2018-2022湖北省几何压轴

1．（2018•咸宁）定义：

我们知道，四边形的一条对角线把这个四边形分成了两个三角形，如果这两个三角形相似（不全等），我们就把这条对角线叫做这个四边形的“相似对角线”.

理解：

（1）如图 1，已知RtΔABC 在正方形网格中，请你只用无刻度的直尺在网格中找到一点 D，使四边形 $ABCD$ 是以 AC 为“相似对角线”的四边形（保留画图痕迹，找出 3 个即可）；

（2）如图 2，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=80^{\circ}$，$\angle ADC=140^{\circ}$，对角线 BD 平分 $\angle ABC$．

求证：BD 是四边形 $ABCD$ 的“相似对角线”；

（3）如图 3，已知 FH 是四边形 $EFGH$ 的“相似对角线”，$\angle EFH=\angle HFG=30^{\circ}$，连接 EG，若 ΔEFG 的面积为 $2\sqrt{3}$，求 FH 的长.

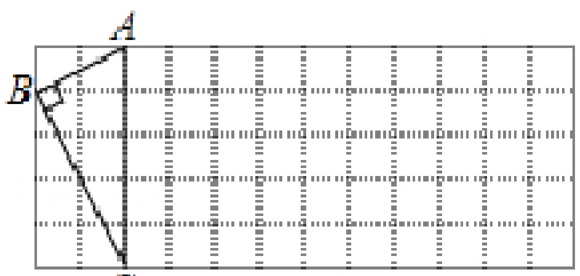


图1

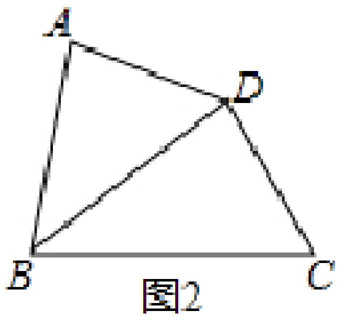


图2

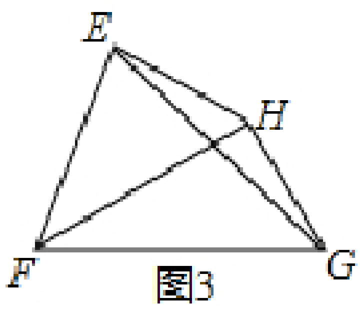


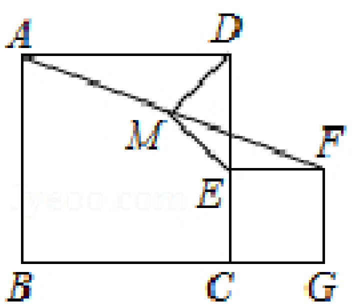
图3

2．（2018•十堰）已知正方形 $ABCD$ 与正方形 $CEFG$，M 是 AF 的中点，连接 DM，EM．

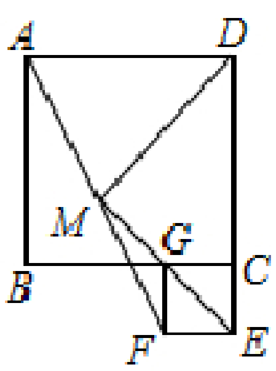
（1）如图 1，点 E 在 CD 上，点 G 在 BC 的延长线上，请判断 DM，EM 的数量关系与位置关系，并直接写出结论；

（2）如图 2，点 E 在 DC 的延长线上，点 G 在 BC 上，（1）中结论是否仍然成立？请证明你的结论；

（3）将图 1 中的正方形 $CEFG$ 绕点 C 旋转，使 D，E，F 三点在一条直线上，若 $AB=13$，$CE=5$，请画出图形，并直接写出 MF 的长.



(图1)

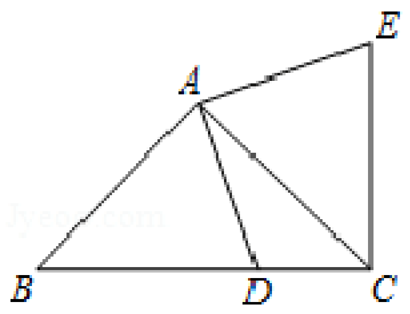


(图2)

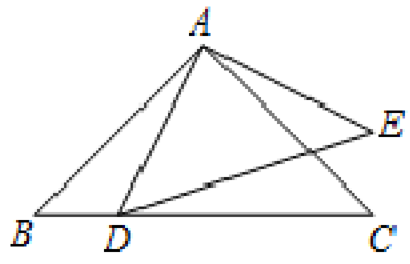
3．（2018•湖北）问题：如图①，在RtΔABC 中，$AB=AC$，D为BC边上一点（不与点B，C重合），将线段AD绕点A逆时针旋转$90°$得到AE，连接EC，则线段BC，DC，EC之间满足的等量关系式为____；

探索：如图②，在RtΔABC 与RtΔADE 中，$AB=AC$，$AD=AE$，将ΔADE绕点A旋转，使点D落在BC边上，试探索线段AD，BD，CD之间满足的等量关系，并证明你的结论；

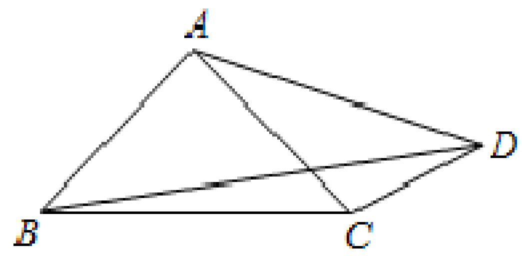
应用：如图③，在四边形$ABCD$中，$\angle ABC=\angle ACB=\angle ADC=45°$．若$BD=9$，$CD=3$，求$AD$的长．



