

# 第3讲 机械能守恒定律



# CONTENTS

01

考点一

02

考点二

03

考点三

04

题型拓展 广度

05

跟踪训练·巩固提升





01

# 考点一

机械能守恒的理解和判断

## 基础梳理

### 1. 重力做功与重力势能的关系

#### (1) 重力做功的特点

- ①重力做功与 路径 无关，只与始末位置的 高度差 有关。
- ②重力做功不引起物体 机械能 的变化。

## (2) 重力势能

①表达式： $E_p = \underline{mgh}$ 。

### ②重力势能的特点

重力势能是物体和地球所共有的，重力势能的大小与参有关

考平无关选取        ，但重力势能的变化与参考平面

## (3) 重力做功与重力势能变化的关系

重力对物体做正功，重力势能减小；重力对物体做负功，重力势能增大。即 $W_G = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$ 。

## 2. 弹性势能

(1) 定义：发生弹性形变的物体的各部分之间，由于有弹力

(2) 弹力做功与弹性势能变化的关系：

弹力做正功，弹性势能减小；弹力做负功，弹性势能增大。即  $W = -\Delta E_p$ 。

### 3. 机械能守恒定律

(1) 内容：在只有重力或弹力做功的物体系统内，动能与势能可以互相转化，而总的机械能保持不变

(2) 表达式： $mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$ 。

## 深化理解

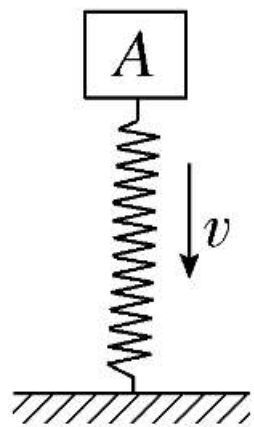
### 机械能是否守恒的三种判断方法

- (1) 利用机械能的定义判断：若物体动能、势能之和保持不变，则机械能守恒。
- (2) 利用做功判断：若物体或系统只有重力（或系统内的弹力）做功，虽受其他力，但其他力不做功（或做功代数和为0），则机械能守恒。
- (3) 利用能量转化判断：若物体或系统与外界没有能量交换，物体或系统内也没有机械能与其他形式能的转化，则机械能守恒。

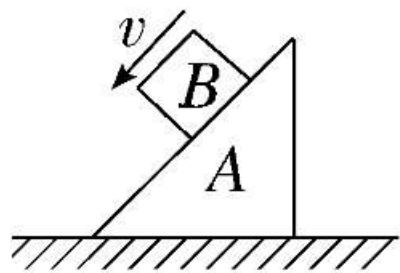


## 对点训练

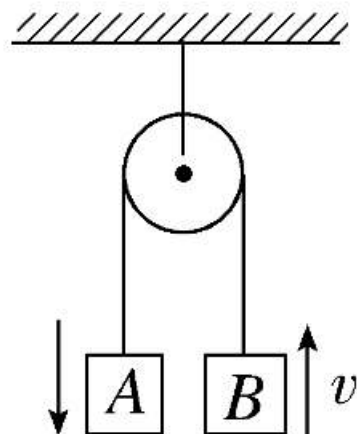
1. **【机械能守恒的判断】** (多选) 如图所示, 下列关于机械能是否守恒的判断正确的是 ( )



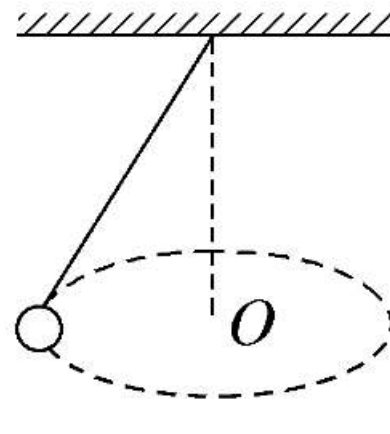
甲



乙



丙



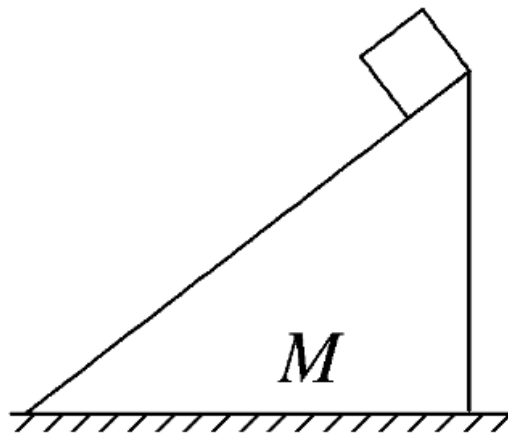
丁

- A. 甲图中，物体 $A$ 将弹簧压缩的过程中，物体 $A$ 机械能守恒
- B. 乙图中，物体 $A$ 固定，物体 $B$ 沿斜面匀速下滑，物体 $B$ 的机械能守恒
- ✓ C. 丙图中，不计任何阻力和定滑轮质量时， $A$ 加速下落， $B$ 加速上升过程中， $A$ 、 $B$ 组成的系统机械能守恒
- ✓ D. 丁图中，小球沿水平面做匀速圆锥摆运动时，小球的机械能守恒

