陕西省宝鸡市长岭中学2023-2024学年高二上学期期中考试

数学试题

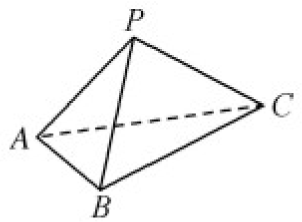
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．直线$x+\sqrt{3}y-2=0$的倾斜角为（   ）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

2．如图，在空间四边形$PABC$中，$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=$（   ）



A．$\overrightarrow{PC}$　　B．$\overrightarrow{PA}$　　C．$\overrightarrow{AB}$　　D．$\overrightarrow{AC}$

3．若$l_1:x-my-1=0$与$l_2:(m-2)x-3y+1=0$是两条不同的直线，则“$m=-1$”是“$l_1 // l_2$”的（   ）

A．充要条件　　B．必要不充分条件

C．充分不必要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．在平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，设$\overrightarrow{AA_1}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{c}$，$M$，$P$分别是$AA_1$，$C_1D_1$的中点，则$\overrightarrow{MP}=$（   ）

A．$\frac{3}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{3}{2}\vec{c}$　　B．$\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$

C．$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　D．$\frac{3}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$

5．中心在原点，焦点在坐标轴上，离心率为$\frac{1}{2}$，且过点$(2,0)$的椭圆方程是（　）

A．$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

B．$\frac{x^2}{4}+y^2=1$或$x^2+\frac{y^2}{4}=1$

C．$\frac{x^2}{4}+\frac{3y^2}{16}=1$

D．$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$或$\frac{x^2}{4}+\frac{3y^2}{16}=1$

6．在空间四边形$OABC$中，$OB=OC$，$\angle AOB=\angle AOC$，则$\cos\left\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC}\right\rangle$的值为（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．0

7．已知圆$x^2-4x+y^2-2y=5$关于直线$2ax+y+b-3=0$（a，b为大于0的数）对称，则

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$的最小值为（　）

A．$\frac{9}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2

8．已知F是椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点，经过原点$O$的直线$l$与椭圆$E$交于

P，Q两点，若$|PF|=3|QF|$，且$\angle PFQ=120°$，则椭圆E的离心率为（　）

A．$\frac{\sqrt{7}}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{7}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{21}}{5}$

二、多选题

9．已知两条平行直线l_1：$x-y+1=0$和l_2：$x-y+m=0$之间的距离小于$\sqrt{2}$，则实数m的值可能为（　）

A．0　　　B．1　　　C．2　　　D．－1

10．过点$P(2,0)$作直线与圆C：$(x-3)^2+(y+3)^2=16$相交于A，B两点，则（　　）

A．弦AB的长度的最小值为$\sqrt{6}$

B．当弦AB最短时弦所在的直线方程为$x+3y-2=0$

C．弦AB的长度的最小值为$2\sqrt{6}$

D．当弦AB最短时弦所在的直线方程为$x-3y-2=0$

11．给出下列命题，其中正确的有（　　）

A．空间任意三个向量都可以作为一组基底

B．已知向量$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则$\vec{a}$、$\vec{b}$与任何向量都不能构成空间的一组基底

C．A、B、M、N是空间四点，若$\overrightarrow{BA}$、$\overrightarrow{BM}$、$\overrightarrow{BN}$不能构成空间的一组基底，则A、B、M、N共面

D．已知$\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$是空间向量的一组基底，则$\{\vec{c},\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-\vec{b}\}$也是空间向量的一组基底

12．已知双曲线C：$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$P$为双曲线$C$右支上的动点，过点$P$作两渐近线的垂线，垂足分别为$A$，$B$.若圆$(x-2)^2+y^2=1$与双曲线$C$的渐近线相切，则下列说法正确的是（　　）

A．双曲线的渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$

B．双曲线C的离心率$e=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C．当点P异于双曲线C的顶点时，$\triangle PF_1F_2$的内切圆的圆心总在直线$x=\sqrt{3}$上

D．$|PA|\cdot|PB|$为定值$\frac{3}{2}$

三、填空题

13．以抛物线$x^2=2y$的焦点为圆心，且与$x^2-\frac{y^2}{2}=1$的渐近线相切的圆的标准方程为____.