图①



图②



图③

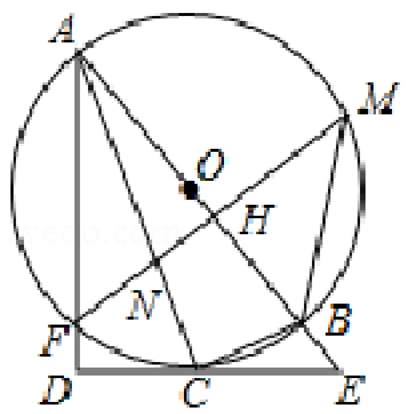
4．（2018•荆门）如图，AB为$\odot O$的直径，C为$\odot O$上一点，经过点C的切线交AB的延长线于点E，$AD\perp EC$交EC的延长线于点D，AD交$\odot O$于F，$FM\perp AB$于H，分别交$\odot O$、AC于M、N，连接MB，BC．

（1）求证：AC平分$\angle DAE$；

（2）若$\cos M=\frac{4}{5}$，$BE=1$，

①求$\odot O$的半径；

②求FN的长．



5.（2018•襄阳）如图（1），已知点G在正方形$ABCD$的对角线AC上，$GE\perp BC$，垂足为点E，$GF\perp CD$，垂足为点F.

（1）证明与推断：

①求证：四边形$CEGF$是正方形；

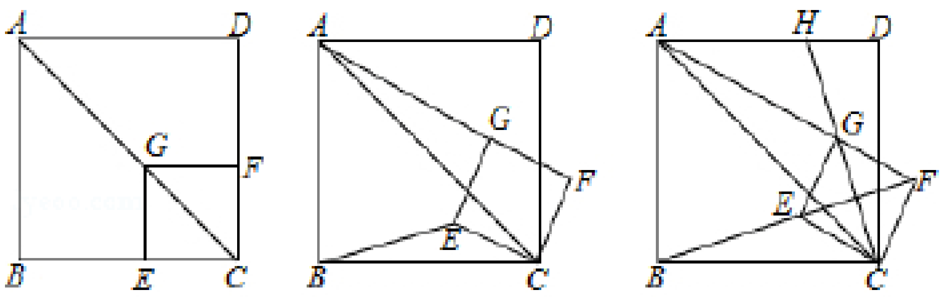
②推断：$\dfrac{AG}{BE}$的值为____：

（2）探究与证明：

将正方形$CEGF$绕点C顺时针方向旋转α角$(0^{\circ}<\alpha<45^{\circ})$，如图（2）所示，试探究线段$AG$与$BE$之间的数量关系，并说明理由；

（3）拓展与运用：

正方形$CEGF$在旋转过程中，当B，E，F三点在一条直线上时，如图（3）所示，延长CG交AD于点H．若$AG=6$，$GH=2\sqrt{2}$，则$BC=$____.



图(1) 图(2) 图(3)

6.（2018•武汉）在ΔABC中，$\angle ABC=90^{\circ}$.

（1）如图1，分别过A、C两点作经过点B的直线的垂线，垂足分别为M、N，求证：$\Delta ABM\backsim\Delta BCN$；

（2）如图2，P是边BC上一点，$\angle BAP=\angle C$，$\tan\angle PAC=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，求$\tan C$的值；

（3）如图3，D是边CA延长线上一点，$AE=AB$，$\angle DEB=90^{\circ}$，$\sin\angle BAC=\dfrac{3}{5}$，$\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{2}{5}$，直接写出$\tan\angle CEB$的值.

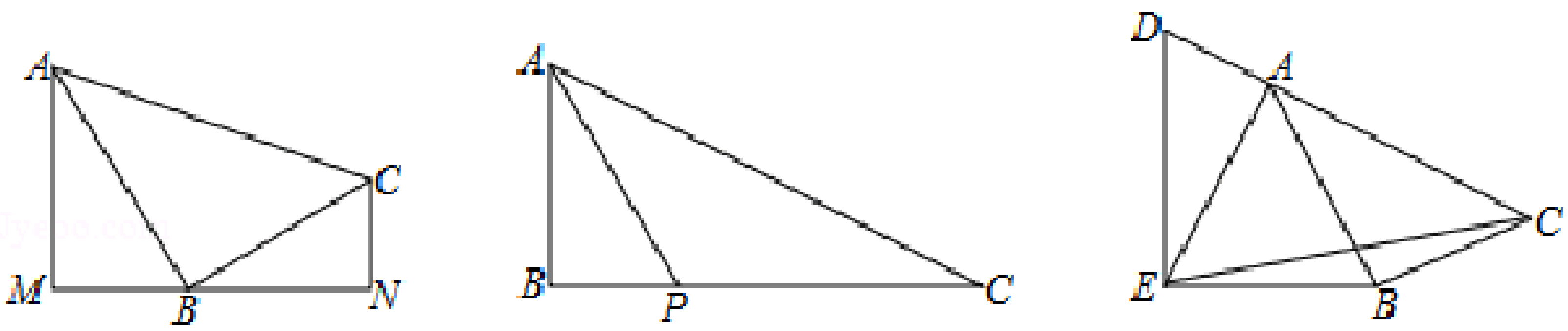


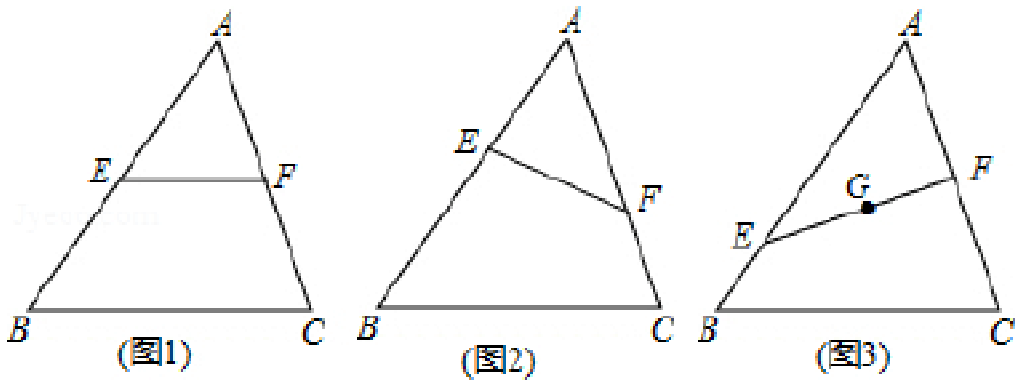
图1 图2 图3

7．（2018•黄石）在ΔABC中，E、F分别为线段AB、AC上的点（不与A、B、C重合）．

（1）如图1，若$EF//BC$，求证：$\dfrac{S_{\Delta AEF}}{S_{\Delta ABC}}=\dfrac{AE\bullet AF}{AB\bullet AC}$

