金溪一中 2024-2025 学年度上学期九年级第一次月考数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，每小题只有一个正确选项）

1. 下列是关于 x 的一元二次方程的是（　　）

A. $x^2-\frac{1}{x}=2023$　　B. $x(x+6)=0$　　C. $a^2x-5=0$　　D. $4x-x^3=2$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一元二次方程的概念判断即可．只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程．

【详解】A 、$x^2-\frac{1}{x}=2023$ 是分式方程，不是一元二次方程，不符合题意；

B 、$x(x+6)=0$ 是一元二次方程，符合题意；

C 、$a^2x-5=0$ 中当 $a=0$ 时，不是一元二次方程，不符合题意；

D 、$4x-x^3=2$ 是一元三次方程，不符合题意；

【点睛】此题考查了一元二次方程的概念，掌握只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程是解题的关键．

2. 在▱$ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，只需添加一个条件，即可证明▱$ABCD$ 是矩形，这个条件可以是（　　）

A. $AB=BC$　　B. $AC=BD$　　C. $AC\perp BD$　　D. $\angle AOB=60^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】由矩形的判定和菱形的判定分别对各个选项进行判断即可；

【详解】∵四边形 ABCD 是平行四边形，$AB=BC$，

∴平行四边形 $ABCD$ 是菱形，故 A 不符合题意；

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$AC=BD$，

∴平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故 B 符合题意；

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$AC\perp BD$，

∴平行四边形 $ABCD$ 是菱形，故 C 不符合题意；

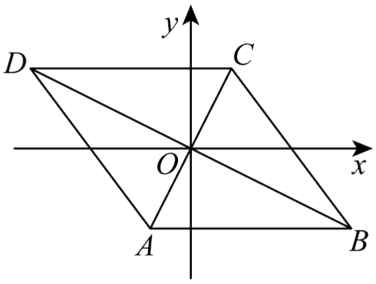
∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle AOB=60^\circ$，

∴不能判定平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故 D 不符合题意；

故选 B．

【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质、矩形的判定和菱形的判定，准确分析判断是解题的关键．

3. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线交于原点 O，若点 B 的坐标为 $(4,m)$，点 D 的坐标为 $(n,2)$，则 $m+n$ 的值为（　）.



A. 2　　　　B. -2　　　　C. 6　　　　D. -6

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了中心对称、菱形的性质、中心对称的性质等知识点，熟记相关性质是解题关键．根据菱形是中心对称图形，可得点 D 与点 B 关于原点成中心对称，根据中心对称的性质（横坐标与纵坐标互为相反数）确定 m、n 的值，最后求和即可．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 菱形且对角线交于原点 O，

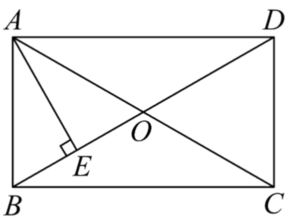
∴点 D 与点 B 关于原点成中心对称，

∴ $n=-4$，$m=-2$，

∴ $m+n=-6$．

故选：D．

4. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，O 是对角线 AC，BD 的交点，$AE\perp BD$ 于点 E，若 $OE:OD=1:2$，$OD=2\text{cm}$，则 AE 的长为（　　）



A. 1cm　　　　B. 2cm　　　　C. $\sqrt{3}\text{cm}$　　　　D. 3cm

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查了矩形的性质、勾股定理等知识，熟练掌握矩形的性质是解题的关键．由矩形的性质得到 $AO=BO=CO=DO=2\text{cm}$，求得 $OE=\frac{1}{2}OD=1\text{cm}$，再由勾股定理即可得到 AE 的长．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，$OD=2\text{cm}$，

∴ $AO=BO=CO=DO=2\text{cm}$，

$\because OE:OD=1:2$，

$\therefore OE=\frac{1}{2}OD=1\text{cm}$，

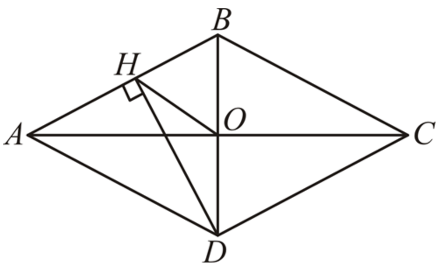
$\because AE\perp BD$于点E，

$\therefore \angle AEO=90^\circ$，

$\therefore AE=\sqrt{AO^2-OE^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}\left(\text{cm}\right)$，

