江西省九校2024届新高三上学期联合考试数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．设集合$A=\{x\in \mathbf{Z} | -2<x\leq 1\}, B=\{0,1,2\}$，则$A\cap B=$（　）

A．$\{-1,0,1,2\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{-2,-1,0,1,2\}$　　D．$\{0,1,2\}$

2．复数z满足$z(1-\mathrm{i})+2=0$，i为虚数单位，则$|z|=$（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

3．已知向量$\vec{a}=(t,1)$，$\vec{b}=(t+2,1)$，若$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则实数$t=$（　）

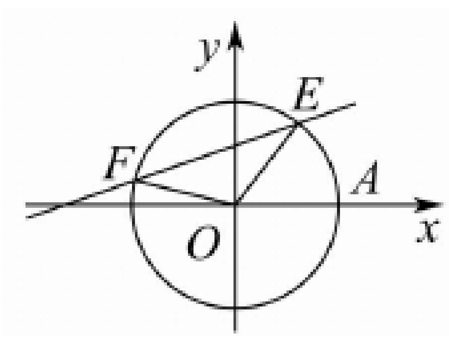
A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

4．已知$\{a_n\}$是等比数列，则“$0>a_1>a_2$”是“$\{a_n\}$为递减数列”的（　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．如图，已知直线l：$y=\frac{1}{3}x+b(-1<b<1)$与单位圆相交于E，F两点，点A的坐标为$(1,0)$，设$\angle AOE=\alpha$，$\angle AOF=\beta$，则$\cos(\alpha+\beta)=$（　）



A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$-\frac{3}{5}$　　D．$-\frac{4}{5}$

6．已知$a=\mathrm{e}^{0.1}-1$，$b=\sin 0.1$，$c=\ln 1.1$，则（　）

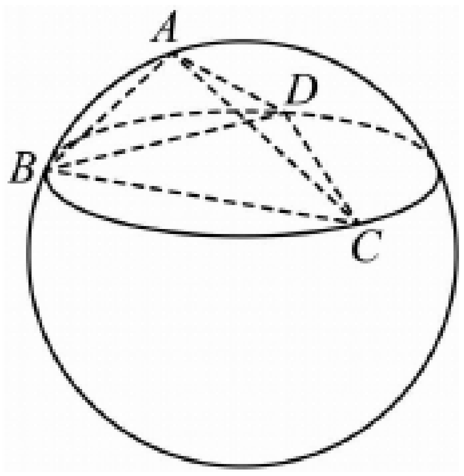
A．$a<b<c$　　B．$b<c<a$

C. $c<a<b$ D. $c<b<a$

7．数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=-a_n^2+a_n\left(n\in N_+\right)$，$a_1\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，则下列结论中错误的是（ ）

A. $0<a_{n+1}<a_n$ B. $\sum\limits_{i=1} a_i^2<1$ C. $a_n<\frac{1}{n}$ D. $a_n>\frac{1}{n+2}$

8．蹴鞠[cù jū]又名“蹴球”“蹴圆”，传言黄帝所作（西汉·刘向《别录》）.“蹴”有用脚蹴、踢的含义，“鞠”最早系外包皮革、内饰米糠的球，因而“蹴鞠”类似今日的踢足球活动，如图所示，已知某“鞠”的表面上有四个点A,B,C,D，平面$ABD\perp$平面BCD，直线AC与底面BCD所成角的正切值为$\frac{1}{3}$，$AB=AD=2,CD=CB=2\sqrt{3}$，则该“鞠”的表面积为（ ）



A. 8π B. 12π C. 16π D. 20π

二、多选题

9．已知双曲线C过点$\left(3,\sqrt{2}\right)$且渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，则下列结论正确的是（ ）

A. C的方程为$\frac{x^2}{3}-y^2=1$ B. C的离心率为$\sqrt{3}$

C. 曲线$y=e^{x-2}-1$经过C的一个焦点 D. 直线$x-\sqrt{3}y-1=0$与C有两个公共点

10．已知函数$f(x)=\sin|x|+|\cos x|$，下列叙述正确的有（ ）

A．$f(x)$的周期为2π；　　　　B．$f(x)$是偶函数；

C．$f(x)$在区间$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$上单调递减；　　D．$\forall x_1$，$x_2\in R$，$\left|f(x_1)-f(x_2)\right|\le\sqrt{2}$

