2024年北京市中考数学模拟试题（一）

考生须知

1.本试卷共6页，共两部分，三道大题，28道小题．满分100分．考试时间120分钟．

2.在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号．

3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．

4 在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．

5.考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回．

一、选择题（共16分，每题2分）

第1—8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 7的相反数是（　　）

A. $\frac{1}{7}$　　B. $-\frac{1}{7}$　　C. 7　　D. -7

2. 计算$a^3\cdot a$的结果是（　　）

A. a^2　　B. a^3　　C. a^4　　D. a^5

3. 下列交通标志中是轴对称图形的是（　　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

4. 下列计算正确的是（　　）

A. $a^2\cdot a^3=a^6$　　B. $(3a)^2=6a^2$　　C. $a^6\div a^3=a^2$　　D. $3a^2-a^2=2a^2$

5. $\sin45°+\frac{\sqrt{2}}{2}$的值等于（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

6. 在直角坐标系中，把点$A(m,2)$先向右平移1个单位，再向上平移3个单位得到点B．若点B的横坐标和纵坐标相等，则$m=$（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

7. 设二次函数$y=a(x-m)(x-m-k)(a>0,m,k$是实数$)$，则（　　）

A. 当$k=2$时，函数y的最小值为$-a$　　B. 当$k=2$时，函数y的最小值为$-2a$

C. 当$k=4$时，函数y的最小值为$-a$　　D. 当$k=4$时，函数y的最小值为$-2a$

8. 若点$A(x_1,-2),B(x_2,1),C(x_3,2)$都在反比例函数$y=-\frac{2}{x}$的图象上，则$x_1,x_2,x_3$的大小关系是（　　）

A. $x_3<x_2<x_1$　　B. $x_2<x_1<x_3$　　C. $x_1<x_3<x_2$　　D. $x_2<x_3<x_1$

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 在函数 $y=\dfrac{1}{x-5}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

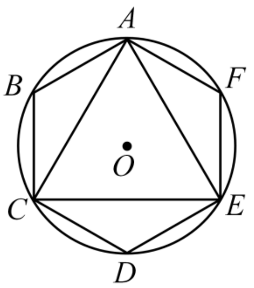
10. （a+1）（a - 1）=_____.

11. 在平面直角坐标系中有五个点，分别是 $A(1,2)$，$B(-3,4)$，$C(-2,-3)$，$D(4,3)$，$E(2,-3)$，从中任选一个点恰好在第一象限的概率是______.

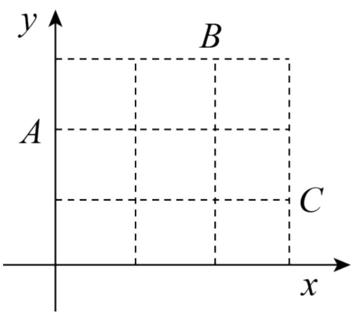
12. 五边形的内角和是________度.

13. 计算 $\left(xy^2\right)^2$ 的结果为________.

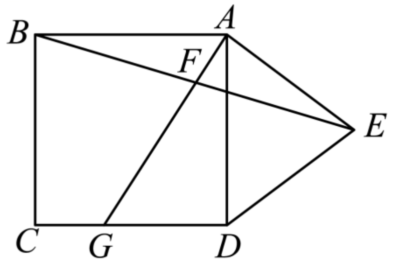
14.如图，六边形 $ABCDEF$ 是 $\odot O$ 的内接正六边形，设正六边形 $ABCDEF$ 的面积为 S_1，$\triangle ACE$ 的面积为 S_2，则 $\dfrac{S_1}{S_2}=$_________.



15. 在“ “探索一次函数 $y=kx+b$ 的系数 k,b 与图像的关系”活动中，老师给出了直角坐标系中的三个点：$A(0,2),B(2,3),C(3,1)$. 同学们画出了经过这三个点中每两个点的一次函数的图像，并得到对应的函数表达式 $y_1=k_1x+b_1,y_2=k_2x+b_2,y_3=k_3x+b_3$. 分别计算 k_1+b_1，k_2+b_2,k_3+b_3 的值，其中最大的值等于_________.