（2）如图2，若EF不与BC平行，（1）中的结论是否仍然成立？请说明理由；

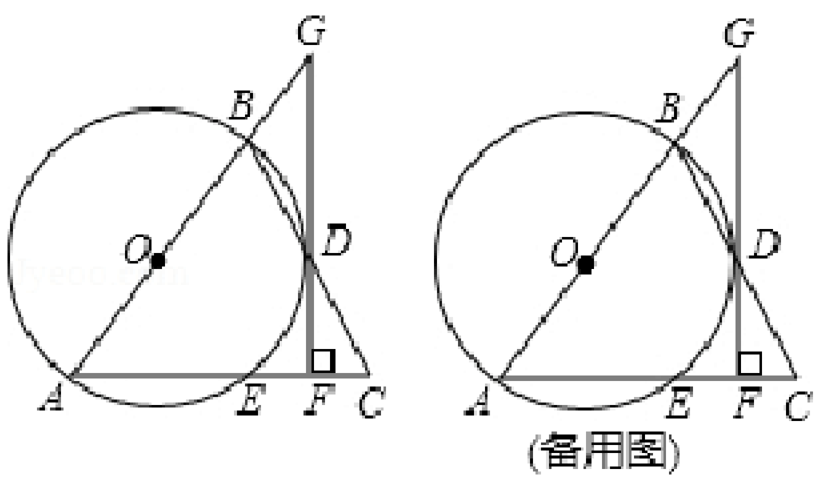
（3）如图3，若EF上一点G恰为ΔABC的重心，$\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{3}{4}$，求$\dfrac{S_{\Delta AEF}}{S_{\Delta ABC}}$的值．



8．（2018•孝感）如图，ΔABC中，$AB=AC$，以AB为直径的$\odot O$交BC于点D，交AC于点E，过点D作$DF\perp AC$于点F，交AB的延长线于点G．

（1）求证：DF是$\odot O$的切线；

（2）已知$BD=2\sqrt{5}$，$CF=2$，求AE和BG的长．

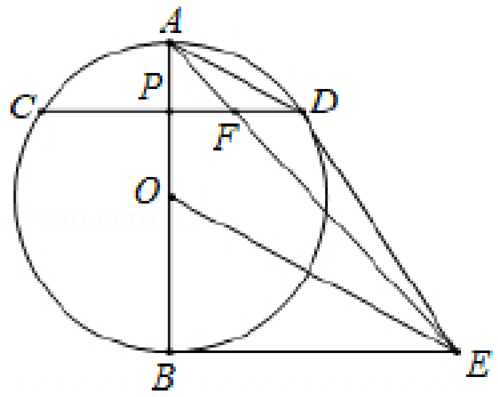


9．（2018•恩施州）如图，AB 为$\odot O$ 直径，P 点为半径 OA 上异于 O 点和 A 点的一个点，过 P 点作与直径 AB 垂直的弦 CD，连接 AD，作 $BE\perp AB$，$OE//AD$ 交 BE 于 E 点，连接 AE、DE、AE 交 CD 于 F 点．

（1）求证：DE 为$\odot O$ 切线；

（2）若$\odot O$ 的半径为 3，$\sin\angle ADP=\dfrac{1}{3}$，求 AD；

（3）请猜想 PF 与 FD 的数量关系，并加以证明．



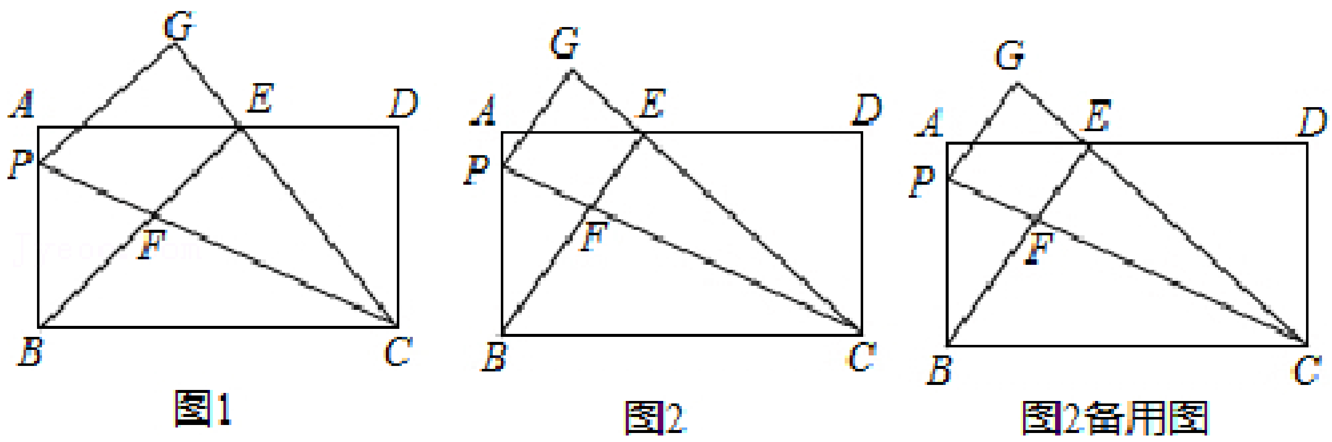
10．（2018•宜昌）在矩形 $ABCD$ 中，$AB=12$，P 是边 AB 上一点，把 ΔPBC 沿直线 PC 折叠，顶点 B 的对应点是点 G，过点 B 作 $BE\perp CG$，垂足为 E 且在 AD 上，BE 交 PC 于点 F．