11．甲罐中有 5 个红球，2 个白球和 3 个黑球，乙罐中有 4 个红球，3 个白球和 3 个黑球，先从甲罐中随机取出一球放入乙罐，分别用事件 A_1,A_2和A_3表示从甲罐中取出的球是红球，白球和黑球；再从乙罐中随机取出一球，用事件 B表示从乙罐中取出的球是红球，则下列结论正确的是（　　）

A．$P(B)=\frac{2}{5}$

B．$P\left(B\mid A_1\right)=\frac{5}{11}$

C．事件B与事件A_1相互独立

D．A_1,A_2,A_3是两两互斥的事件

12．已知函数$y=f\left(x\right)$对任意实数x，y都满足$2f\left(x\right)f\left(y\right)=f\left(x+y\right)+f\left(x-y\right)$，且$f\left(1\right)=-1$，则（　　）

A．$f\left(x\right)$是偶函数　　　　B．$f\left(x\right)$是奇函数

C．$f\left(x\right)+f\left(1-x\right)=0$　　　　D．$\sum\limits_{k=1}^{2023}f\left(k\right)=1$

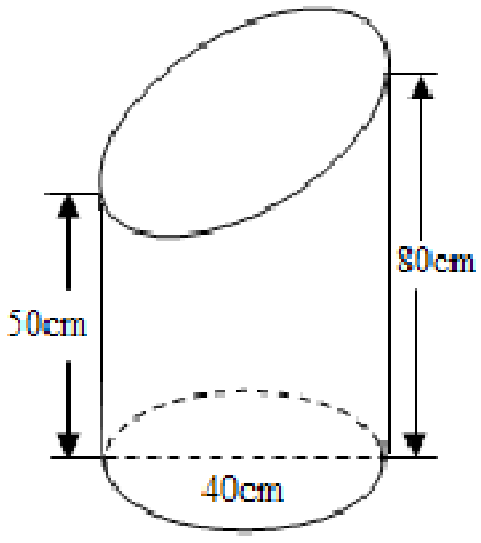
三、填空题

13．已知$x,y\in R_+,x+2y=1$，则$\frac{1}{x}+\frac{x+y}{y}$的最小值为______.

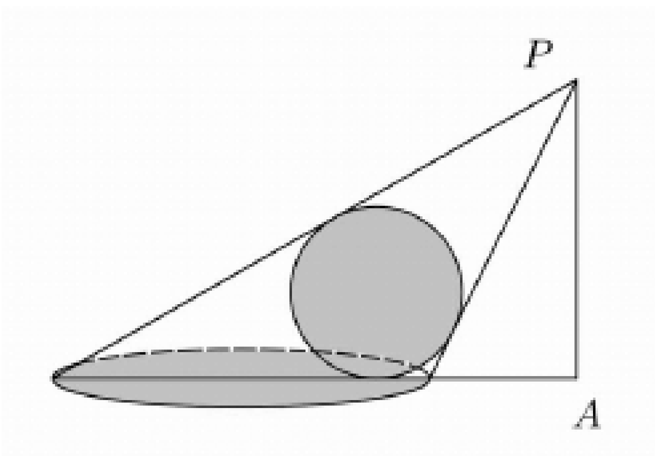
14．$\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x^2+2\right)^5$展开式中$x^5$项的系数是____　　　　.

15．在如下图所示的斜截圆柱中，已知圆柱底面的直径为 40cm，母线长最短 50cm，

最长 80cm，则斜截圆柱的侧面面积 $S=$____cm^2.