故选：C．

5. 如图，菱形$ABCD$的对角线AC、BD相交于点O，过点D作$DH\perp AB$于点H，连接OH，若$OA=3$，$OH=2$，则菱形$ABCD$的面积为（　　）



A. 12　　B. 18　　C. 6　　D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了菱形的性质和面积及直角三角形的性质，合理利用菱形的性质及直角三角形的性质进行计算是解题的关键．根据菱形的性质可得$AC=2OA=6$，$OB=OD$，再根据直角三角形的性质可得$BD=2OH=4$，最后根据菱形的面积公式计算，即得答案．

【详解】解：$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AC=2OA=6$，$OB=OD$，

$\because DH\perp AB$，

$\therefore BD=2OH=4$，

$\therefore$菱形$ABCD$的面积为$\frac{1}{2}AC\times BD=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$．

故选：A．

6. 已知一元二次方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$和它的两个实数根为$x_1,x_2$，下列说法：

①若a，c异号，则方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$一定有实数根；

②若$b^2>5ac$，则方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$一定有两异实根；

③若$b=a+c$，则方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$一定有两实数根；

④若 $a=1$，$b=2$，$c=-3$，由根与系数的关系可得 $x_1+x_2=-2$，$x_1x_2=3$

其中正确的结论是：（　　）

A. ①③　　　　B. ①②③　　　　C. ②③④　　　　D. ②③

【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了一元二次方程根的判别式和根与系数的关系，解题的关键是先通过根的判别式判断一元二次方程根的情况，若 $\Delta\geq 0$，x_1，x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两根时，$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$．当 a、c 异号时，$\Delta>0$，则根据判别式的意义可对①进行判断；当 $b^2>5ac$ 时，$\Delta>0$，可判断方程 $ax^2+bx+c=0$ 一定有两异实数根，则可对②进行判断；当 $b=a+c$ 时，则 $\Delta=(a-c)^2\geq 0$，则根据判别式的意义可对③进行判断；若 $a=1$，$b=2$，$c=-3$，计算出 $\Delta=16>0$，根据根与系数的关系，对④进行判断．

【详解】解：$\because \Delta=b^2-4ac$，

$\therefore$ 当 a、c 异号时，$ac<0$，

$\therefore \Delta=b^2-4ac>0$，

$\therefore$ 此时方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 一定有实数根，故①正确；

当 $b^2>5ac$，若 a、c 异号时，则 $\Delta=b^2-4ac>0$，此时方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 一定有两个不相等的实数根，若 a、c 同号或 c 为 0 时，则 $b^2-4ac>ac\geq 0$，此时方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 一定有两个不相等的实根，故②正确；

若 $b=a+c$ 时，$\Delta=(a+c)^2-4ac=(a-c)^2\geq 0$，则方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 一定有两实数根，故③正确；

若 $a=1$，$b=2$，$c=-3$，$\Delta=2^2-4\times 1\times(-3)=16>0$，

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，

$\therefore x_1+x_2=-2$，$x_1x_2=-3$，故④错误．

综上分析可知：正确的有①②③．

故选：B．

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. 若关于 x 的一元二次方程 $2x^2-3x+c=0$ 的一个根是 1，则 c 的值是______．

【答案】1

【解析】

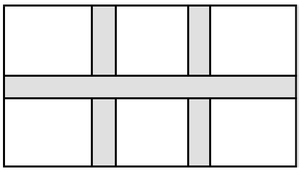
【分析】把 $x=1$ 代入 $2x^2-3x+c=0$，然后解一次方程即可．

【详解】解：把 $x=1$ 代入 $2x^2-3x+c=0$ 得：$2-3+c=0$，解得：$c=1$，

故答案为：1．

【点睛】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解．

8. 学校课外生物小组的试验园地是长 35 米、宽 20 米的矩形，为便于管理，现要在中间开辟一横两纵三条等宽的小道（如图），要使种植面积为 600 平方米，求小道的宽．若设小道的宽为 x 米，则可列方程为_____．



【答案】$(35-2x)(20-x)=600$（或 $2x^2-75x+100=0$）

【解析】

【分析】将阴影部分分别移到矩形的上边和左边，可得种植面积为一个矩形，根据种植的面积为 600 平方米列出方程即可．

【详解】解：把阴影部分分别移到矩形的上边和左边，可得矩形的长为 $(35-2x)$ 米，宽为 $(20-x)$ 米，

$\therefore$ 可列方程为 $(35-2x)(20-x)=600$（或 $2x^2-75x+100=0$）．

故答案为：$(35-2x)(20-x)=600$（或 $2x^2-75x+100=0$）．

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的应用，利用平移的知识得到种植面积的形状，进而得到种植面积的长与宽是解决本题的关键．