（1）如图 1，若点 E 是 AD 的中点，求证：$\Delta AEB\cong\Delta DEC$；

（2）如图 2，①求证：$BP=BF$；

②当 $AD=25$，且 $AE<DE$ 时，求 $\cos\angle PCB$ 的值；

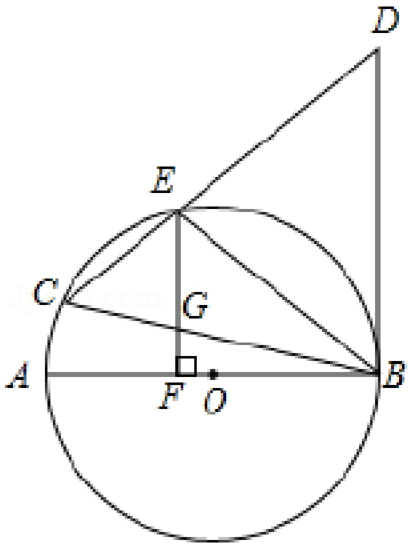
③当 $BP=9$ 时，求 $BE\cdot EF$ 的值．



11.（2019•恩施州）如图，在$\odot O$中，AB是直径，BC是弦，$BC=BD$，连接CD交$\odot O$于点E，$\angle BCD=\angle DBE$.

（1）求证：BD是$\odot O$的切线.

（2）过点E作$EF\perp AB$于F，交BC于G，已知$DE=2\sqrt{10}$，$EG=3$，求BG的长.



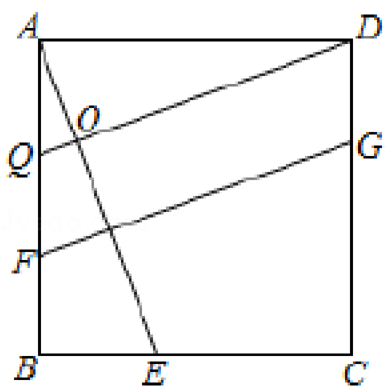
12.（2019•襄阳）（1）证明推断：如图（1），在正方形$ABCD$中，点E，Q分别在边BC，AB上，$DQ\perp AE$于点O，点G，F分别在边CD，AB上，$GF\perp AE$.

①求证：$DQ=AE$；

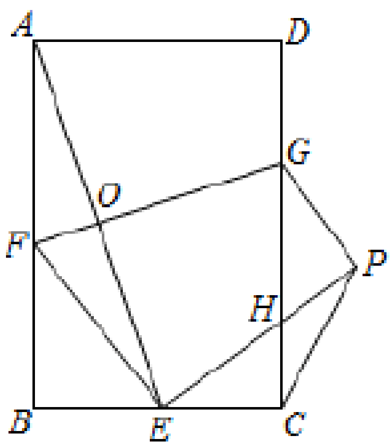
②推断：$\dfrac{GF}{AE}$的值为____；

（2）类比探究：如图（2），在矩形$ABCD$中，$\dfrac{BC}{AB}=k$（k为常数）.将矩形$ABCD$沿GF折叠，使点A落在BC边上的点E处，得到四边形$FEPG$，EP交CD于点H，连接AE交GF于点O.试探究GF与AE之间的数量关系，并说明理由；

（3）拓展应用：在（2）的条件下，连接CP，当$k=\dfrac{2}{3}$时，若$\tan\angle CGP=\dfrac{3}{4}$，$GF=2\sqrt{10}$，求$CP$的长.



图(1)

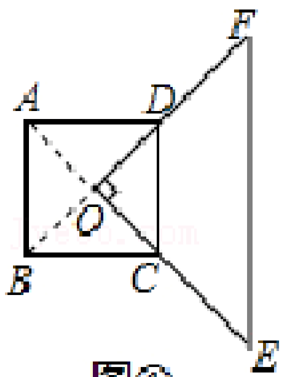


图(2)

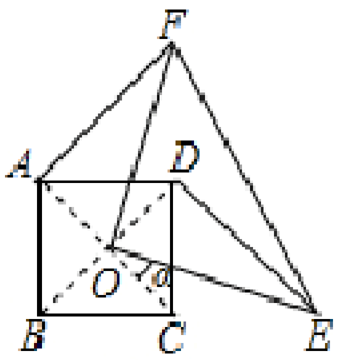
13．（2019•荆州）如图①，等腰直角三角形OEF的直角顶点O为正方形$ABCD$的中心，点C，D分别在OE和OF上，现将ΔOEF绕点O逆时针旋转α角$(0^{\circ}<\alpha<90^{\circ})$，连接$AF$，$DE$（如图②）．