16.如图，在边长为 3 的正方形 $ABCD$ 的外侧，作等腰三角形 ADE，$EA=ED=\dfrac{5}{2}$.



（1）$\triangle ADE$ 的面积为________；

（2）若 F 为 BE 的中点，连接 AF 并延长，与 CD 相交于点 G，则 AG 的长为________.

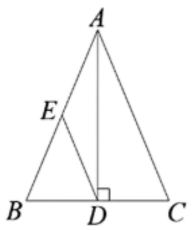
三、解答题（共 68 分，第 17—19 题，每题 5 分，第 20—21 题，每题 6 分，第 22—23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分；第 27—28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}+2\sin 45°-(\sqrt{2}-1)^{0}-\sqrt[3]{27}$.

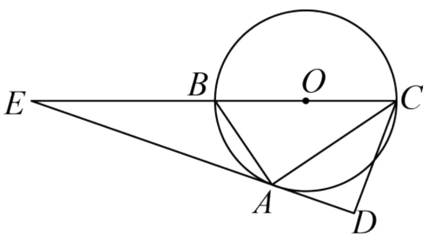
18. 解一元一次不等式组 $\begin{cases}2x+1>x ①\\ x<-3x+8 ②\end{cases}$

19. 计算：$|-1|+(-2)^{2}-(\pi-1)^{0}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}-\tan 45°$.

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$ 于点 D，点 E 为 AB 的中点，连结 DE．已知 $BC=10$，$AD=12$，求 BD，DE 的长.



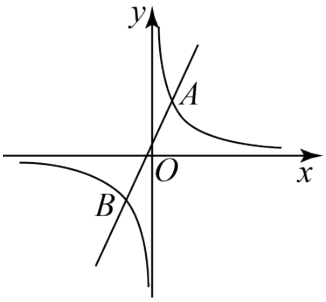
21. 如图，BC 是 $\odot O$ 的直径，A 是 $\odot O$ 上异于 B、C 的点．$\odot O$ 外的点 E 在射线 CB 上，直线 EA 与 CD 垂直，垂足为 D，且 $DA\cdot AC=DC\cdot AB$．设 $\triangle ABE$ 的面积为 S_1, $\triangle ACD$ 的面积为 S_2.



（1）判断直线 EA 与 $\odot O$ 的位置关系，并证明你的结论；

（2）若 $BC=BE, S_2=mS_1$，求常数 m 的值.

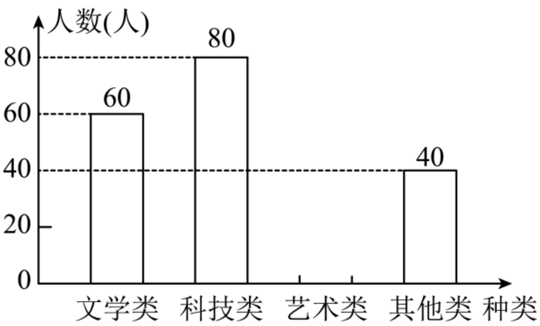
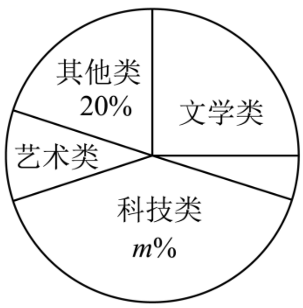
22. 在直角坐标系中，已知$k_1k_2 \neq 0$，设函数$y_1=\dfrac{k_1}{x}$与函数$y_2=k_2\left(x-2\right)+5$的图象交于点A和点$B$．已知点A的横坐标是2，点$B$的纵坐标是$-4$．



（1）求k_1,k_2的值．

（2）过点A作y轴的垂线，过点B作x轴的垂线，在第二象限交于点C；过点A作x轴的垂线，过点B作y轴的垂线，在第四象限交于点D．求证：直线CD经过原点．

23. 4月23日是世界读书日．为了解学生的阅读喜好，丰富学校图书资源，某校将课外书籍设置了四类：文学类、科技类、艺术类、其他类，随机抽查了部分学生，要求每名学生从中选择自己最喜欢的类，将抽查结果绘制成如下统计图（不完整）．

