

# 2024年吉林省吉林市初中毕业年级第二次阶段性教学质量检测

## 数学试题

学校:\_\_\_\_\_姓名:\_\_\_\_\_班级:\_\_\_\_\_考号:\_\_\_\_\_

### 一、单选题

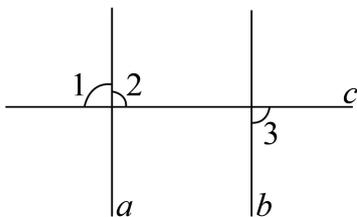
1. 下列各数中是无理数的是 ( )

- A.  $-1$                       B.  $0$                       C.  $\frac{22}{7}$                       D.  $\pi$

2. 下列四种体育用球的主视图、左视图和俯视图都相同的是 ( )

- A.  羽毛球    B.  乒乓球    C.  橄榄球    D.  冰球

3. 如图, 直线  $a, b$  被直线  $c$  所截,  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ . 下列说法错误的是 ( )



- A.  $\angle 1 = 90^\circ$                       B.  $b \perp c$                       C.  $a \parallel b$                       D.  $\frac{1}{a} \perp \frac{1}{b}$

4. 下列各式运算结果为  $a^6$  的是 ( )

- A.  $a^2 + a^4$                       B.  $a^2 \cdot a^3$                       C.  $a^7 \div a$                       D.  $(a^4)^2$

5. 台湾省, 简称“台”, 是中华人民共和国省级行政区, 省会为台北市. 在地图上如果把城市看作一点, 下列城市与台北市之间的距离最大的是 ( )

- A. 吉林市                      B. 西安市                      C. 海口市                      D. 福州市

6. 中国古代数学名著《算法统宗》里有这样一道题: “隔壁听得客分银, 不知人数不知银. 七两分之多四两, 九两分之少半斤.” 意思是: 有一群人分银子, 如果每人分七两, 则剩余四两; 如果每人分九两, 则还差八两 (注: 明代时一斤等于十六两, 故有半斤八两这个成语). 设共有  $x$  人, 则下列方程正确的是 ( )

- A.  $7x - 4 = 9x + 8$                       B.  $7x + 4 = 9x - 8$   
C.  $\frac{x+4}{7} = \frac{x-8}{9}$                       D.  $\frac{x-4}{7} = \frac{x+8}{9}$

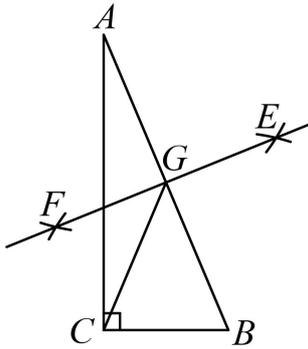
二、填空题

7. 比较大小： $20.24^\circ$  \_\_\_\_\_  $20^\circ 24'$  (填“>”“<”或“=”).

8. 若关于  $x$  和  $y$  的单项式  $x^m y^5$  与  $-5x^2 y^n$  是同类项，则  $m-n =$  \_\_\_\_\_.

9. 不等式组  $\begin{cases} 2x+1 > x \\ 3(x-1) \leq 6 \end{cases}$  的解集为\_\_\_\_\_.

10. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ . 按以下步骤作图：①分别以点  $A$  和点  $B$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}AB$  长为半径画弧，两弧交于  $E, F$  两点；②作直线  $EF$  交  $AB$  于点  $G$ ；③连接  $CG$ . 若  $AC=12$ ,  $BC=5$ , 则  $CG =$  \_\_\_\_\_.



11. 《闻王昌龄左迁龙标遥有此寄》是唐代大诗人李白的诗作，笑笑默写该诗如图所示. 如果用  $(1,4)$  表示“杨”字的位置，那么图中错别字的位置表示为\_\_\_\_\_.