14．直线l与圆O：$x^2+y^2=4$交于A，B两点，若$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-1$，则$|AB|=$____.

15．经过点$P(2,7)$作直线l，若直线l与连接$A(1,1)$，$B(4,5)$两点的线段总有公共点，则直线l的斜率k的取值范围为____.

16．已知抛物线$C:y^2=8x$的焦点为F，直线l_1,l_2均过点F分别交抛物线C于A,B,D,E四点，若直线l_1,l_2斜率乘积的绝对值为8，则当直线l_2的斜率为______时，$|AB|+|DE|$的值最小，最小值为______.

四、解答题

17．已知方程$\frac{x^2}{k+2}+\frac{y^2}{4-k}=1$表示的图形是：（1）双曲线；（2）椭圆；（3）圆；试分别求出k的取值范围.

18．已知抛物线C：$y^2=2px(p>0)$过点$A(1,2)$.

(1)求抛物线C的方程，并求其准线方程；

(2)过该抛物线的焦点，作倾斜角为60°的直线，交抛物线于A，B两点，求线段AB的长度.

19．已知直线$l:(2m+1)x-(3+m)y+m-7=0$.

(1) m 为何值时，点 $Q(3,4)$ 到直线 l 的距离最大?并求出最大值；

(2)若直线 l 分别与 x 轴，y 轴的负半轴交于 A，B 两点，求 $\triangle AOB$（O 为坐标原点）面积的最小值及此时直线 l 的方程.

20．已知点 $A(1,1)$，$C(-2,0)$，点 A 关于直线 $x-y-1=0$ 的对称点为点 B.

(1)求 B 点坐标；

(2)在 $\triangle$PBC 中，$|PC|=\sqrt{2}|PB|$，求 $\triangle$PBC 面积的最大值.

21．已知双曲线 $C:x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$，过点 $D(2,0)$ 的直线 l 与该双曲线的两支分别交于 M,N 两点，设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$.

(1)若 $b=\sqrt{2}$，点 O 为坐标原点，当 $OM\perp ON$ 时，求 $x_1\cdot x_2$ 的值；

(2)设直线 l 与 y 轴交于点 E，$\overline{EM}=\lambda\overline{MD}$，$\overline{EN}=\mu\overline{ND}$，证明：$\lambda+\mu$ 为定值.

22．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，动直线 l 过点 F_2 与椭圆 C 相交于 A,B 两点.

(1)当 $l\perp x$ 轴时，求 $\triangle ABF_1$ 的外接圆的方程；

(2)求 $\triangle ABF_1$ 内切圆半径的最大值.

参考答案：

1．D

【分析】利用斜率和倾斜角的关系即可求倾斜角.

【详解】设斜率为k，倾斜角为α，

$\because y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{2}{3}\sqrt{3}$，$\therefore k=-\frac{\sqrt{3}}{3}=\tan\alpha$，$\alpha=\frac{5\pi}{6}$.

故选：D.

2．A

【分析】利用空间向量加减法法则直接运算即可.

【详解】根据向量的加法、减法法则得$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{PC}$.

故选：A.

3．C

【分析】利用两直线平行解出m的值即可.

【详解】由题意，若$l_1 \parallel l_2$，所以$1\times(-3)=(m-2)(-m)$，解得$m=-1$或$m=3$，

经检验，$m=-1$或$m=3$时，$l_1 \parallel l_2$，

则“$m=-1$”是“$l_1 \parallel l_2$”的充分不必要条件，

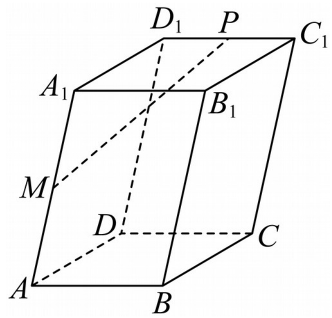
故选：C.

4．C

【分析】根据空间向量的线性运算求解.

【详解】如图，$\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MD_1}+\overrightarrow{D_1P}=\overrightarrow{MA_1}+\overrightarrow{A_1D_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{D_1C_1}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$.