16．如图所示，桌面上有一个篮球，若篮球的半径为 1 个单位长度，在球的右上方有一个灯泡 P（当成质点）篮球的影子是椭圆，篮球的接触点（切点）就是影子椭圆的焦点，点 P 到桌面的距离为 4 个单位长度，灯泡垂直照射在平面的点为 A，影子椭圆的右顶点到 A 点的距离为 3 个单位长度，则这个影子椭圆的离心率 $e=$____.



四、解答题

17．在$\triangle ABC$中，a，b，c 分别为$\triangle ABC$三个内角 A，B，C 的对边，且

$b=a\cos C+\frac{\sqrt{3}}{3}c\sin A$，$a=3$，$D$ 是 BC 上的点，且 AD 平分$\angle BAC$.

(1)求角 A 的值；

(2)若 $AD=2$，求$\triangle ABC$的面积.

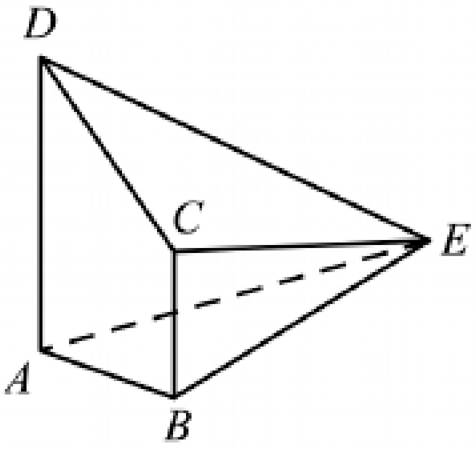
18．已知$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列，且 $b_2=2$，$b_5=16$，$a_1=2b_1$，$a_3=b_4$.

(1)求$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的通项公式；

(2)设$c_n=a_n\cdot b_n$，求数列$\{c_n\}$的前n项和S_n．

19．如图，在四棱锥$E-ABCD$中，$BC\,//\,AD$，$AB\perp AD$，$AB=BC=1$，$BE=3$，

$AE=\sqrt{10}$，C，D都在平面ABE的上方.



(1)证明：平面$BCE\perp$平面$ABCD$；

(2)若$BC\perp BE$，且平面CDE与平面ABE所成锐二面角的余弦值为$\dfrac{3\sqrt{46}}{46}$，求四棱锥

$E-ABCD$的体积.

20． 三届 四 3 11日表 通过 于 经 和 展第 四个

和2035 标 要的 ， 这个 要. 要 出：“

”.某 集中 ， 系列“ 子” ，已成 实

离子 入机 系 ，包 中 、 、高 、 用 第三 半 体等

离子 入机， 28nm，为 上 要一 ，为 球

离子 入机一 式解 方 . 的 为 的

出 .该 用新 对某 试 .

（1）在试 期，该 的I 有四 ，前三 的 互不影 ，

第四 是 ，包 动 与 .已知该 在 中，前三

的 率分别为$P_1=\dfrac{1}{35}$，$P_2=\dfrac{1}{34}$，$P_3=\dfrac{1}{33}$.

求 I 的 率P_I；

第四　中　动　为　的　动　，合　的　入　线

.已知 I 的　动　示合　率为 92%，求　在

线　，　一个　为合　的　率（　分号前　两位小数）.

（2）已知某　的　率为 $P(0<P<1)$，设100个　中　有1个不合　的

率为 $\varphi(p)$，$\varphi(p)$ 的最　值点为 P_0，　J 的　的　率 $P_J=P_0$.

某　机　I　与 J　的　，在某　新　机上　用. 对　用这

机的用　，对开机　度　满意度调　.　，　的 100 名用　中，　I

有 40　，　中对开机　度满意的有 28　；　J　有 60　，　中对开机　度

满意的有 57　.求 P_0，　是　有 99.9% 的　为　质量与用　对开机　度满意

度有

：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geq k)$	0.05	0.01	0.005	0.001
k	3.841	6.63	7.87	10.8

21．已知　线 C：$y^2=2px$（$p>0$），直线 $x=\sqrt{2}y+1$ 交　线 C 于 A，B 两点，

且三角　OAB 的面积为 $2\sqrt{3}$（O 为坐标　点）.