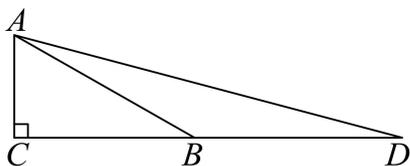
4	杨	花	落	尽	子	规	啼	,
3	闻	到	龙	标	过	五	溪	.
2	我	寄	愁	心	与	明	月	,
1	随	君	直	到	夜	郎	西	.
	1	2	3	4	5	6	7	8

12. 高斯被认为是历史上最杰出的数学家之一，享有“数学王子”的美誉，函数  $y=[x]$  称为取整函数，也称高斯函数，即  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数，例如  $[-0.6] = -1, [2] = 2$ , 则

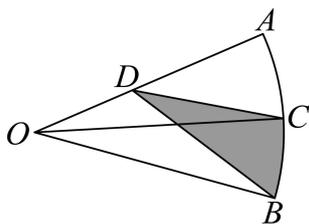
$$[-2\sqrt{7}] = \underline{\hspace{2cm}}.$$

13. 构建几何图形解决代数问题体现的是数形结合思想. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ . 延长线段  $CB$  到点  $D$ , 使  $BD = AB$ , 连接  $AD$ , 可得  $\angle D = 15^\circ$ , 所以

$\angle CAD = 75^\circ$ . 利用此图形可以得出  $\tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$ . 通过类比这种方法, 可以得出  $\tan 67.5^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ .



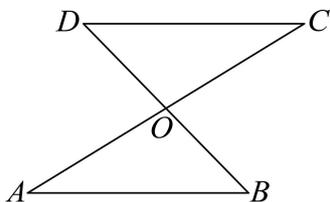
14. 如图, 在扇形  $OAB$  中,  $OC$  平分  $\angle AOB$  交  $\widehat{AB}$  于点  $C$ , 点  $D$  为半径  $OA$  上一动点, 连接  $BD$ ,  $CD$ . 若  $\angle AOB = 40^\circ, OB = 9$ , 则阴影部分图形周长的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$  (结果保留  $\pi$ ).



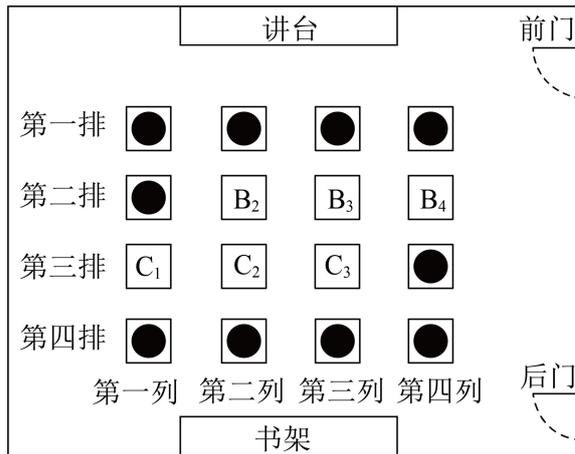
### 三、解答题

15. 先化简, 再求值:  $(x+2y)^2 - (x+2y)(x-2y)$ , 其中  $x = \frac{1}{4}$ ,  $y = -1$ .

16. 如图,  $AC$  和  $BD$  相交于点  $O$ ,  $OA = OC$ ,  $OB = OD$ , 求证:  $\angle A = \angle C$ .



17. 为了提高教育教学质量, 吉林市某中学数学教研组召开了一次教研工作会. 在如图所示的场地里摆放了 16 把椅子, 每个方框代表一把椅子, 横为排, 竖为列, 其中圆点表示已有 10 位老师入座, 又有郝老师和所老师两位老师随机入座. 根据会议安排, 郝老师需要坐第二排, 所老师需要坐第三排. 假设这两位老师在每一排选择座位的可能性相同, 请用画树状图或列表法求两位老师刚好坐同一列的概率.



18. 根据图中两姐妹的对话记录，求姐姐购买一部华为手机 *MateX2* 的预算为多少元？

姐，你之前提到的，要送给妈妈的礼物买了吗？



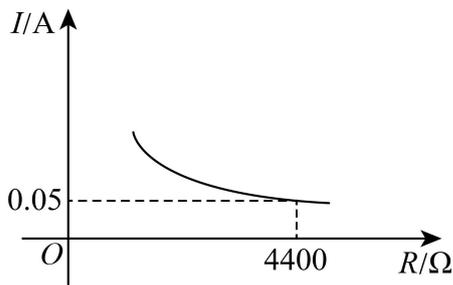
你说的是华为手机 *Mate X2* 吧，我还没有买，因为它的售价要比我的预算还要多 580 元 😞

现在购买它，可以享受 9 折优惠 😊



太好了，这样的话比我的预算还要少 178 元 😊

19. 某款亮度可调节的台灯，其灯光亮度的改变，可以通过调节总电阻控制电流的变化来实现。该台灯的电流  $I$  (单位: A) 与电阻  $R$  (单位:  $\Omega$ ) 是反比例函数关系，它的图象如图所示。