（1）在图②中，$\angle AOF=$____；（用含α的式子表示）

（2）在图②中猜想AF与DE的数量关系，并证明你的结论．



图①



图②

14．（2019•咸宁）定义：有一组邻边相等且对角互补的四边形叫做等补四边形．

理解：

（1）如图1，点A，B，C在$\odot O$上，$\angle ABC$的平分线交$\odot O$于点D，连接AD，CD．

求证：四边形$ABCD$是等补四边形；

探究：

（2）如图2，在等补四边形$ABCD$中，$AB=AD$，连接AC，AC是否平分$\angle BCD$？请说明理由．

运用：

（3）如图3，在等补四边形$ABCD$中，$AB=AD$，其外角$\angle EAD$的平分线交CD的延长线于点F，$CD=10$，$AF=5$，求DF的长．

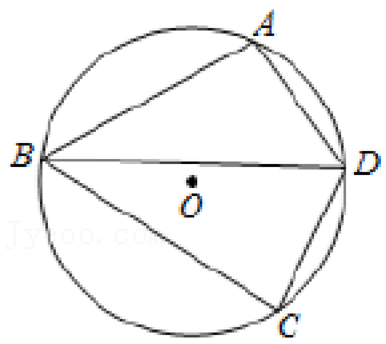


图1

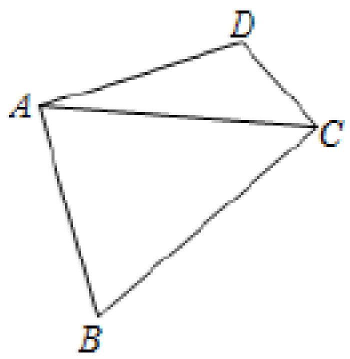


图2

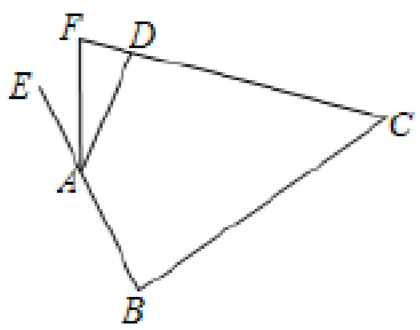
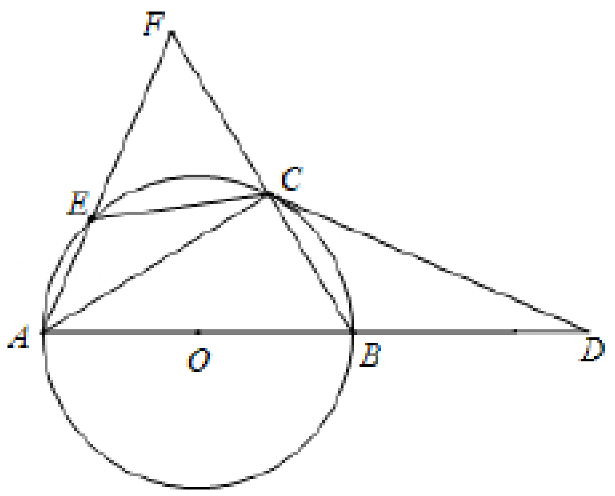


图3

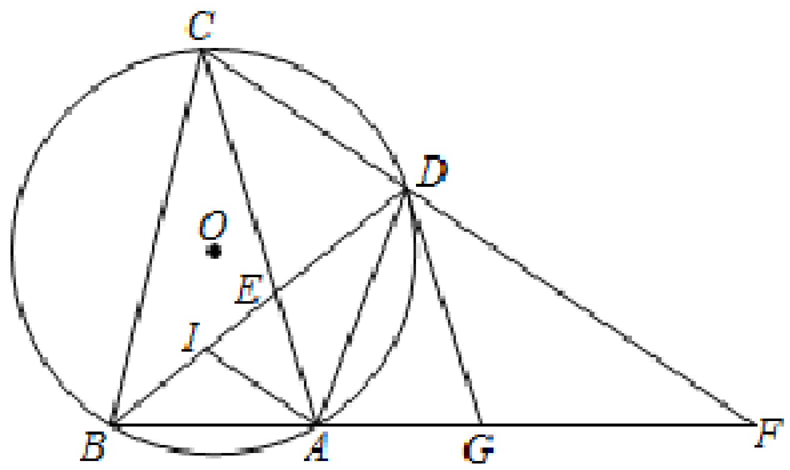
15．（2019•黄石）如图，AB 是$\odot O$ 的直径，点 D 在 AB 的延长线上，C、E 是$\odot O$ 上的两点，$CE=CB$，$\angle BCD=\angle CAE$，延长 AE 交 BC 的延长线于点 F．

（1）求证：CD 是$\odot O$ 的切线；（2）求证：$CE=CF$；（3）若 $BD=1$，$CD=\sqrt{2}$，求弦 AC 的长．



16．（2019•孝感）如图，点 I 是ΔABC 的内心，BI 的延长线与ΔABC 的外接圆$\odot O$ 交于点 D，与 AC 交于点 E，延长 CD、BA 相交于点 F，$\angle ADF$ 的平分线交 AF 于点 G．

（1）求证：$DG//CA$；（2）求证：$AD=ID$；（3）若 $DE=4$，$BE=5$，求 BI 的长．

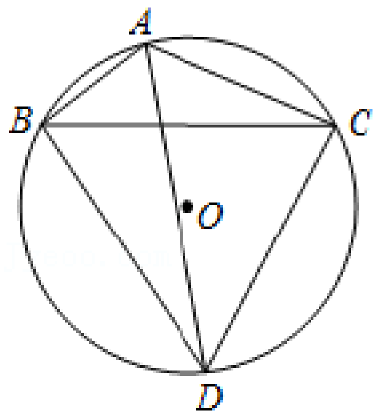


17.（2019•湖北）已知ΔABC内接于$\odot O$，$\angle BAC$的平分线交$\odot O$于点D，连接DB，DC.

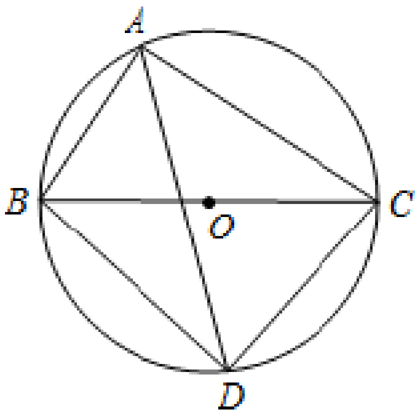
（1）如图①，当$\angle BAC=120^{\circ}$时，请直接写出线段AB，AC，AD之间满足的等量关系式：____；

（2）如图②，当$\angle BAC=90^{\circ}$时，试探究线段AB，AC，AD之间满足的等量关系，并证明你的结论；

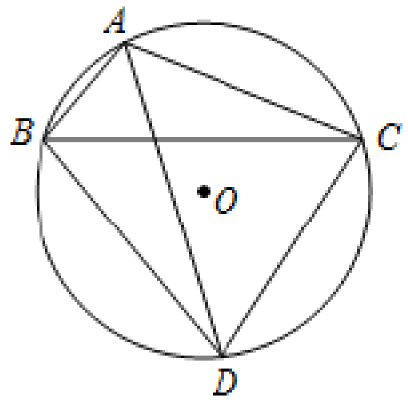
（3）如图③，若$BC=5$，$BD=4$，求$\dfrac{AD}{AB+AC}$的值.