(1)求实数 p 的值；

(2)过点 D（2，0）作直线 L 交　线 C 于 P，Q 两点，点 P　于 x　的对　点为 P'.证明：直线 $P'Q$ 经过　点，　求出　点坐标.

22．已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-\dfrac{a\ln x}{x}-a$（e为　对数的底数）有两个　点.

(1)若 $a=1$，求 $f(x)$ 在 $x=1$　的切线方程；

(2)若 $f\left(x\right)$ 的两个　点分别为 x_1, x_2，证明：$e^{2-x_1-x_2}-x_1x_2<0$.

考答　：

1．B

分　　用集合的交集　求解.

解　解：因为$A=\{-1,0,1\},B=\{0,1,2\}$，

所　$A\cap B=\{0,1\}$.

选：B.

2．D

分　先求出复数z，再求$|z|$.

解　$z(1-\mathrm{i})+2=0$　：$z=-\dfrac{2}{1-\mathrm{i}}=-\dfrac{2(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=-1-\mathrm{i}$，

所　$|z|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$.

选：D

3．B

分　用平方的方　$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，结合向量的数量积　求　t.

解　$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$两边平方　$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，

所　$t(t+2)+1=0\Rightarrow t=-1$.

选：B

4．A

分　$0>a_1>a_2$求出公比的取值　，　结合等比数列的通项　数列的单调

，　出　明$\{a_n\}$为递减数列不一　到$0>a_1>a_2$，再　充分条件和必要条件

出答　.

解　解：设数列$\{a_n\}$的公比为q，

若$0>a_1>a_2$，

则$0>a_1>a_1q$，所 $q>1$，

则$a_n=a_1q^{n-1}<0$，

$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a_1q^n}{a_1q^{n-1}}=q>1$，所 $a_{n+1}<a_n$，

所 $\{a_n\}$为递减数列；

若$\{a_n\}$为递减数列，

当$a_1=\frac{1}{2},q=\frac{1}{2}$ ，$a_n=\frac{1}{2^n}$，数列为递减数列，

$a_1>a_2>0$，

所 $\{a_n\}$为递减数列不一 到$0>a_1>a_2$，

所 “$0>a_1>a_2$”是“$\{a_n\}$为递减数列”的充分而不必要条件.

选：A.

5．D

分 设$E(x_1,y_1),F(x_2,y_2)$，则 题意 $\cos\alpha=x_1,\sin\alpha=y_1,\cos\beta=x_2,\sin\beta=y_2$， 直线方程 入单位圆方程中 用 与系数 系， 用两角和的余弦公式

$\cos(\alpha+\beta)$ 求 结 .

解 设$E(x_1,y_1),F(x_2,y_2)$，则 题意 $\cos\alpha=x_1,\sin\alpha=y_1,\cos\beta=x_2,\sin\beta=y_2$，

$\begin{cases}y=\frac{1}{3}x+b\\x^2+y^2=1\end{cases}$， $x^2+\left(\frac{1}{3}x+b\right)^2=1$，

$10x^2+6bx+9b^2-9=0$，

因为$-1<b<1$，所 直线$y=\frac{1}{3}x+b(-1<b<1)$与单位圆 有两个不 的交点，

所 $x_1+x_2=-\frac{3}{5}b, x_1x_2=\frac{9b^2-9}{10}$，

所 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$=x_1x_2-y_1y_2$

$=x_1x_2-\left(\frac{1}{3}x_1+b\right)\left(\frac{1}{3}x_2+b\right)$

$=\frac{8}{9}x_1x_2-\frac{1}{3}b(x_1+x_2)-b^2$

$=\frac{8}{9}\cdot\frac{9b^2-9}{10}-\frac{1}{3}b\cdot\left(-\frac{3}{5}b\right)-b^2$

$=\frac{4}{5}b^2-\frac{4}{5}+\frac{1}{5}b^2-b^2=-\frac{4}{5}$，

选：D

6．D

分 函数$f(x)=e^x-1-\sin x$ 函数$g(x)=\ln(x+1)-\sin x$，分别 用 数

单调 ， 而 单调 比 函数值的 小.