(1) 求台灯的电流  $I$  (A) 关于电阻  $R$  ( $\Omega$ ) 的函数解析式。

(2) 当  $3520 \leq R \leq 4400$  时，求  $I$  的取值范围。

20. 如图 1、图 2 均是由边长为 1 的小正方形组成的网格，每个小正方形的顶点称为格点，矩形  $ABCD$  的顶点均在格点上。在给定的网格中，只用无刻度的直尺画图，不要求写画法。



图1

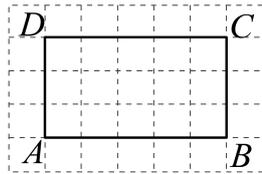


图2

(1)在图1中,在 $CD$ 上找一点 $M$ ,连接 $BM$ ,使得 $BM = AB$ ,

(2)在图2中,在 $CD$ 上找一点 $N$ ,连接 $AN, BN$ ,使得 $BN$ 平分 $\angle ANC$ .

21. 如图1是汽车内常备的千斤顶,图2是它的平面示意图,四边形 $ABCD$ 是菱形,中间通过螺杆 $BD$ 连接,转动手柄可改变线段 $BD$ 的长度,同时改变 $\angle ADC$ 的大小(菱形的边长不变),从而改变千斤顶的高度(即点 $A$ 与点 $C$ 之间的距离).经测量, $AD = 20\text{cm}$ .



图1

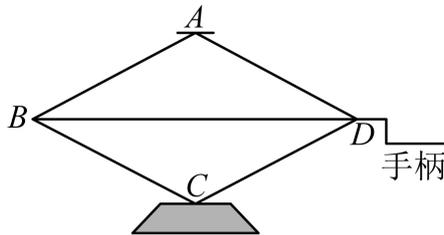


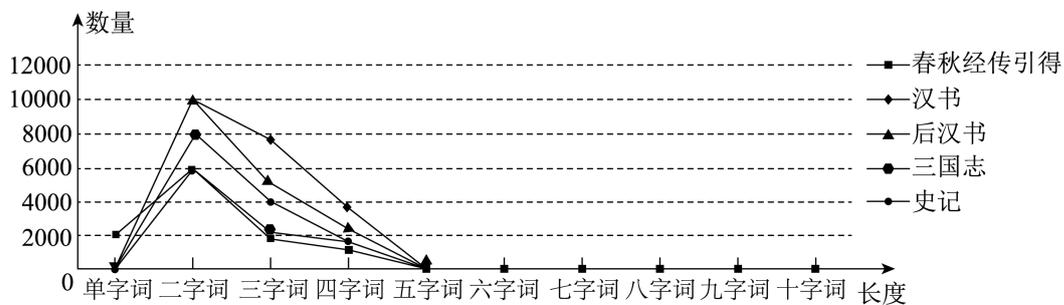
图2

(1)当 $\angle ADC = 20^\circ$ 时,求 $AC$ 的长(结果保留整数).

(2) $\angle ADC$ 从 $20^\circ$ 增加到 $60^\circ$ 时,这个千斤顶高度升高了\_\_\_\_\_cm(结果保留整数). (参考数据:  $\sin 10^\circ \approx 0.17$ ,  $\cos 10^\circ \approx 0.98$ ,  $\tan 10^\circ \approx 0.18$ )

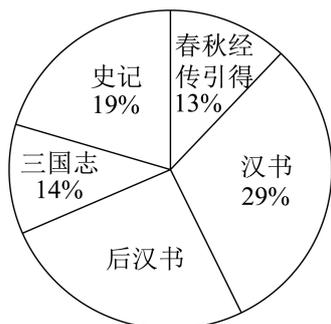
22. 小婷利用统计知识分析《春秋经传引得》《三国志》《汉书》《后汉书》《史记》五本古文经典和某期现代汉语文本《人民日报》的词汇长度、词汇数量(单位:个)分布情况,研究古人与现代人在撰写文章时的用词习惯,由于十字词以上的词汇数量过少,所以不做研究.下面给出了部分信息:

a. 五本古文经典的词汇长度折线图:

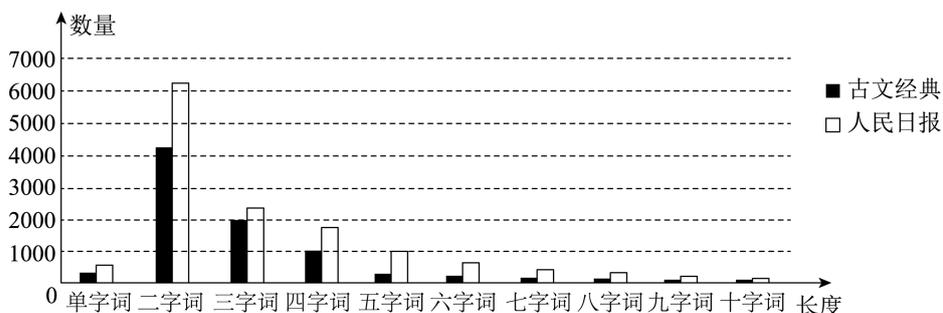


b.

五本古文经典的词汇数量扇形图:



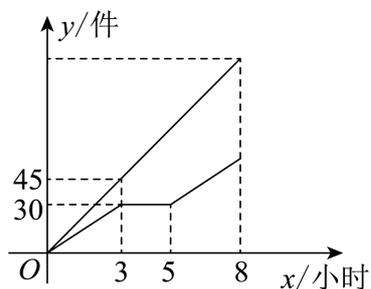
c. 五本古文经典和《人民日报》的词汇长度条形图:



根据以上信息，回答下列问题:

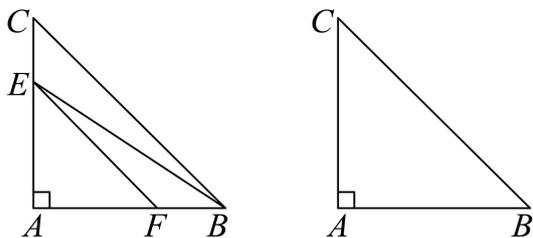
- 五本古文经典中词汇长度数量最多的是\_\_\_\_\_字词，其次是三字词。
- 《后汉书》共出现词汇19036个，计算五本古文经典的词汇数量总数为多少个。
- 通过分析古今的词汇长度、词汇数量分布情况，说明古人与现代人在撰写文章时用词习惯的共同点（写出一条即可）。

23. 随着科技的进步，传统的人工生产方式开始向自动化和智能化转变。某工厂工人每日上午下午各工作3小时，中间休息2小时。假设每名工人和每台机器人工作时的效率不变，一台机器人每日工作量 $y_1$ （件），一名工人每日工作量 $y_2$ （件）分别与机器人工作时间 $x$ （小时）之间的函数关系如图所示。



- 机器人的工作效率为\_\_\_\_\_件/小时。
  - 当 $5 \leq x \leq 8$ 时，求 $y_2$ 关于 $x$ 的函数解析式。
  - 当 $x=8$ 时，一台机器人比一名工人多生产\_\_\_\_\_件产品。
24. 如图，在等腰直角三角形 $ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ， $AB=4\text{cm}$ 。动点 $E, F$ 分别从点 $A, B$ 同时出发，点 $E$ 沿折线 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 向终点 $B$ 运动，在 $AC$ 上的速度为 $2\text{cm/s}$ ，在 $CB$ 上的速度

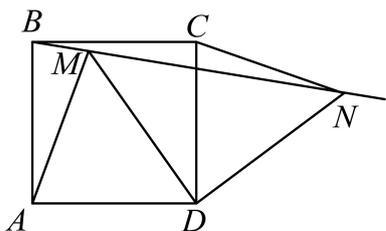
为  $2\sqrt{2}$  cm/s, 点  $F$  以 1cm/s 的速度沿线段  $BA$  向终点  $A$  运动, 连接  $EF$ ,  $BE$ . 设运动时间为  $x$  (s),  $\triangle BEF$  的面积为  $y$  ( $\text{cm}^2$ ) ( $y > 0$ ).



备用图

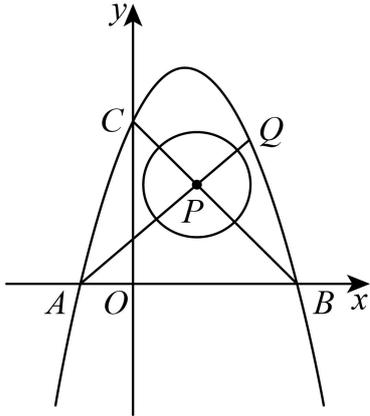
- (1)  $AE$  的长为 \_\_\_\_\_ cm (用含  $x$  的代数式表示).
- (2) 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出  $x$  的取值范围.
- (3) 当  $\triangle BEF$  为钝角三角形时, 直接写出  $x$  的取值范围.