9. 已知一元二次方程 $x^2-5x+m=0$ 的一个根为 $x_1=1$，则另一个根 x_2 的值为________．

【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了根与系数的关系：若 x_1，x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两根时，$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$，$x_1x_2=\dfrac{c}{a}$．先把 $x_1=1$ 代入方程 $x^2-5x+m=0$ 中，得出关于 m 的方程求出 m 的值，然后再根据根与系数的关系得出另一个根 x_2 的值．

【详解】解：把$x_1=1$代入方程$x^2-5x+m=0$中，

得：$1^2-5\times1+m=0$，

解得$m=4$，

$\therefore$方程化为$x^2-5x+4=0$，

$\therefore x_1+x_2=5$，

$\therefore 1+x_2=5$，

解得：$x_2=4$，

故答案为：4．

10. 若α、β是方程$x^2+2x-2023=0$的两个实数根，则$a^2+3\alpha+\beta$的值为___________.

【答案】2021

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程的解、一元二次方程根与系数关系、代数式求值，先根据方程的解满足方程得到$\alpha^2+2\alpha=2023$，再根据根与系数关系得到$\alpha+\beta=-2$，进而代值求解即可.

【详解】解：$\because\alpha$、β是方程$x^2+2x-2023=0$的两个实数根，

$\therefore \alpha^2+2\alpha-2023=0$，$\alpha+\beta=-2$，

$\therefore \alpha^2+2\alpha=2023$，

$\therefore a^2+3\alpha+\beta$

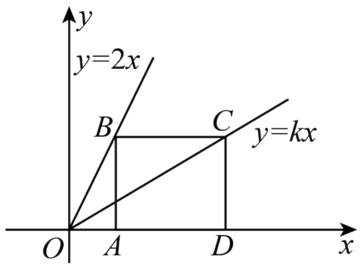
$=\left(\alpha^2+2\alpha\right)+\left(\alpha+\beta\right)$

$=2023+\left(-2\right)$

$=2021$，

故答案为：2021.

11. 如图，点B，C分别在直线$y=2x$和$y=kx$上，点A，D是x轴上两点，已知四边形$ABCD$是正方形，则k值为______.



【答案】$\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象与几何图形的综合，掌握一次函数图象的性质，几何图形的性质是解题的关键．

根据题意，设$B(a,2a)$，根据正方形的性质可得$C(3a,2a)$，将点C代入一次函数$y=kx$即可求解．

【详解】解：根据题意，设$B(a,2a)$，

$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=BC=CD=AD=2a$，

$\therefore C(3a,2a)$，

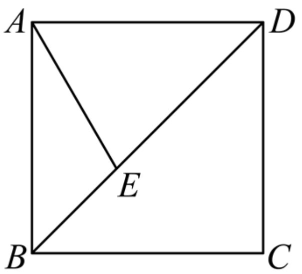
$\because$点C在直线$y=kx$的图象上，

$\therefore 3ak=2a$，

$\therefore k=\frac{2}{3}$，

故答案为：$\frac{2}{3}$．

12．如图，点E在正方形$ABCD$的对角线BD上，$\angle BAE=30°$，若点F在正方形$ABCD$的边上，且$AE=EF$，则$\angle AEF$的度数为______．



【答案】$60°$或$90°$或$150°$

【解析】

【分析】分三种情况：①当F在AD上时，由正方形的性质推出$\triangle AEF$是等边三角形，再根据等边三角形的性质可得到$\angle AEF$的度数；②当F在CD上时，连接CE，由$\triangle ADE\cong\triangle CDE(\mathrm{SAS})$，得到

$CE=AE$，$\angle ECD=\angle EAD$，推出$\triangle ECF$是等边三角形，由四边形内角和求出$\angle AEC=150°$，再代入$\angle AEF=\angle AEC-\angle CEF$即可；③当$F$和$C$重合时，由四边形$ABCD$是正方形，得到$\angle BAC=45°$，求出$\angle EAC=\angle BAC-\angle BAE=15°$，又$AE=EF$，根据等边对等角可到$\angle EFA=\angle EAC=15°$，最后由三角形内角和定理即可求出$\angle AEF$的度数.

