

2024 届河北省徐水综合高中高三第三次测评数学试卷

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(x+4)$, 且 $x \in (0, 1]$ 时,

$$f(x) = \log_2(x+1), \text{ 则 } f(2018) + f(2019) = (\quad)$$

- A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

2. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x+y \geq -1 \\ x-2y \leq -1 \\ 2x-y-1 \leq 0 \end{cases}$, 则 $2x-3y+4$ 的最大值为 ()

- A. -1 B. -2 C. 3 D. 2

3. 要得到函数 $y = \frac{1}{2} \cos x$ 的图象, 只需将函数 $y = \frac{1}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象上所有点的 ()

- A. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
B. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
C. 横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
D. 横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 再向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

4. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x) & x \leq 0 \\ f(x-5) & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(2019) = ()$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

5. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $y = f(x-1)$ 的图象关于 $x=1$ 对称, 若实数 a 满足

$$f\left(\log_{\frac{1}{2}} a\right) < f(-2), \text{ 则 } a \text{ 的取值范围是 } (\quad)$$

- A. $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ B. $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$ C. $\left(\frac{1}{4}, 4\right)$ D. $(4, +\infty)$

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & 0 < x \leq e^2 \\ e^2 + 2 - x, & x > e^2 \end{cases}$, 存在实数 $x_1 < x_2 < x_3$, 使得 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$, 则 $\frac{f(x_1)}{x_2}$ 的最大值为 ()

- A. $\frac{1}{e}$ B. $\frac{1}{\sqrt{e}}$ C. $\frac{1}{2\sqrt{e}}$ D. $\frac{1}{e^2}$

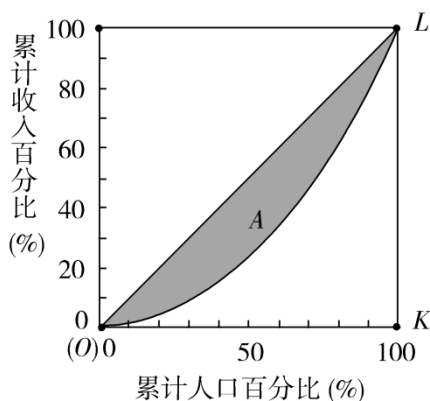
7. 已知直线 m, n 和平面 α , 若 $m \perp \alpha$, 则“ $m \perp n$ ”是“ $n // \alpha$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 不充分不必要

8. 在平面直角坐标系中, 经过点 $P(2\sqrt{2}, -\sqrt{2})$, 渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{2}x$ 的双曲线的标准方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ B. $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{14} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$ D. $\frac{y^2}{14} - \frac{x^2}{7} = 1$

9. 为了研究国民收入在国民之间的分配, 避免贫富过分悬殊, 美国统计学家劳伦茨提出了著名的劳伦茨曲线, 如图所示. 劳伦茨曲线为直线 OL 时, 表示收入完全平等. 劳伦茨曲线为折线 OKL 时, 表示收入完全不平等. 记区域 A 为不平等区域, a 表示其面积, S 为 $\triangle OKL$ 的面积, 将 $Gini = \frac{a}{S}$ 称为基尼系数.



对于下列说法:

- ① Gini 越小, 则国民分配越公平;
 ② 设劳伦茨曲线对应的函数为 $y = f(x)$, 则对 $\forall x \in (0,1)$, 均有 $\frac{f(x)}{x} > 1$;
 ③ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为 $y = x^2 (x \in [0,1])$, 则 $Gini = \frac{1}{4}$;
 ④ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为 $y = x^3 (x \in [0,1])$, 则 $Gini = \frac{1}{2}$.

其中正确的是:

- A. ①④ B. ②③ C. ①③④ D. ①②④

10. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , P 为抛物线上一点, $A(1,1)$, 当 $\triangle PAF$ 周长最小时, PF 所在直线的斜率为 ()

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

11. 若直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 P 、 Q 两点，且 $\angle POQ=120^\circ$ (其中 O 为坐标原点)，则 k 的值为()

- A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$

12. 在复平面内， $\frac{3+i}{1-i}$ 复数 (i 为虚数单位) 的共轭复数对应的点位于 ()

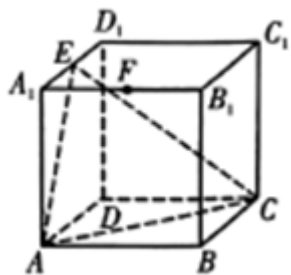
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若点 $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$ 在直线 $y=2x$ 上，则 $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{2})$ 的值等于_____.

14. (5 分) 已知 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) = -\frac{4}{5}$ ，且 $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ ，则 $2\cos^2 \alpha + \sqrt{2}\sin(2\alpha - \frac{\pi}{4})$ 的值是_____.