25. 如图, 四边形  $ABCD$  是边长为 5 正方形, 线段  $AB$  绕点  $A$  顺时针旋转到  $AM$  处, 旋转角为  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ), 连接  $BM$ , 点  $N$  在射线  $BM$  上, 连接  $CN$ , 使  $CN = BC$ , 连接  $DM$ ,  $DN$ .



- (1) ① 当  $\alpha = 20^\circ$  时,  $\angle DCN =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .
- ②  $\angle DCN =$  \_\_\_\_\_ (用含有  $\alpha$  的代数式表示).
- (2) 求证:  $MN = \sqrt{2}DM$  (可直接利用问题 (1) 中 ② 的结论).
- (3) 连接  $CM$ , 当  $CM \perp BN$  时, 直接写出  $DM$  的长.

26. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $O$  为坐标原点, 抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  与  $y$  轴交于点  $C$ , 与  $x$  轴交于  $A(-1, 0), B(3, 0)$  两点, 连接  $BC$ . 点  $Q$  为线段  $BC$  上方抛物线上任意一点, 连接  $AQ$  交  $BC$  于点  $P$ , 以点  $P$  为圆心作圆.



(1)求抛物线的解析式及点  $C$  的坐标.

(2)当点  $B$  和点  $C$  同时在  $\odot P$  上时.

①直接写出点  $O$  与  $\odot P$  的位置关系.

②求点  $Q$  的坐标.

(3)当点  $Q$  在  $\odot P$  上, 且  $\frac{PQ}{AP}$  的值最大时, 直接写出连接点  $A$  与  $\odot P$  上各点的所有线段中, 最短线段的长度.

参考答案:

1. D

【分析】根据无理数的定义，“无限不循环的小数是无理数”逐个分析判断即可.

【详解】解：在  $-1, 0, \frac{22}{7}, \pi$  中，

$-1, 0, \frac{22}{7}$  是有理数， $\pi$  是无理数，

故选：D.

【点睛】本题考查了无理数，解答本题的关键掌握无理数的三种形式：①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有  $\pi$  的数.

2. B

【分析】本题主要考查了简单几何体的三视图. 分别找到每个选项的三视图，即可求解.

【详解】解：A、C、D 选项的主视图、左视图或俯视图不尽相同，都不符合题意；

B 选项的主视图、左视图和俯视图都是圆，故本选项符合题意；

故选：B.

3. D

【分析】本题考查了垂直的判定，平行线的判定和性质，掌握平行线的判定和性质是解题的关键.

根据  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$  可得， $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 90^\circ$ ，由此即可求解.

【详解】解： $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 90^\circ$ ，故 A 正确；

$\therefore b \perp c$ ，故 B 正确；

$\because a \perp c$ ，

$\therefore a \parallel b$ ，故 C 正确，

$\therefore$  D 错误，

故选：D .

4. C

【分析】本题考查了合并同类项，同底数幂的乘方，同底数幂的除法，幂的乘方，根据以上运算法则进行计算即可求解.

【详解】解：A.  $a^2 + a^4 \neq a^6$ ，故该选项不符合题意；

B.  $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故该选项不符合题意；

C.  $a^7 \div a = a^6$ ，故该选项符合题意；

D.  $(a^4)^2 = a^8$ ，故该选项不符合题意；

故选：C.

5. A

【分析】本题考查了点与点之间的距离，根据点与点之间的距离并结合生活常识即可得出答案.

【详解】解：在地图上如果把城市看作一点，与台北市之间的距离最大的是吉林市，

故选：A.

6. B

【分析】题考查了由实际问题抽象出一元一次方程、设有  $x$  人分银子，根据“如果每人分七两，则剩余四两；如果每人分九两，则还差八两”，结合所分银子数量不变，即可列出关于  $x$  的一元一次方程.

【详解】解：设有  $x$  人分银子，

根据题意得：  $7x + 4 = 9x - 8$ ，

故选：B.

7. <

【分析】本题考查了角度换算，角度比较大小，换算  $20^\circ 24' = 20.4^\circ$  进行比较，即可求解；

掌握  $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ$  是解题的关键.