【详解】解：①如图，当F在AD上时，

∵四边形$ABCD$是正方形，

∴$\angle BAD=90°$，

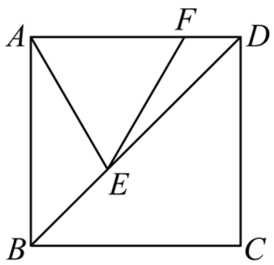
∵$\angle BAE=30°$，

∴$\angle EAF=\angle BAD-\angle BAE=90°-30°=60°$，

∵$AE=EF$，

∴$\triangle AEF$是等边三角形，

∴$\angle AEF=60°$；



②如图，当F在CD上时，连接CE，

∵四边形$ABCD$是正方形，

∴$AD=CD$，$\angle ADE=\angle CDE=45°$，$\angle BAD=\angle ADC=90°$，

∵$\angle BAE=30°$，

∴$\angle EAD=\angle BAD-\angle BAE=90°-30°=60°$，

在$\vee ADE$和$\vee CDE$中，

$$\begin{cases}AD=CD\\ \angle ADE=\angle CDE\\ DE=DE\end{cases},$$

∴$\triangle ADE\cong\triangle CDE(\mathrm{SAS})$，

∴$CE=AE$，$\angle ECD=\angle EAD=60°$，

∵$AE=EF$，

∴$CE=EF$，

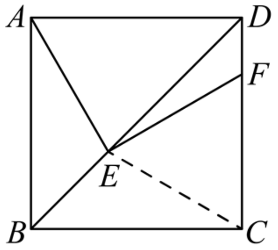
∴$\triangle ECF$是等边三角形，

∴$\angle CEF=60°$，

在四边形 $AECD$ 中，

$\angle AEC=360^\circ-\angle DAE-\angle DCE-\angle ADC=360^\circ-60^\circ-60^\circ-90^\circ=150^\circ$，

$\therefore\angle AEF=\angle AEC-\angle CEF=150^\circ-60^\circ=90^\circ$；



③如图当 F 和 C 重合时，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore\angle BAC=45^\circ$，

$\because\angle BAE=30^\circ$，

$\therefore\angle EAC=\angle BAC-\angle BAE=15^\circ$，

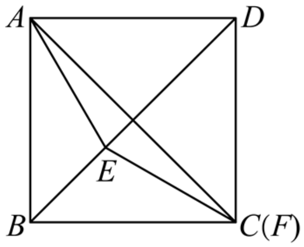
$\because AE=EF$，

$\therefore\angle EFA=\angle EAC=15^\circ$，

$\therefore\angle AEF=180^\circ-\angle EAC-\angle ECA=180^\circ-15^\circ-15^\circ=150^\circ$；

综上所述，$\angle AEF$ 的度数是 60° 或 90° 或 150°．

故答案为：60° 或 90° 或 150°．



【点睛】本题考查正方形的性质，全等三角形的判定和性质，等边三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，三角形内角和定理，四边形内角和等于 360°．解题的关键是分情况讨论．

三、（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

13. 解下列方程：

（1）$x^2-8x+12=0$；

（2）$x^2-10x+25=0$．

【答案】（1）$x_1=2$，$x_2=6$；

（2）$x_1=x_2=5$．

【解析】

【分析】（1）利用因式分解法解答即可；

（2）利用因式分解法解答即可；

本题考查了解一元二次方程，掌握解一元二次方程的方法是解题的关键．

【小问 1 详解】

解：∵ $x^2-8x+12=0$，

∴ $(x-2)(x-6)=0$，

∴ $x-2=0$ 或 $x-6=0$，

∴ $x_1=2$， $x_2=6$；

【小问 2 详解】

解：∵ $x^2-10x+25=0$，

∴ $(x-5)^2=0$，

∴ $x-5=0$，

∴ $x_1=x_2=5$．

14. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2k+3)x+k^2=0$ 的两个实数根是 x_1， x_2 ．若 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$ ，求 k 的值．

【答案】k 的值为 3

【解析】

【分析】本题考查了根的判别式以及根与系数的关系，利用根与系数的关系结合 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$，求出 k 值是解题的关键．利用根与系数的关系结合 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$ 可得出关于 k 的方程，解之可得出 k 的值，由方程的系数结合根的判别式 $\Delta>0$ 可得出关于 k 的不等式，解之即可得出 k 的取值范围，进而可确定 k 的值，此题得解．

【详解】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2k+3)x+k^2=0$ 的两根为 x_1， x_2，

∴ $x_1+x_2=-(2k+3), x_1x_2=k^2$，

∴ $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{-(2k+3)}{k^2}=-1$，