被抽查学生最喜欢的书籍种类的 条形统计图	被抽查学生最喜欢的书籍种类的 扇形统计图
	

请根据图中信息解答下列问题：

（1）求被抽查的学生人数，并求出扇形统计图中m的值．

（2）请将条形统计图补充完整．（温馨提示：请画在答题卷相对应的图上）

（3）若该校共有1200名学生，根据抽查结果，试估计全校最喜欢“文学类”书籍的学生人数．

24. 烽燧即烽火台，是古代军情报警的一种措施，史册记载，夜间举火称“烽”，白天放烟称“燧”．克孜尔尕哈烽燧是古丝绸之路北道上新疆境内时代最早、保存最完好、规模最大的古代烽燧（如图1）．某数学兴趣小组利用无人机测量该烽燧的高度，如图2，无人机飞至距地面高度31.5米的A处，测得烽燧BC的顶部C处的俯角为$50°$，测得烽燧BC的底部B处的俯角为$65°$，试根据提供的数据计算烽燧BC的高度．（参数据：$\sin 50° \approx 0.8$，$\cos 50° \approx 0.6$，$\tan 50 \approx 1.2$，$\sin 65° \approx 0.9$，$\cos 65° \approx 0.4$，$\tan 65° \approx 2.1$）

图1

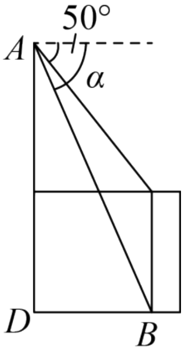


图2

25. 随着端午节的临近，A，B 两家超市开展促销活动，各自推出不同的购物优惠方案，如下表：

	A 超市	B 超市
优惠方案	所有商品按八折出售	购物金额每满100元返30元

（1）当购物金额为80元时，选择超市______（填“A”或“B”）更省钱；

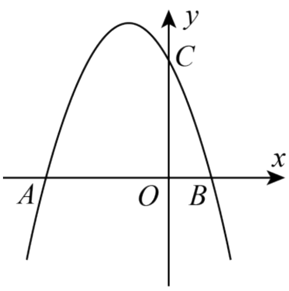
当购物金额为130元时，选择超市______（填“A”或“B”）更省钱；

（2）若购物金额为x（$0 \le x < 200$）元时，请分别写出它们的实付金额y（元）与购物金额x（元）之间的函数解析式，并说明促销期间如何选择这两家超市去购物更省钱？

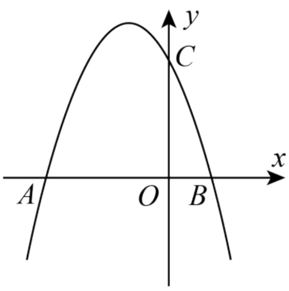
（3）对于A超市的优惠方案，随着购物金额的增大，顾客享受的优惠率不变，均为20%（注：

$\text{优惠率}=\dfrac{\text{购物金额}-\text{实付金额}}{\text{购物金额}}\times 100\%$）．若在$B$超市购物，购物金额越大，享受的优惠率一定越大吗？请举例说明．

26. 在平面直角坐标系中，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 $A(-3,0)$，$B(1,0)$ 两点，与 y 轴交于点 C.



甲



乙

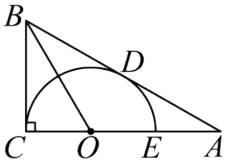
（1）求抛物线的解析式；

（2）如图甲，在 y 轴上找一点 D，使$\triangle ACD$为等腰三角形，请直接写出点 D 的坐标；

（3）如图乙，点 P 为抛物线对称轴上一点，是否存在 P、Q 两点使以点 A，C，P，Q 为顶点的四边形是菱形？若存在，求出 P、Q 两点的坐标，若不存在，请说明理由．

27. 如图，在Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，点 O 在边 AC 上，以点 O 为圆心，OC 为半径的半圆与斜边 AB