15. 如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 、 F 分别是棱 A_1D_1 、 A_1B_1 的中点， P 是侧面正方形 BCC_1B_1 内一点 (含边界)，若 $FP \parallel$ 平面 AEC ，则线段 A_1P 长度的取值范围是_____.



16. 已知盒中有 2 个红球，2 个黄球，且每种颜色的两个球均按 A 、 B 编号，现从中摸出 2 个球 (除颜色与编号外球没有区别)，则恰好同时包含字母 A 、 B 的概率为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_1 + a_3 = 10$ ， $a_4 = 24$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分) 设函数 $f(x) = \sin(\frac{\omega x}{3} - \frac{\pi}{6}) - 2\cos^2 \frac{\omega x}{6} + 1$ ($\omega > 0$)，直线 $y = \sqrt{3}$ 与函数 $f(x)$ 图象相邻两交点的距离为 2π .

(I) 求 ω 的值；

(II) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ，若点 $(\frac{B}{2}, 0)$ 是函数 $y = f(x)$ 图象的一个对称中心，且 $b = 5$

, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

19. (12分) 求下列函数的导数:

(1) $f(x) = e^{-0.05x+1}$

(2) $f(x) = (\sin 2x + 1)^2$

20. (12分) 已知函数 $f(x) = (x+2)\ln(x+1) - ax (a \in R)$

(I) 若 $a=1$, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 若 $f(x) \geq 0$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(III) 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + 3n - 1$, $b_n = \frac{4}{a_n}$, 求证: 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n < \ln(n+1)(n+2)$.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{ax^2}{e^x}$, 直线 $y = \frac{1}{e}x$ 为曲线 $y = f(x)$ 的切线 (e 为自然对数的底数).

(1) 求实数 a 的值;

(2) 用 $\min\{m, n\}$ 表示 m, n 中的最小值, 设函数 $g(x) = \min\left\{f(x), x - \frac{1}{x}\right\} (x > 0)$, 若函数

$h(x) = g(x) - cx^2$ 为增函数, 求实数 c 的取值范围.

22. (10分) 若关于 x 的方程 $x^2 + (m-2)x + 5 - m = 0$ 的两根都大于 2, 求实数 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

$f(x) = f(x+4)$ 说明函数是周期函数, 由周期性把自变量的值变小, 再结合奇偶性计算函数值.

【详解】

由 $f(x) = f(x+4)$ 知函数 $f(x)$ 的周期为 4, 又 $f(x)$ 是奇函数,

$f(2) = f(-2)$, 又 $f(-2) = -f(2)$, $\therefore f(2) = 0$,

$\therefore f(2018) + f(2019) = f(2) + f(3) = 0 + f(-1) = 0 - f(1) = -1$.

故选: D.

【点睛】

本题考查函数的奇偶性与周期性, 掌握周期性与奇偶性的概念是解题基础.

2、C

【解析】

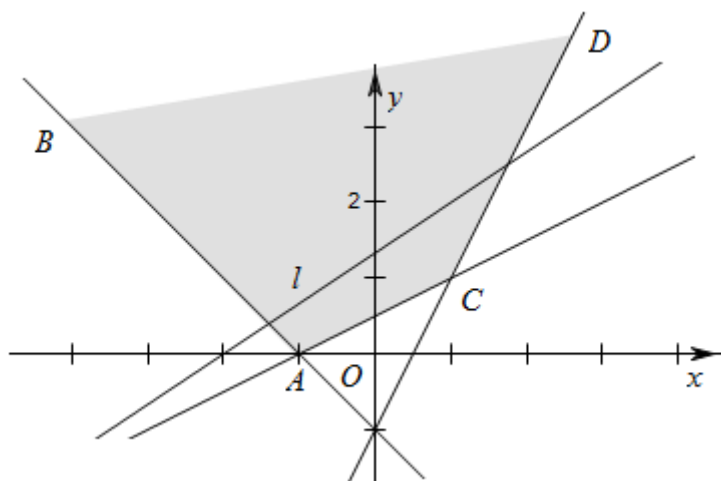
作出可行域, 直线目标函数对应的直线 l , 平移该直线可得最优解.

【详解】

作出可行域, 如图由射线 AB , 线段 AC , 射线 CD 围成的阴影部分 (含边界), 作直线 $l: 2x - 3y + 4 = 0$, 平移直线

l , 当 l 过点 $C(1,1)$ 时, $z = 2x - 3y + 4$ 取得最大值 1.

故选: C.



【点睛】

本题考查简单的线性规划问题, 解题关键是作出可行域, 本题要注意可行域不是一个封闭图形.

3、C

【解析】

根据三角函数图像的变换与参数之间的关系, 即可容易求得.

