）的函数，叫做二次函数求解可得．

【详解】解：A、$y=3x-1$是一次函数，不符合题意；

B、$y=\dfrac{1}{x^2}$中右边不是整式，不是二次函数，不符合题意；

C、$y=3x^2+x-1$是二次函数，符合题意；

D、$y=2x^2+\dfrac{1}{x}$中右边不是整式，不是二次函数，不符合题意；

故选：C．

【点睛】本题主要考查二次函数的定义，解题的关键是掌握形如$y=ax^2+bx+c$（a、b、c是常数，$a\neq0$）的函数，叫做二次函数．

2．A

【分析】根据点与圆的位置关系可得$OP<5$，由此即可得出答案．

【详解】解：$\because \odot O$的半径为5，点P在$\odot O$内，

$\therefore OP<5$，

观察四个选项可知，只有选项A符合，

故选：A．

【点睛】本题考查了点与圆的位置关系，熟练掌握点与圆的位置关系（圆内、圆上、圆外）是解题关键．

3．B

【分析】由旋转的性质可得$AB=AB'=2$，$AC=AC'=5$，即可求解．

【详解】解：∵将$\triangle ABC$绕点A顺时针旋转一定的角度得到$\triangle AB'C'$，

$\therefore AB=AB'$，$AC=AC'$，

$\because AB=2$，$AC'=5$，

$B'C=AC-AB'=5-2=3$，

故选：B．

【点睛】本题考查了旋转的性质，掌握旋转的性质是解题的关键．

4．C

【分析】按照“左加右减，上加下减”的规律即可求得．

【详解】解：将抛物线$y=-2(x-1)^2+3$向左平移3个单位，再向上平移2个单位，得到的抛物线是$y=-2(x-1+3)^2+3+2$，即$y=-2(x+2)^2+5$.

故选：C.

【点睛】本题考查了二次函数图象与几何变换，利用平移规律：左加右减，上加下减是解题关键.

5．A

【分析】根据三角函数中正弦的定义即可求解.

【详解】解：在Rt$\triangle ABC$中，$\sin A=\dfrac{BC}{AB}$，代入数据得到：$\sin 29^{\circ}=\dfrac{8}{AB}$，

$\therefore AB=\dfrac{8}{\sin 29^{\circ}}$，

故选：A.

【点睛】本题考查了三角函数的定义，熟练掌握三角函数的定义是解题的关键.

6．C

【分析】可以根据两组对应边的比相等且相应的夹角相等或两组对角相等来证明两个三角形相似.

【详解】解：A、 由CA平分$\angle BCD$可得$\angle BCA=\angle ACD$，结合$\angle ADC=\angle BAC$，可以证明$\triangle ABC\backsim\triangle DAC$，故此选项不符合题意；

B、由$\angle DAC=\angle ABC$，结合$\angle ADC=\angle BAC$，可以证明$\triangle ABC\backsim\triangle DAC$，故此选项不符合题意；

C、由$\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{CD}{AC}$，结合$\angle ADC=\angle BAC$，不可以证明$\triangle ABC\backsim\triangle DAC$，故此选项符合题意；

D、由$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{CD}{AC}$，结合$\angle ADC=\angle BAC$，可以证明$\triangle ABC\backsim\triangle DAC$，故此选项不符合题意；

故选C.

【点睛】本题主要考查了相似三角形的判定，熟知相似三角形的判定条件是解题的关键.

7．A

【分析】本题考查的是非负数的性质的应用、特殊角的三角函数值的计算和三角形内角和定理的应用，熟记特殊角的三角函数值是解题的关键．根据非负数的性质列出关系式，根据特殊角的三角函数值求出$\angle A=30^{\circ}$，$\angle B=30^{\circ}$，根据三角形内角和定理计算即可.

【详解】$\because \left|\sin A-\dfrac{1}{2}\right|+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\cos B\right)^2=0$

$\therefore \sin A-\frac{1}{2}=0$， $\frac{\sqrt{3}}{2}-\cos B=0$

$\therefore \sin A=\frac{1}{2}$， $\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \angle A=30°$， $\angle B=30°$，

$\therefore \angle C=180°-\angle A-\angle B=120°$.

故选 A.

8．B

【分析】本题主要考查了二次函数图象的性质，先把二次函数解析式化为顶点式，得到二次函数开口向上，对称轴为直线 $x=-1$，顶点坐标为 $(-1,1)$，进而得到当 $x<-1$ 时，y 随 x 增大而减小，当 $x>-1$ 时，y 随 x 增大而增大，则在对称轴处函数有最大值 1，由此即可得到答案.

【详解】解：∵二次函数解析式为 $y=2x^2+4x+1=2(x+1)^2-1$，

∴二次函数开口向上，对称轴为直线 $x=-1$，顶点坐标为 $(-1,1)$，

∴当 $x<-1$ 时，y 随 x 增大而减小，当 $x>-1$ 时，y 随 x 增大而增大，

∴在对称轴处函数有最大值 1，

∴整个二次函数的图象在 x 轴上方，

∴图像不经过第四象限，

∴四个选项中，只有 B 选项说法正确，符合题意，

故选 B.

9．D

【详解】试题分析：设△BDE 的面积为 a，表示出△CDE 的面积为 $3a$，根据等高的三角形的面积的比等于底边的比求出 $\frac{BE}{CE}$ ，然后求出△DBE 和△ABC 相似，根据相似三角形面积的比等于相似比的平方求出△ABC 的面积，然后表示出△ACD 的面积，再求出比值即可.