图①



图②



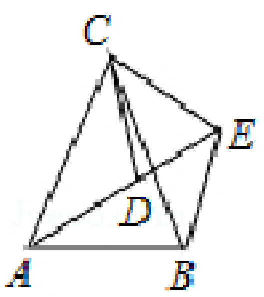
图③

18.（2019•十堰）如图1，ΔABC中，$CA=CB$，$\angle ACB=\alpha$，D为ΔABC内一点，将ΔCAD绕点C按逆时针方向旋转角α得到ΔCBE，点A，D的对应点分别为点B，E，且A，D，E三点在同一直线上.

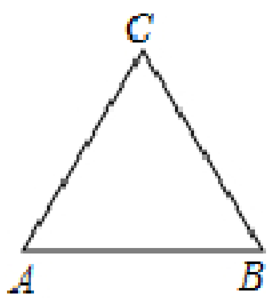
（1）填空：$\angle CDE=$____（用含α的代数式表示）；

（2）如图2，若$\alpha=60^{\circ}$，请补全图形，再过点C作$CF\perp AE$于点F，然后探究线段CF，AE，BE之间的数量关系，并证明你的结论；

（3）若$\alpha=90^{\circ}$，$AC=5\sqrt{2}$，且点G满足$\angle AGB=90^{\circ}$，$BG=6$，直接写出点C到AG的距离.



(图1)



(图2)

19．(2019•宜昌)已知：在矩形 $ABCD$ 中，E，F 分别是边 AB，AD 上的点，过点 F 作 EF 的垂线交 DC 于点 H，以 EF 为直径作半圆 O．

(1) 填空：点 A ____（填“在”或“不在”）$\odot O$ 上；当 $AE=AF$ 时，$\tan\angle AEF$ 的值是 ____；

(2) 如图 1，在 ΔEFH 中，当 $FE=FH$ 时，求证：$AD=AE+DH$；

(3) 如图 2，当 ΔEFH 的顶点 F 是边 AD 的中点时，求证：$EH=AE+DH$；

(4) 如图 3，点 M 在线段 FH 的延长线上，若 $FM=FE$，连接 EM 交 DC 于点 N，连接 FN，当 $AE=AD$ 时，$FN=4$，$HN=3$，求 $\tan\angle AEF$ 的值．

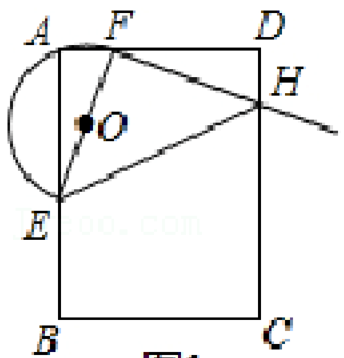


图1

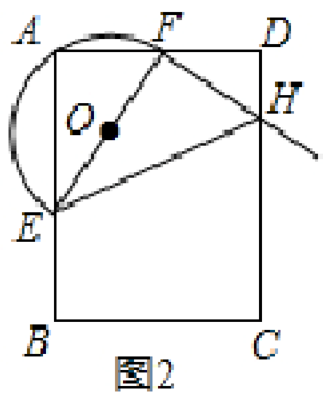


图2

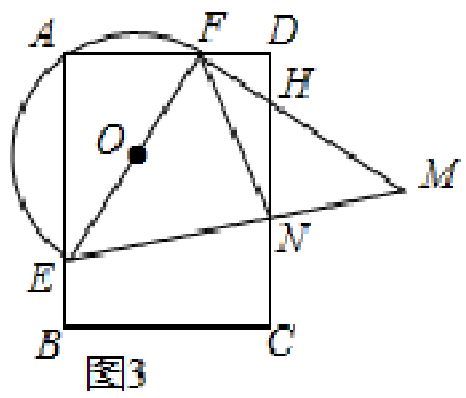


图3

20．(2019•武汉)在 ΔABC 中，$\angle ABC=90^\circ$，$\dfrac{AB}{BC}=n$，M 是 BC 上一点，连接 AM．

(1) 如图 1，若 $n=1$，N 是 AB 延长线上一点，CN 与 AM 垂直，求证：$BM=BN$．

(2) 过点 B 作 $BP\perp AM$，P 为垂足，连接 CP 并延长交 AB 于点 Q．

①如图 2，若 $n=1$，求证：$\dfrac{CP}{PQ}=\dfrac{BM}{BQ}$．

②如图 3，若 M 是 BC 的中点，直接写出 $\tan\angle BPQ$ 的值．(用含 n 的式子表示)