【详解】

为得到 $y = \frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$,

将 $y = \frac{1}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变),

故可得 $y = \frac{1}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$;

再将 $y = \frac{1}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度,

故可得 $y = \frac{1}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \cos x$.

故选: C.

【点睛】

本题考查三角函数图像的平移, 涉及诱导公式的使用, 属基础题.

4、C

【解析】

推导出 $f(2019) = f(403 \times 5 + 4) = f(4) = f(-1) = \log_2 2$, 由此能求出 $f(2019)$ 的值.

【详解】

\because 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x) & x \leq 0 \\ f(x-5) & x > 0 \end{cases}$,

$\therefore f(2019) = f(403 \times 5 + 4) = f(4) = f(-1) = \log_2 2 = 1$, 故选 C.

【点睛】

本题主要考查函数值的求法, 解题时要认真审题, 注意函数性质的合理运用, 属于中档题.

5、C

【解析】

根据题意, 由函数的图象变换分析可得函数 $y = f(x)$ 为偶函数, 又由函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 分

析可得 $f\left(\log_{\frac{1}{2}} a\right) < f(-2) \Rightarrow f(|\log_2 a|) < f(2) \Rightarrow |\log_2 a| < 2$, 解可得 a 的取值范围, 即可得答案.

【详解】

将函数 $y = f(x-1)$ 的图象向左平移 1 个单位长度可得函数 $y = f(x)$ 的图象,

由于函数 $y = f(x-1)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 则函数 $y = f(x)$ 的图象关于 y 轴对称,

即函数 $y = f(x)$ 为偶函数，由 $f\left(\log_{\frac{1}{2}} a\right) < f(-2)$ ，得 $f(|\log_2 a|) < f(2)$ ，

Q 函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增，则 $|\log_2 a| < 2$ ，得 $-2 < \log_2 a < 2$ ，解得 $\frac{1}{4} < a < 4$ 。

因此，实数 a 的取值范围是 $\left(\frac{1}{4}, 4\right)$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查利用函数的单调性与奇偶性解不等式，注意分析函数 $y = f(x)$ 的奇偶性，属于中等题。

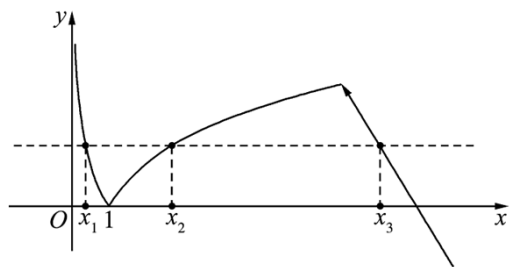
6、A

【解析】

画出分段函数图像，可得 $x_1 x_2 = 1$ ，由于 $\frac{f(x_1)}{x_2} = \frac{f(x_2)}{x_2} = \frac{\ln x_2}{x_2}$ ，构造函数 $g(x) = \frac{\ln x}{x}$ ，利用导数研究单调性，分

析最值，即得解。

【详解】



由于 $0 < x_1 < 1 < x_2 < e^2 < x_3 < e^2 + 2$ ，

$$-\ln x_1 = \ln x_2 \Rightarrow x_1 x_2 = 1,$$

$$\text{由于 } \frac{f(x_1)}{x_2} = \frac{f(x_2)}{x_2} = \frac{\ln x_2}{x_2},$$

$$\text{令 } g(x) = \frac{\ln x}{x}, \quad x \in (1, e^2),$$

$$g'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} \Rightarrow g(x) \text{ 在 } (1, e) \uparrow, (e, e^2) \downarrow$$

$$\text{故 } g(x)_{\max} = g(e) = \frac{1}{e}.$$

故选：A

【点睛】

本题考查了导数在函数性质探究中的应用，考查了学生数形结合，转化划归，综合分析，数学运算的能力，属于较难题.

7、B

【解析】

由线面关系可知 $m \perp n$ ，不能确定 n 与平面 α 的关系，若 $n // \alpha$ 一定可得 $m \perp n$ ，即可求出答案.

【详解】

Q $m \perp \alpha, m \perp n$,

不能确定 $n \subset \alpha$ 还是 $n \not\subset \alpha$,

$\therefore m \perp n \not\Rightarrow n // \alpha$,

当 $n // \alpha$ 时，存在 $a \subset \alpha$ ， $n // a$,

由 $m \perp \alpha \Rightarrow m \perp a$,

又 $n // a$, 可得 $m \perp n$,

所以“ $m \perp n$ ”是“ $n // \alpha$ ”的必要不充分条件，

故选：B

【点睛】

本题主要考查了必要不充分条件，线面垂直，线线垂直的判定，属于中档题.

8、B

【解析】

根据所求双曲线的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{2}x$ ，可设所求双曲线的标准方程为 $2x^2 - y^2 = k$ 。再把点 $(2\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ 代入，求得 k 的值，可得要求的双曲线的方程.