故选：C.



5．D

【分析】由于不知道焦点在哪个轴上，所以需要分类讨论.

【详解】当椭圆的焦点在x轴上时，设椭圆的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$，

由离心率为$\frac{1}{2}$，可得$b^2=a^2-c^2=\frac{3}{4}a^2$.

∵椭圆过点$\left(2,0\right)$ ∴$a=2$，$b=\sqrt{3}$，∴椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；

当椭圆的焦点在y轴上时，$b=2$，$b^2=\frac{3}{4}a^2$，得$a=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

可得椭圆C的标准方程为$\frac{y^2}{\frac{16}{3}}+\frac{x^2}{4}=1$，整理为$\frac{3y^2}{16}+\frac{x^2}{4}=1$.

故选：D

6．D

【分析】先利用题给条件求得$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BC}$的值，进而求得$\cos\left\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC}\right\rangle$的值.

【详解】如图所示，

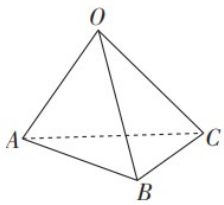
$$\because\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OA}\cdot\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\right)=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$$

$$=\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OC}\right|\cdot\cos\angle AOC-\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OB}\right|\cdot\cos\angle AOB,$$

又 $OB=OC$， $\angle AOB=\angle AOC$，

则 $\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OC}\right|\cdot\cos\angle AOC-\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OB}\right|\cdot\cos\angle AOB=0$

$\therefore\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{BC}$，$\therefore\left\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC}\right\rangle=\frac{\pi}{2}$， $\cos\left\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC}\right\rangle=0$.



故选：D

7．A

【分析】根据圆关于直线对称，可知直线经过圆心，得到 a,b 的关系式，然后结合基本不等式，即可得到结果.

【详解】因为圆 $x^2-4x+y^2-2y=5$ 的圆心为 $(2,1)$，且圆 $x^2-4x+y^2-2y=5$ 关于直线

$2ax+y+b-3=0$（a， b 为大于 0 的常数）对称，

所以直线 $2ax+y+b-3=0$ 过圆心 $(2,1)$，所以 $4a+b=2$，又 $a>0$， $b>0$，

所以 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(4a+b)\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\left(4+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}+1\right)\geq\frac{1}{2}\times(5+2\sqrt{4})=\frac{9}{2}$．（当且仅当 $a=\frac{1}{3}$，

$b=\frac{2}{3}$ 时，取“=”）．

故选:A.

8．C

【分析】根据题意设椭圆右焦点为 F'，根据椭圆的定义以及余弦定理可求出 a,c 的关系，即可求出椭圆的离心率.

【详解】设椭圆右焦点为F'，连接PF'，QF'，

根据椭圆对称性可知四边形$PFF'Q$为平行四边形，则$|QF|=|PF'|$，

因为$\angle PFQ=120°$，可得$\angle FPF'=60°$，所以$|PF|+|PF'|=4|PF'|=2a$，

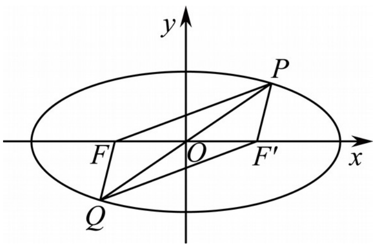
则$|PF'|=\frac{1}{2}a$，$|PF|=\frac{3}{2}a$，

由余弦定理可得$(2c)^2=|PF|^2+|PF'|^2-2|PF||PF'|\cos 60°=(|PF|+|PF'|)^2-3|PF||PF'|$，

即$4c^2=4a^2-\frac{9}{4}a^2=\frac{7}{4}a^2$，即$\frac{c^2}{a^2}=\frac{7}{16}$.

故椭圆离心率$e=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{7}{16}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$.

故选：C.



9．AC

【分析】由两条平行直线间距离可求出实数m的取值范围，即可得出答案.

【详解】直线l_1：$x-y+1=0$和l_2：$x-y+m=0$平行，则$m\neq 1$，

两条平行直线间距离$\frac{|m-1|}{\sqrt{2}}<\sqrt{2}$，解得$-1<m<3$且$m\neq 1$，

故0和2符合要求.