相切于点 D，交 OA 于点 E，连结 OB．



（1）求证：$BD=BC$．

（2）已知 $OC=1$，$\angle A=30°$，求 AB 的长．

28.　【建立模型】(1)如图1，点 B 是线段 CD 上的一点，$AC\perp BC$，$AB\perp BE$，$ED\perp BD$，垂足分别为 C，B，D，$AB=BE$．求证：$\triangle ACB\cong\triangle BDE$；

【类比迁移】(2)如图2，一次函数 $y=3x+3$ 的图象与 y 轴交于点 A、与 x 轴交于点 B，将线段 AB 绕点 B 逆时针旋转 $90°$ 得到 BC、直线 AC 交 x 轴于点 D．

①求点 C 的坐标；

②求直线 AC 的解析式；

【拓展延伸】(3)如图3，抛物线 $y=x^2-3x-4$ 与 x 轴交于 A，B 两点(点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于 C 点，已知点 $Q(0，-1)$，连接 BQ．抛物线上是否存在点 M，使得 $\tan\angle MBQ=\dfrac{1}{3}$，若存在，求出点 M 的横坐标．

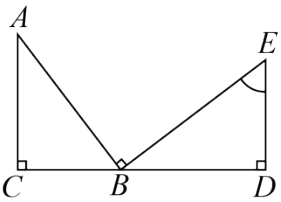


图1

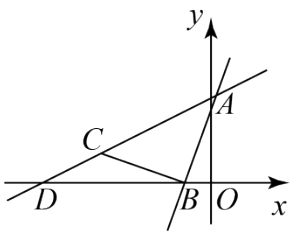


图2

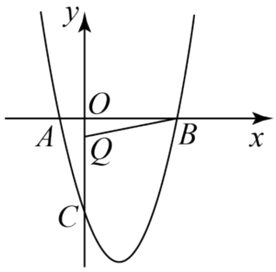


图3

参考答案及解析

一、选择题

1.D　2.C　3.B　4.D　5.B　6.C　7.A　8.D

二、填空题

9. $x \neq 5$.

10. $a^2 - 1$

11. $\frac{2}{5}$

12. 540

13. x^2y^4

14. 2

15. 5

16. ①. 3　②. $\sqrt{13}$

三、解答题

17.【答案】$\sqrt{2}$

【解析】$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+2\sin 45°-(\sqrt{2}-1)^0-\sqrt[3]{27}$

$=4+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1-3$

$=\sqrt{2}$.

18.【答案】$-1<x<2$

【解析】解：$\begin{cases}2x+1>x① \\ x<-3x+8②\end{cases}$,

解不等式①，得 $x>-1$，

解不等式②，得 $x<2$，

所以原不等式组的解是 $-1<x<2$.

19.【答案】6

【解析】解：$|-1|+(-2)^2-(\pi-1)^0+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}-\tan 45°$

$=1+4-1+3-1$

$=6$.

20.【答案】$BD=5, DE=\dfrac{13}{2}$

【解析】解，$\because AB=AC$， $AD\perp BC$ 于点 D，

$\therefore BD=\dfrac{1}{2}BC$.

$\because BC=10$，

$\therefore BD=5$.

$\because AD\perp BC$ 于点 D，

$\therefore \angle ADB=90^\circ$，

$\therefore$在 Rt△ABD 中， $AB^2=AD^2+BD^2$.

$\because AD=12$，

$\therefore AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{12^2+5^5}=13$，

$\because E$ 为 AB 的中点，

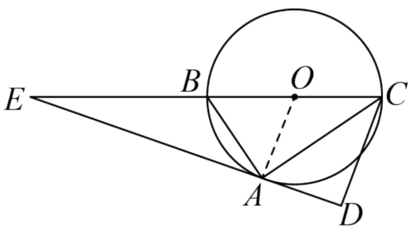
$\therefore DE=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{13}{2}$.