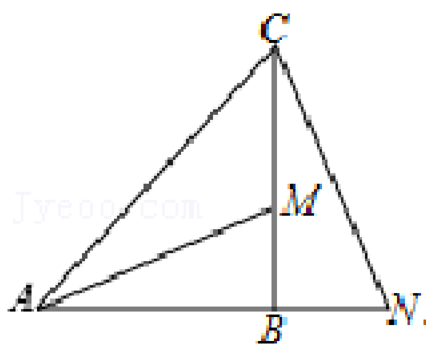


图1

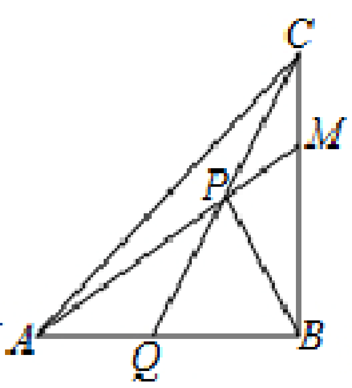


图2

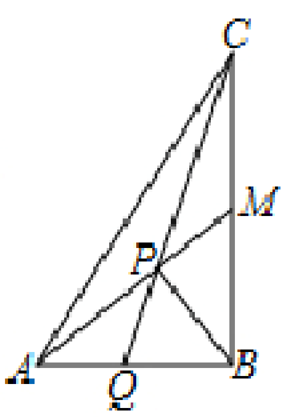


图3

21．（2020•十堰）如图1，已知$\Delta ABC\cong\Delta EBD$，$\angle ACB=\angle EDB=90^{\circ}$，点$D$在$AB$上，连接$CD$并延长交$AE$于点$F$．

（1）猜想：线段AF与EF的数量关系为____；

（2）探究：若将图1的ΔEBD绕点B顺时针方向旋转，当$\angle CBE$小于180°时，得到图2，连接CD并延长交AE于点F，则（1）中的结论是否还成立？若成立，请证明；若不成立，请说明理由；

（3）拓展：图1中，过点E作$EG\perp CB$，垂足为点G．当$\angle ABC$的大小发生变化，其它条件不变时，若$\angle EBG=\angle BAE$，$BC=6$，直接写出AB的长.

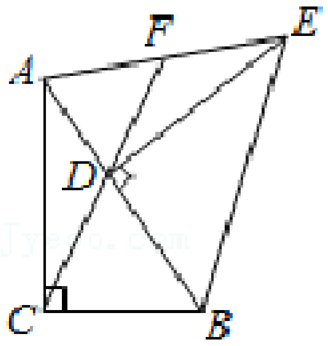


图1

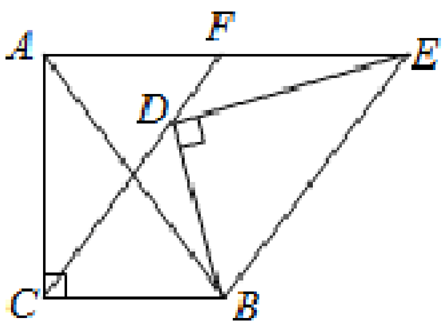


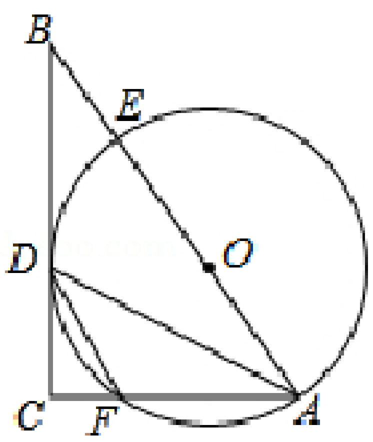
图2

22．（2020•黄石）如图，在RtΔABC中，$\angle C=90^{\circ}$，AD平分$\angle BAC$交BC于点D，O为AB上一点，经过点A、D的$\odot O$分别交AB、AC于点E、F．

（1）求证：BC是$\odot O$的切线；

（2）若$BE=8$，$\sin B=\dfrac{5}{13}$，求$\odot O$的半径；

（3）求证：$AD^2=AB\bullet AF$．



23．（2020•湖北）实践操作：

第一步：如图 1，将矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 D 的直线折叠，使点 A 落在 CD 上的点 A' 处，得到折痕 DE，然后把纸片展平．

第二步：如图 2，将图 1 中的矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 E 的直线折叠，点 C 恰好落在 AD 上的点 C' 处，点 B 落在点 B' 处，得到折痕 EF，$B'C'$ 交 AB 于点 M，$C'F$ 交 DE 于点 N，再把纸片展平．

问题解决：

（1）如图 1，填空：四边形 $AEA'D$ 的形状是____；

（2）如图 2，线段 MC' 与 ME 是否相等？若相等，请给出证明；若不等，请说明理由；

（3）如图 2，若 $AC'=2cm$，$DC'=4cm$，求 $DN:EN$ 的值．

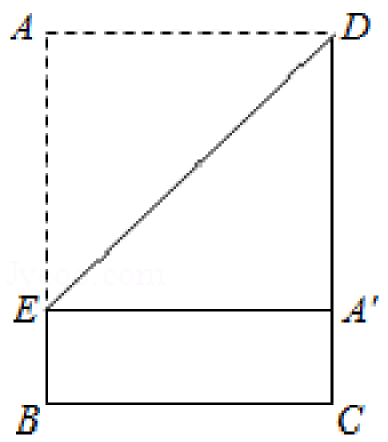


图 1

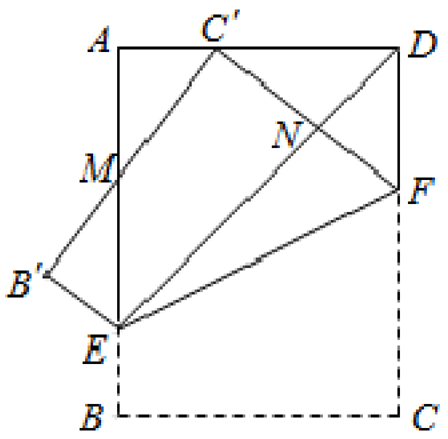


图 2

24．（2020•宜昌）菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，$0°<\angle ABO\leqslant 60°$，点 G 是射线 OD 上一个动点，过点 G 作 $GE//DC$ 交射线 OC 于点 E，以 OE，OG 为邻边作矩形 $EOGF$．