故选:AC.

10．CD

【分析】根据圆的几何性质、最短弦长等知识对选项进行分析，从而确定正确答案.

【详解】圆$(x-3)^2+(y+3)^2=16$的圆心为$C(3,-3)$，半径为4，

$(2-3)^2+(0+3)^2=10<16$，所以$P(2,0)$在圆C内，$|PC|=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

当$AB\perp PC$时，弦AB最短，

最短弦长$|AB|=2\sqrt{4^2-|PC|^2}=2\sqrt{6}$，A选项错误，C选项正确.

$k_{PC}=\frac{-3-0}{3-2}=-3$，所以当$|AB|$最短时，$k_{AB}=\frac{1}{3}$，

此时直线AB的方程为$y-0=\frac{1}{3}(x-2), x-3y-2=0$，B选项错误，D选项正确.

故选：CD

11．BCD

【分析】根据空间向量组成基底的条件逐项判断即可.

【详解】对于A项，空间任意的三个不共面的向量才可以作为一组基底，故A错误；

对于B项，若$\vec{a}\,//\,\vec{b}$，则$\vec{a}$、$\vec{b}$与任何向量都共面，故不能构成空间的一组基底，故B正确；

对于C项，若$\overrightarrow{BA}$、$\overrightarrow{BM}$、$\overrightarrow{BN}$不能构成空间的一组基底，则$\overrightarrow{BA}$、$\overrightarrow{BM}$、$\overrightarrow{BN}$共面，

又$\overrightarrow{BA}$、$\overrightarrow{BM}$、$\overrightarrow{BN}$过相同的点B，则A、B、M、N四点共面，故C正确；

对于D项，若$\vec{c}$，$\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{a}-\vec{b}$共面，

则$\vec{c}=\lambda(\vec{a}+\vec{b})+\mu(\vec{a}-\vec{b})=(\lambda+\mu)\vec{a}+(\lambda-\mu)\vec{b}$，可知$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$共面，

与$\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$为空间向量的一组基底相矛盾，故$\vec{c}$，$\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{a}-\vec{b}$可以构成空间向量的一组基底.

故选：BCD.

12．ABC

【分析】求得双曲线的渐近线方程判断选项A；求得双曲线的离心率判断选项B；求得

$\triangle PF_1F_2$的内切圆的圆心与直线$x=\sqrt{3}$的位置关系判断选项C；求得$|PA|\cdot|PB|$的值判断选项

D.

【详解】对于选项A：双曲线的渐近线方程是$bx\pm\sqrt{3}y=0$，

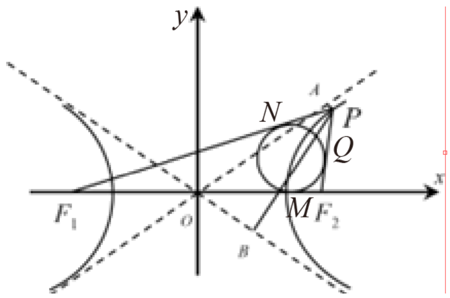
圆$(x-2)^2+y^2=1$的圆心是$(2,0)$，半径是1，

则$\frac{|2b|}{\sqrt{3+b^2}}=1$，$b=1$（$-1$舍去），

由$b=1$，$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，可得双曲线的渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，故A正确；

对于选项B：由$c=\sqrt{a^2+b^2}=2$，则离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故B正确；

对于选项C：设$\triangle PF_1F_2$的内切圆与x轴，PF_1,PF_2分别相切于点M,N,Q，



由圆的切线性质知$|PF_1|-|PF_2|=|NF_1|-|QF_2|=|F_1M|-|F_2M|=2a$，

即$x_M+c-(c-x_M)=2a$，所以$x_M=a$，

因此内心在直线$x=a$，即直线$x=\sqrt{3}$上，故C正确；

对于选项D：设$P(x_0,y_0)$，则$\frac{x_0^2}{3}-y_0^2=1$，即$x_0^2-3y_0^2=3$，

又渐近线方程是$x\pm\sqrt{3}y=0$，