21.【答案】（1） EA 与 $\odot O$ 相切，理由见解析

（2） $\dfrac{2}{3}$

【解析】（1）解： EA 与 $\odot O$ 相切，理由如下：

连接 OA，



$\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径，直线 EA 与 CD 垂直，

$\therefore \angle BAC=\angle ADC=90^\circ$，

$\because DA\cdot AC=DC\cdot AB$，

$\therefore \dfrac{DA}{AB}=\dfrac{DC}{AC}$，

$\therefore \triangle BAC\backsim\triangle ADC$

$\therefore \angle ABO=\angle DAC$，

$\because OA=OB$，

$\therefore \angle ABO=\angle BAO=\angle DAC$，

$\because \angle BAC = \angle BAO + \angle OAC = 90^\circ$，

$\therefore \angle OAD = \angle OAC + \angle DAC = 90^\circ$，

$\therefore OA \perp DE$，

$\therefore EA$ 与 $\odot O$ 相切；

（2）解：$\because BC = BE$，

$\therefore S_{\triangle EAC} = 2S_{\triangle ABE} = 2S_1$，$S_{\triangle EAC} = S_{\triangle ABC} = S_1$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle EAC}}{S_{\triangle ABE}} = 2$，

$\because OA \perp DE$，

$\therefore \angle OAB + \angle BAE = \angle OAE = 90^\circ$，

$\because \angle BAC = 90^\circ$，$\angle OBA = \angle OBA$，

$\therefore \angle OBA + \angle ECA = 90^\circ$，

$\therefore \angle EAB = \angle ECA$，

$\because \angle E = \angle E$，

$\therefore \triangle EAB \backsim \triangle ECA$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle EAC}}{S_{\triangle ABE}} = \dfrac{AC^2}{AB^2} = 2$，

$\therefore \dfrac{AB^2}{AC^2} = \dfrac{1}{2}$

又$\because \angle BAC = 90^\circ$，

$\therefore \dfrac{BC^2}{AC^2} = \dfrac{AC^2 + AB^2}{AC^2} = \dfrac{2+1}{2} = \dfrac{3}{2}$，

$\therefore \dfrac{AC^2}{BC^2} = \dfrac{2}{3}$

$\because \triangle BAC \backsim \triangle ADC$，

$\therefore m = \dfrac{S_2}{S_1} = \dfrac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle BAC}} = \dfrac{AC^2}{BC^2} = \dfrac{2}{3}$.

22.【答案】（1）$k_1 = 10$，$k_2 = 2$

（2）见解析

【解析】（1）∵点 A 的横坐标是 2，

∴将 $x=2$ 代入 $y_2=k_2(x-2)+5=5$

∴ $A(2,5)$，

∴将 $A(2,5)$ 代入 $y_1=\frac{k_1}{x}$ 得， $k_1=10$，

∴ $y_1=\frac{10}{x}$，

∵点 B 的纵坐标是 -4，

∴将 $y=-4$ 代入 $y_1=\frac{10}{x}$ 得， $x=-\frac{5}{2}$，

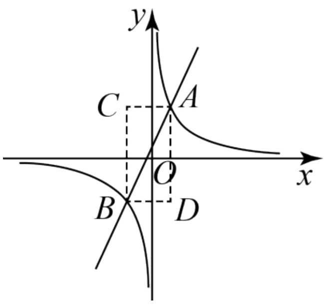
∴ $B\left(-\frac{5}{2},-4\right)$，

∴将 $B\left(-\frac{5}{2},-4\right)$ 代入 $y_2=k_2(x-2)+5$ 得， $-4=k_2\left(-\frac{5}{2}-2\right)+5$，

∴解得 $k_2=2$，

∴ $y_2=2(x-2)+5=2x+1$；

（2）如图所示，



由题意可得， $C\left(-\frac{5}{2},5\right)$， $D(2,-4)$，

∴设 CD 所在直线的表达式为 $y=kx+b$，

∴ $\begin{cases}-\frac{5}{2}k+b=5\\2k+b=-4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-2\\b=0\end{cases}$，

∴ $y=-2x$，

∴当 $x=0$ 时， $y=0$，

∴直线 CD 经过原点.

23.【答案】（1）200 人，40