【详解】解：  $24' = \left(\frac{24}{60}\right)^\circ = 0.4^\circ$ ，

$\therefore 20^\circ 24' = 20.4^\circ$ ，

$\therefore 20.24^\circ < 20.4^\circ$ ，

$\therefore 20.24^\circ < 20.24'$ ，

故答案：<.

8. -3

【分析】本题考查了同类项，代数式求值，根据同类项的定义求出  $m$ 、 $n$  的值，再代入代数式计算即可求解，掌握同类项的定义是解题的关键.

【详解】解： $\because$  单项式  $x^m y^5$  与  $-5x^2 y^n$  是同类项，

$\therefore m = 2$ ， $n = 5$ ，

$$\therefore m-n=2-5=-3,$$

故答案为：-3.

9.  $-1 < x \leq 3$

【分析】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键. 分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

$$\text{【详解】解：} \begin{cases} 2x+1 > x \text{①} \\ 3(x-1) \leq 6 \text{②} \end{cases},$$

解不等式①得：  $x > -1$ ,

解不等式②得：  $x \leq 3$ ,

$\therefore$ 不等式组的解集为：  $-1 < x \leq 3$ ,

故答案为：  $-1 < x \leq 3$ .

10.  $\frac{13}{2}$

【分析】本题考查了作图-复杂作图，勾股定理，直角三角形的性质，解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作. 先根据勾股定理求出  $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 13$ ，由作法得  $MN$  垂直平分  $AB$ ，点  $G$  为  $AB$  的中点，根据直角三角形斜边的中线等于斜边的一半求出结果即可.

【详解】解：  $\because \angle ACB = 90^\circ$ ，  $AC = 12$ ，  $BC = 5$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 13,$$

由作法得  $MN$  垂直平分  $AB$ ，

$\therefore G$  为  $AB$  的中点，

$$\therefore CG = \frac{1}{2}AB = \frac{13}{2}.$$

故答案为：  $\frac{13}{2}$ .

11. (2,3)

【分析】本题主要考查坐标与位置，先找出诗句中的错别字“到”，再确定位置即可

【详解】解：《闻王昌龄左迁龙标遥有此寄》诗句中的错别字是“闻到龙标过五溪”中的“到”，

应为“道”，其坐标为(2,3)，

故答案为：(2,3)

12. -6

【分析】本题考查无理数的估算，先估算出 $-2\sqrt{7}$ 的范围，即可求解.

【详解】解： $-2\sqrt{7} = -\sqrt{28}$ ，

$$\because 25 < 28 < 36,$$

$$\therefore 5 < \sqrt{28} < 6,$$

$$\therefore -6 < -\sqrt{28} < -5 \text{ 即 } -6 < -2\sqrt{7} < -5,$$

$$\therefore [-2\sqrt{7}] = -6$$

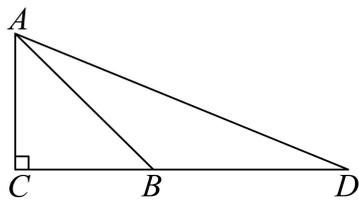
故答案为：-6.

13.  $1 + \sqrt{2} / \sqrt{2} + 1$

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，锐角三角函数的计算方法，掌握锐角三角函数的计算方法是解题的关键.

根据题意，构造等腰直角三角形 $ABC$ ，等腰三角形 $ABD$ ，根据锐角三角函数的计算方法即可求解.

【详解】解：如图所示，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $CA = CB$ ，延长 $CB$ 到点 $D$ ，使得 $BD = BA$ ，



$$\therefore \angle CAB = \angle CBA = 45^\circ, \quad \angle BAD = \angle D = \frac{1}{2} \angle CBA = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = 45^\circ + 22.5^\circ = 67.5^\circ,$$

设 $CA = CB = a$ ，则 $AB = BD = \sqrt{2}a$ ，

$$\therefore CD = CB + BD = a + \sqrt{2}a,$$

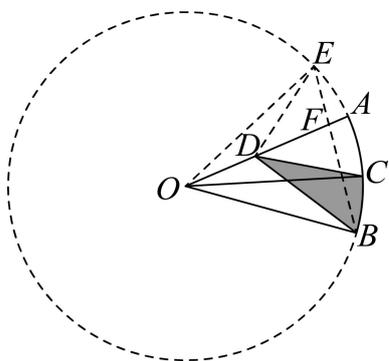
$$\therefore \tan \angle CAD = \frac{CD}{CA} = \frac{a + \sqrt{2}a}{a} = 1 + \sqrt{2},$$

故答案为： $1 + \sqrt{2}$  .