解 $f(x)=e^x-1-\sin x$，$\therefore f'(x)=e^x-\cos x$，

当$x>0$ ，$e^x>1$，$\therefore e^x-\cos x>0$，$\therefore f'(x)>0$，$f(x)$单调递 ，

$\therefore f(0.1)>f(0)$， $e^{0.1}-1-\sin 0.1>0$，$\therefore e^{0.1}-1>\sin 0.1$， $a>b$，

$g(x)=\ln(x+1)-\sin x$，

$\therefore g'(x)=\dfrac{1}{x+1}-\cos x=\dfrac{1-(x+1)\cos x}{x+1}=\dfrac{1-x\cos x-\cos x}{x+1}$，

$h(x)=1-x\cos x-\cos x$，$\therefore h'(x)=(x+1)\sin x-\cos x$

$\varphi(x)=(x+1)\sin x-\cos x$，$\therefore\varphi'(x)=2\sin x+(x+1)\cos x$，

当$0<x<\dfrac{\pi}{6}$ ，$\varphi'(x)>0$，$\therefore h'(x)$单调递 ，

$\therefore h'(x)<h'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\left(\dfrac{\pi}{6}+1\right)\sin\dfrac{\pi}{6}-\cos\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi+6-6\sqrt{3}}{12}<0$

$\therefore h(x)$在$x\in(0,0.1)$上单调递减，ॐh ☎ h ☎ 0，

$\therefore g'(x)<0$，$\therefore g(x)$在$x\in(0,0.1)$上单调递减，

$\therefore g(0.1)<g(0)=0$， $\ln 1.1-\sin 0.1<0$，$\therefore c<b$

上：$c<b<a$.

选：D.

7．D

分 对于A. 用题中通式 平方 ；对于B. 用 ；对于C. 用数学 ；对于D. 入 值$n=2$.

解 $a_1\in\left(\dfrac{1}{2},1\right)$， $a_{n+1}-a_n=-a_n^2<0$，$a_{n+1}<a_n$，又 $a_{n+1}=-\left(a_n-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{4}>0$，选项A正确.

$a_n^2=a_n-a_{n+1}$，$\sum\limits_{i=1} a_i^2=\sum\limits_{i=1}(a_i-a_{i+1})=a_1-a_{n+1}<a_1<1$，选项B正确.

$a_2=-\left(a_1-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{4}$，$a_1\in\left(\dfrac{1}{2},1\right)$， $0<a_2<\dfrac{1}{4}$，选项D不正确.

当 ，对于C选项， 用数学 证明 正确（ 和学 考）

下面用数学 证明$a_n<\frac{1}{n}$，$a_1<1$，$a_2=-\left(a_1-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}<\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$，设$a_k<\frac{1}{k}(k\geq 2)$，则

$a_{k+1}=-\left(a_k-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}<-\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}=-\frac{1}{k^2}+\frac{1}{k}=\frac{k-1}{k^2}<\frac{k-1}{k^2-1}=\frac{1}{k+1}$，选项C正确.

选:D

8．D

分 系 到 ABD 和 BCD 的外心， 用两个外心 到球的球心， 用

系求出球的半径， 求 表面积.

解 设$\triangle BCD$外心为O_1， ABD外心为O_2，DB的中点为E，

因为$O_1E\perp DB, O_1E\subset$平面$BCD$，平面$ABD\perp$平面$BCD$，平面$ABD\cap$平面$BCD=BD$，

所 $O_1E\perp$平面ABD， $O_2E\perp$平面CBD，

又因为$O_2E\subset$平面ABD，所 $O_1E\perp O_2E$.

过O_2, O_1分别作平面ABD，平面BCD的垂线，则垂线交点O为外接球球心，

则四边 O_2EOO_1为 .

于$\angle ACE$为直线AC与底面BCD所成角，

设$BE=x$，则$\tan\angle ACE=\frac{AE}{EC}=\frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{12-x^2}}=\frac{1}{3}$，解 $x=BE=\sqrt{3}$，则$BD=2\sqrt{3}$，

设$\triangle BCD$外接圆半径为r_1， ABD外接圆半径为r_2.