解：∵$S_{\triangle}BDE$:$S_{\triangle}CDE$=1:3，

∴设△BDE 的面积为 a，则△CDE 的面积为 $3a$，

∵△BDE 和△CDE 的点 D 到 BC 的距离相等，

$\therefore \frac{BE}{CE}=\frac{1}{3}$，

$\therefore \frac{BE}{BE}=\frac{1}{4}$，

∵$DE // AC$，

∴$\triangle DBE \backsim \triangle ABC$，

∴$S_{\triangle}DBE:S_{\triangle}ABC=1:16$，

∴$S_{\triangle}ACD=16a-a-3a=12a$，

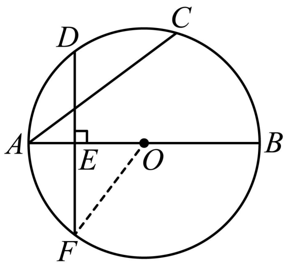
∴$S_{\triangle}BDE:S_{\triangle}ACD=a:12a=1:12$.

故选D.

10．C

【分析】本题考查了垂径定理，圆心角、弧、弦之间的关系，勾股定理；根据垂径定理求出$DE=EF$，得到$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AF}$，证明$\overset{\frown}{ADC}=\overset{\frown}{DAF}$，可得$AC=DF$，利用勾股定理求出$EF$的长，再求出$DF$长，即可得到答案.

【详解】解：连接OF，如图：



∵$DE \perp AB$，AB是$\odot O$的直径，

$\therefore DE=EF$，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AF}$，

$\because D$为$\overset{\frown}{AC}$的中点，

$\therefore \overset{\frown}{AD=DC}$，

$\therefore \overset{\frown}{ADC}=\overset{\frown}{DAF}$，

$\therefore AC=DF$，

∵$\odot O$的直径为10，

\ $OF=OA=5$，

∵$AE=2$，

$\therefore OE=OA-AE=5-2=3$，

在$\mathrm{Rt}\triangle OEF$中，由勾股定理得：$EF=\sqrt{OF^2-OE^2}=\sqrt{5^2-3^3}=4$，

$\therefore DE=EF=4$，

$\therefore AC=DF=DE+EF=4+4=8$，

故选：C．

11．10

【分析】本题主要考查了正多边形的外角和定理，根据正多边形的外角和为360°，一个外角为36°，即可求出正多边形的边数即可．掌握多边形的外角和等于360°是解题的关键．

【详解】解：正多边形的边数是：$360^\circ \div 36^\circ = 10$．

故答案为：10．

12．6

【分析】本题考查了扇形的面积公式；

根据扇形面积公式$S=\frac{1}{2}lr$代入求解即可．

【详解】解：设半径为r，

根据扇形面积公式$S=\frac{1}{2}lr$，得$\frac{1}{2}\times 4\pi \times r=12\pi$，

解得$r=6$．

故答案为：6．

13．$k \bullet \frac{5}{4}$且$k\neq 1$

【分析】直接利用根的判别式进行计算，再结合$k-1\neq 0$，即可得到答案．

【详解】解：∵抛物线$y=(k-1)x^2-x+1$与x轴有交点，

$\therefore \Delta=(-1)^2-4\times(k-1)\times 1\geq 0$，

$\therefore k\leq \frac{5}{4}$，

又∵$k-1\neq 0$，

$\therefore k\neq 1$，

∴k的取值范围是$k \bullet \frac{5}{4}$且$k\neq 1$；

故答案为：$k \bullet \frac{5}{4}$且$k\neq 1$．

【点睛】本题考查了二次函数与坐标轴有交点的问题，解题的关键是掌握根的判别式求参数的取值范围．

14．52

【分析】利用圆外切四边形的性质定理可以得出，四边形的周长是对边和的 2 倍，即可得．

【详解】根据圆外切四边形的性质定理可以得出，四边形的周长是对边和的 2 倍，

∴AB+BC+CD+AD=52

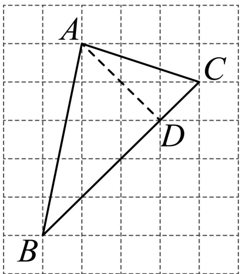
故填：52

【点睛】此题主要考查了圆外切四边形的性质，对边和相等.

15. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

【分析】本题考查勾股定理，求角的正弦值，连接AD，根据勾股定理得到$AD\perp BC$，然后利用勾股定理求出$AD=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$AB=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$，然后利用$\sin B=\frac{AD}{AB}$代入求解即可. 解题的关键是正确作出辅助线.

【详解】如图所示，连接AD，



∵ $AB^2=1^2+5^2=26, AD^2=2^2+2^2=8, BD^2=3^2+3^2=18$

∴ $AD^2+BD^2=8+18=26=AB^2$

∴ $\angle ADB=90°$

∴ $AD\perp BC$

∵ $AD=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$AB=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$

∴ $\sin B=\frac{AD}{AB}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{26}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

故答案为：$\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

16. $\frac{4}{25}$ $\frac{25}{2}$

【分析】由直径所对的圆周角是直角得到$\angle ACB=90°$，由$\cos B=\frac{3}{5}$，设$BC=3x$，则$AB=5x$，$AC=4x$，进而求出$AE=x$，证明$\triangle AEH\backsim\triangle ABC$，求解$AH=\frac{4}{5}x$，则$\frac{AH}{AB}=\frac{4}{25}$，连接$BD$，证明$\triangle ADH\backsim\triangle ABD$，可得$AD^2=AH\cdot AB$，而$AD=5$，从而可得答案.

【详解】解：∵ AB是$\odot O$的直径，

∴ $\angle ACB=90°$，