14.  $9 + \pi / \pi + 9$

【分析】本题主要考查了轴对称的性质，轴对称的性质，求弧长，等边三角形的判定和性质，在 $\odot O$ 上取 $\widehat{AE} = \widehat{AC}$ ，连接 $OE$ ， $BE$ ，则 $BE$ 与 $OA$ 交于点 $F$ ，连接 $DE$ ，证明点 $C$ 与点 $E$ 关于 $OA$ 对称，得出 $CD = DE$ ，得出 $BD + DC = BD + DE$ ，求出 $l_{\widehat{BC}} = \frac{20 \times 9\pi}{180} = \pi$ ，得出 $BD + DE$ 最小时， $BD + DC$ 最小时，阴影部分周长最小，根据两点之间线段最短，得出当 $B$ 、 $D$ 、 $E$ 三点共线时， $BD + DE$ 最小，即阴影部分周长最小，求出最小值即可。

【详解】解：在 $\odot O$ 上取 $\widehat{AE} = \widehat{AC}$ ，连接 $OE$ ， $BE$ ，则 $BE$ 与 $OA$ 交于点 $F$ ，连接 $DE$ ，如图所示：



$\because OC$  平分  $\angle AOB$  交  $\widehat{AB}$  于点  $C$ ，

$\therefore \angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB = 20^\circ$ ，

$\because \widehat{AE} = \widehat{AC}$ ，

$\therefore \angle AOE = \angle AOC = 20^\circ$ ，

$\because OC = OE$ ，

$\therefore$  点  $C$  与点  $E$  关于  $OA$  对称，

$\therefore CD = DE$ ，

$\therefore BD + DC = BD + DE$ ，

$\because l_{\widehat{BC}} = \frac{20 \times 9\pi}{180} = \pi$ ，

$\therefore$  当  $BD + DC$  最小时，阴影部分周长最小，

$\because BD + DC = BD + DE$ ，

$\therefore BD + DE$  最小时， $BD + DC$  最小时，阴影部分周长最小，

$\because$  两点之间线段最短，

$\therefore$  当  $B$ 、 $D$ 、 $E$  三点共线时， $BD + DE$  最小，即阴影部分周长最小，

$\therefore$  当点  $D$  在点  $F$  处时， $BD + DE$  最小，且最小值为  $BE$ ，

$$\because \angle BOE = \angle AOB + \angle AOE = 60^\circ,$$

$$\text{又} \because OB = OE,$$

$\therefore \triangle OBE$  为等边三角形,

$$\therefore BE = OB = 9,$$

$\therefore$  阴影部分周长最小值为  $9 + \pi$ .

故答案为:  $9 + \pi$ .

15.  $8y^2 + 4xy$ , 7

【分析】本题考查了整式的四则混合运算与化简求值; 根据完全平方公式与平方差公式进行化简, 然后将字母的值代入求解, 即可解题.

【详解】解: 原式  $= x^2 + 4xy + 4y^2 - (x^2 - 4y^2)$ ,

$$= 8y^2 + 4xy.$$

当  $x = \frac{1}{4}$ ,  $y = -1$  时,

$$\text{原式} = 8 \times (-1)^2 + 4 \times \frac{1}{4} \times (-1) = 7.$$

16. 见解析

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质, 利用 SAS 证明  $\triangle AOB \cong \triangle COD$ , 根据“全等三角形的对应角相等”即可得证.

【详解】证明: 在  $\triangle AOB$  和  $\triangle COD$  中,

$$\begin{cases} OA = OC, \\ \angle AOB = \angle COD, \\ OB = OD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD (\text{SAS}).$$

$$\therefore \angle A = \angle C.$$

17.  $P$  (两位老师坐同一列)  $= \frac{2}{9}$

【分析】本题考查了用列表法 (树状图) 求概率, 根据题意进行列表即可得; 理解题意, 掌握列表法是解题的关键.

【详解】解: 根据题意, 列表如下:

郝老师所老师	$B_2$	$B_3$	$B_4$
--------	-------	-------	-------

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/285224133311011223>