因为 BDC 为等边三角 ，所 $r_1=O_1B=\frac{BD}{2\sin 60^\circ}=2$.

又因为$AB=AD=2, BD=2\sqrt{3}$，所 $\angle BAD=120^\circ$.

$\triangle ABD$ 外接圆半径 $r_2 = O_2B = \dfrac{BD}{2\sin120^\circ} = 2$，

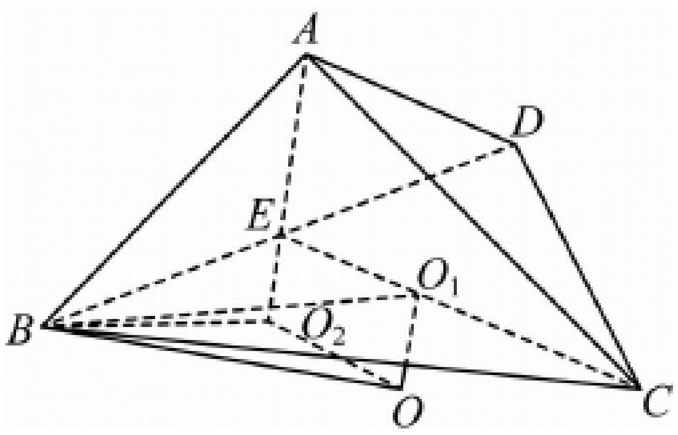
$OO_1 = O_2E = \sqrt{O_2B^2 - EB^2} = \sqrt{4-3} = 1$，

因为 $OO_1 \perp$ 平面 $BCD, BO_1 \subset$ 平面 BCD，所 $OO_1 \perp BO_1$，

所 外接球半径 $R = OB = \sqrt{OO_1^2 + BO_1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$，

所 外接球表面积为 $S = 4\pi R^2 = 20\pi$.

选:D.



9．AC

分 双曲线的渐近线为 $y = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，设出双曲线方程， 入已知点的坐标，求出双曲线方程 A；再求出双曲线的焦点坐标 B，C；直线与双曲线的渐近线的 系 D.

解 对于A： 双曲线的渐近线方程为 $y = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$， 设双曲线方程为

$\dfrac{x^2}{3} - y^2 = \lambda(\lambda \neq 0)$， 点 $(3,\sqrt{2})$ 入， $\dfrac{9}{3} - 2 = \lambda$， $\lambda = 1$. 所 双曲线 C 的方程为

$\dfrac{x^2}{3} - y^2 = 1$， A选项正确；

对于B：$a^2=3$，$b^2=1$，$c=\sqrt{a^2+b^2}=2$，所 双曲线C的离心率为$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，B选项错误；

对于C：取$x+2=0$，$x=-2$，$y=0$，曲线$y=e^{x-2}-1$过 点$(-2,0)$，C选项正确；

对于D：双曲线的渐近线$x\pm\sqrt{3}y=0$，直线$x-\sqrt{3}y-1=0$与双曲线的渐近线平 ，直线$x-\sqrt{3}y-1=0$与C有1个公共点，D不正确.

选：AC.

点 题考 双曲线 质的 合 用 题， 到离心率的求解、共渐近线的双曲线系的 用、直线与双曲线位 系的 等知 ；对于渐近线为$y=\pm\frac{b}{a}x$的双曲线，一设为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\lambda\left(\lambda\neq0\right)$的 式.

10．BC

分 AB选项， 分别 $g\left(x\right)=\sin|x|$与$h\left(x\right)=|\cos x|$的奇偶 和周期 ，从而 $f(x)$的周期 和奇偶 ；C选项，在区间$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$上， 到，$f(x)=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$， 而 到$f(x)$在区间$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$的单调 ；D选项 取 值 入，证明 不成立.

解 $g\left(x\right)=\sin|x|$是偶函数，不是周期函数，$h\left(x\right)=|\cos x|$是偶函数，是周期函数，最