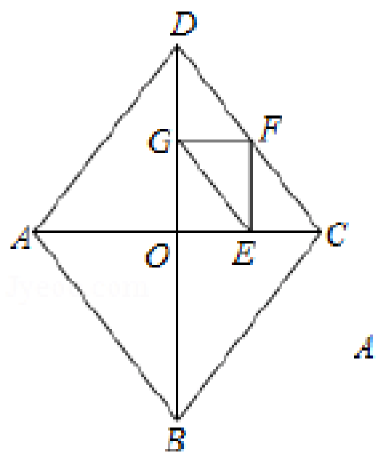


图1

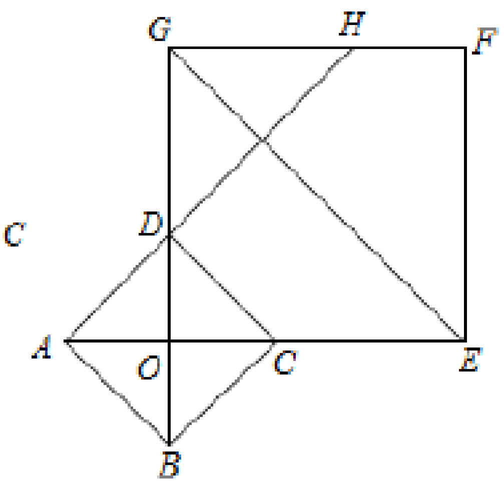


图2

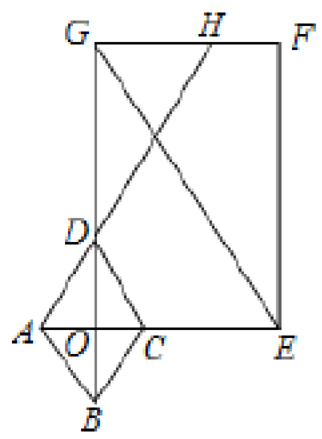


图3

（1）如图 1，当点 F 在线段 DC 上时，求证：$DF=FC$；

（2）若延长 AD 与边 GF 交于点 H，将 ΔGDH 沿直线 AD 翻折 $180°$ 得到 ΔMDH．

①如图 2，当点 M 在 EG 上时，求证：四边形 $EOGF$ 为正方形；

②如图 3，当 $\tan\angle ABO$ 为定值 m 时，设 $DG=k\cdot DO$，k 为大于 0 的常数，当且仅当 $k>2$ 时，点 M 在矩形 $EOGF$ 的外部，求 m 的值．

25．（2020•恩施州）如图 1，AB 是$\odot O$ 的直径，直线 AM 与$\odot O$ 相切于点 A，直线 BN 与$\odot O$ 相切于点 B，点 C(异于点 A) 在 AM 上，点 D 在$\odot O$ 上，且 $CD=CA$，延长 CD 与 BN 相交于点 E，连接 AD 并延长交 BN 于点 F．

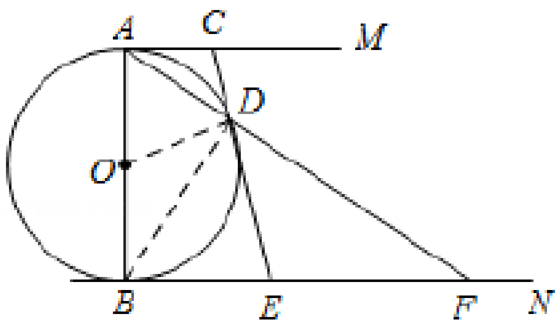


图1

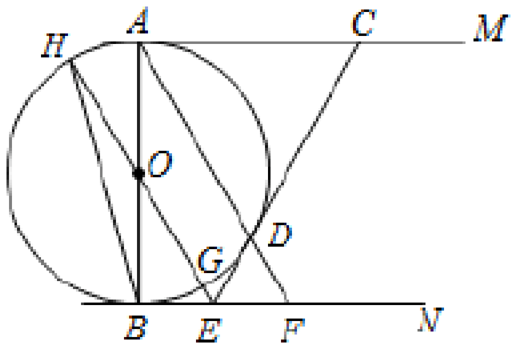


图2

（1）求证：CE 是$\odot O$ 的切线；

（2）求证：$BE=EF$；

（3）如图 2，连接 EO 并延长与$\odot O$ 分别相交于点 G、H，连接 BH．若 $AB=6$，$AC=4$，求 $\tan\angle BHE$．

26．（2020•孝感）已知 ΔABC 内接于 $\odot O$，$AB=AC$，$\angle ABC$ 的平分线与$\odot O$ 交于点 D，与 AC 交于点 E，连接 CD 并延长与$\odot O$ 过点 A 的切线交于点 F，记 $\angle BAC=\alpha$．

（1）如图 1，若 $\alpha=60^\circ$，

①直接写出 $\dfrac{DF}{DC}$ 的值为____；

②当$\odot O$ 的半径为 2 时，直接写出图中阴影部分的面积为____；

（2）如图 2，若 $\alpha<60^\circ$，且 $\dfrac{DF}{DC}=\dfrac{2}{3}$，$DE=4$，求 BE 的长．

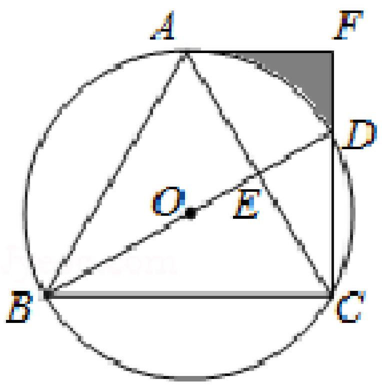


图1

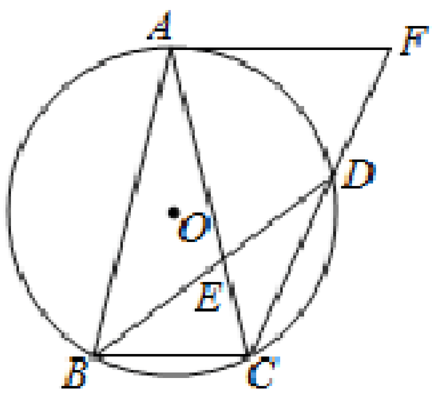


图2