【详解】

\because 双曲线的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{2}x$, \therefore 设所求双曲线的标准方程为 $2x^2 - y^2 = k$. 又 $(2\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ 在双曲线上，则

$k = 16 - 2 = 14$, 即双曲线的方程为 $2x^2 - y^2 = 14$, \therefore 双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{14} = 1$

故选：B

【点睛】

本题主要考查用待定系数法求双曲线的方程，双曲线的定义和标准方程，以及双曲线的简单性质的应用，属于基础题.

9、A

【解析】

对于①，根据基尼系数公式 $Gini = \frac{a}{S}$ ，可得基尼系数越小，不平等区域的面积 a 越小，国民分配越公平，所以①正确.

对于②，根据劳伦茨曲线为一条凹向横轴的曲线，由图得 $\forall x \in (0,1)$ ，均有 $f(x) < x$ ，可得 $\frac{f(x)}{x} < 1$ ，所以②错误.对

于③，因为 $a = \int_0^1 (x - x^2) dx = (\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3)|_0^1 = \frac{1}{6}$ ，所以 $Gini = \frac{a}{S} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$ ，所以③错误.对于④，因为

$a = \int_0^1 (x - x^3) dx = (\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4)|_0^1 = \frac{1}{4}$ ，所以 $Gini = \frac{a}{S} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ ，所以④正确.故选 A.

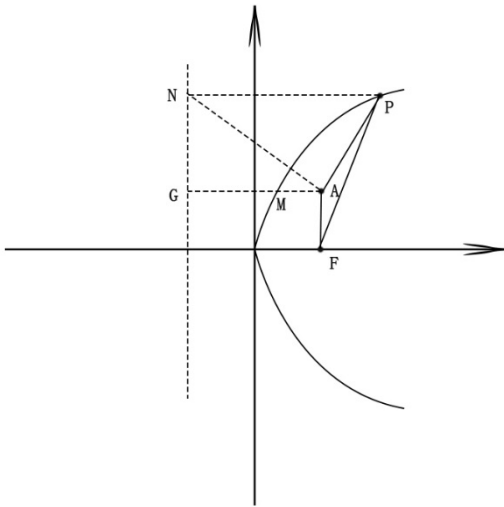
10、A

【解析】

本道题绘图发现三角形周长最小时 A,P 位于同一水平线上，计算点 P 的坐标，计算斜率，即可.

【详解】

结合题意，绘制图像



要计算三角形 PAF 周长最小值，即计算 PA+PF 最小值，结合抛物线性质的可知，PF=PN，所以

$PF + PA = PA + PN \geq AN \geq AG$ ，故当点 P 运动到 M 点处，三角形周长最小，故此时 M 的坐标为 $(\frac{1}{4}, 1)$ ，所以斜

率为 $k = \frac{1-0}{\frac{1}{4}-1} = -\frac{4}{3}$ ，故选 A.

【点睛】

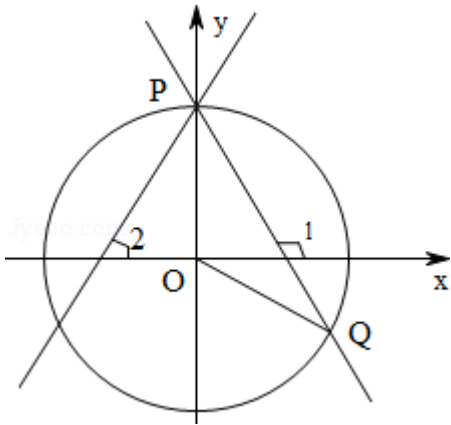
本道题考查了抛物线的基本性质，难度中等.

【解析】

直线过定点，直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 P、Q 两点，且 $\angle POQ=120^\circ$ （其中 O 为原点），可以发现 $\angle QOx$ 的大小，求得结果.

【详解】

如图，直线过定点 $(0, 1)$,



$\because \angle POQ=120^\circ \therefore \angle OPQ=30^\circ, \Rightarrow \angle 1=120^\circ, \angle 2=60^\circ,$

\therefore 由对称性可知 $k=\pm\sqrt{3}$.

故选 C.

【点睛】

本题考查过定点的直线系问题，以及直线和圆的位置关系，是基础题.

12、D

【解析】

将复数化简得 $z=1+2i, \bar{z}=1-2i$, 即可得到对应的点为 $(1, -2)$, 即可得出结果.

【详解】

$$z = \frac{3+i}{1-i} = \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+2i \Rightarrow \bar{z} = 1-2i, \text{ 对应的点位于第四象限.}$$

故选: D.

【点睛】

本题考查复数的四则运算,考查共轭复数和复数与平面内点的对应,难度容易.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、 $-\frac{4}{5}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/285144032011012012>