**解析：** 甲图中重力和弹力做功，物体 $A$ 和弹簧组成的系统机械能守恒，但物体 $A$ 机械能不守恒，**A**错误；乙图中物体 $B$ 除受重力外，还受到弹力和摩擦力作用，弹力不做功，但摩擦力做负功，物体 $B$ 的机械能不守恒，**B**错误；。丙图中绳子张力对 $A$ 做负功，对 $B$ 做正功，二者代数和为零，所以 $A$ 、 $B$ 组成的系统机械能守恒，**C**正确；丁图中小球的动能不变，势能不变，机械能守恒，**D**正确。

2. 【系统机械能守恒的分析】 (多选) 如图所示, 斜面体置于光滑水平地面, 其光滑斜面上有一物体由静止沿斜面下滑, 在物体下滑过程中, 下列说法正确的是 ( )

- A. 物体的重力势能减少, 动能增加, 机械能减小
- B. 斜面体的机械能不变
- C. 斜面体对物体的作用力垂直于接触面, 不对物体做功
- D. 物体和斜面体组成的系统机械能守恒



**解析：** 物体由静止开始下滑的过程其重力势能减少，动能增加，由于地面光滑，斜面将向右后退，物体对斜面的压力对斜面做正功，所以物体的机械能减小，A正确；物体在下滑过程中，斜面体加速运动，其机械能增加，B错误；物体沿斜面下滑时，既沿斜面向下运动，又随斜面向右运动，其合速度方向与弹力方向不垂直，弹力方向垂直于接触面，与速度方向之间的夹角大于 $90^\circ$ ，所以斜面对物体的作用力对物体做负功，C错误；对物体与斜面体组成的系统，只有物体的重力和物体与斜面间的弹力做功，系统机械能守恒，D正确。

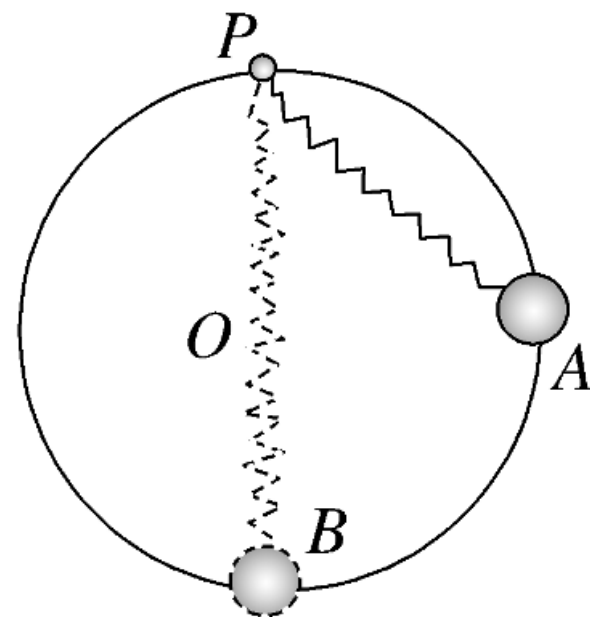
3. 【含弹簧的系统机械能守恒的分析】 (多选) 如图所示, 劲度系数为 $k$ 的轻质弹簧, 一端系在竖直放置的半径为 $R$ 的圆环顶点 $P$ , 另一端系一质量为 $m$ 的小球, 小球穿在圆环上做无摩擦的运动。设开始时小球置于 $A$ 点, 弹簧处于自然状态, 当小球运动到最低点时速率为 $v$ , 对圆环恰好没有压力。下列分析中正确的是 ( )

✓ A. 小球过 $B$ 点时, 弹簧的弹力为 $mg + m\frac{v^2}{R}$

B. 小球过 $B$ 点时, 弹簧的弹力为 $mg + m\frac{v^2}{2R}$

C. 从 $A$ 到 $B$ 的过程中, 小球的机械能守恒

✓ D. 从 $A$ 到 $B$ 的过程中, 小球的机械能减少



**解析：** 小球过B点时，对圆环恰好没有压力，则小球不受圆环的弹力，由弹簧的弹力与重力的合力提供向心力，则有  $F - mg = m\frac{v^2}{R}$ ，解得  $F = mg + m\frac{v^2}{R}$ ，故A正确，B错误；对小球来说，由于弹簧对小球做负功，所以小球的机械能不守恒，小球的部分机械能转化为了弹簧的弹性势能，而使小球的机械能减少，故C错误，D正确。

## 题后总结

1. 机械能守恒的条件绝不是合外力的功等于零，更不是合外力为零；  
“只有重力或弹力做功”不等于“只受重力或弹力作用”。
2. 对于一些绳子突然绷紧、物体间碰撞等情况，除非题目特别说明，  
否则机械能必定不守恒。
3. 对于系统机械能是否守恒，可以根据能量的转化进行判断。



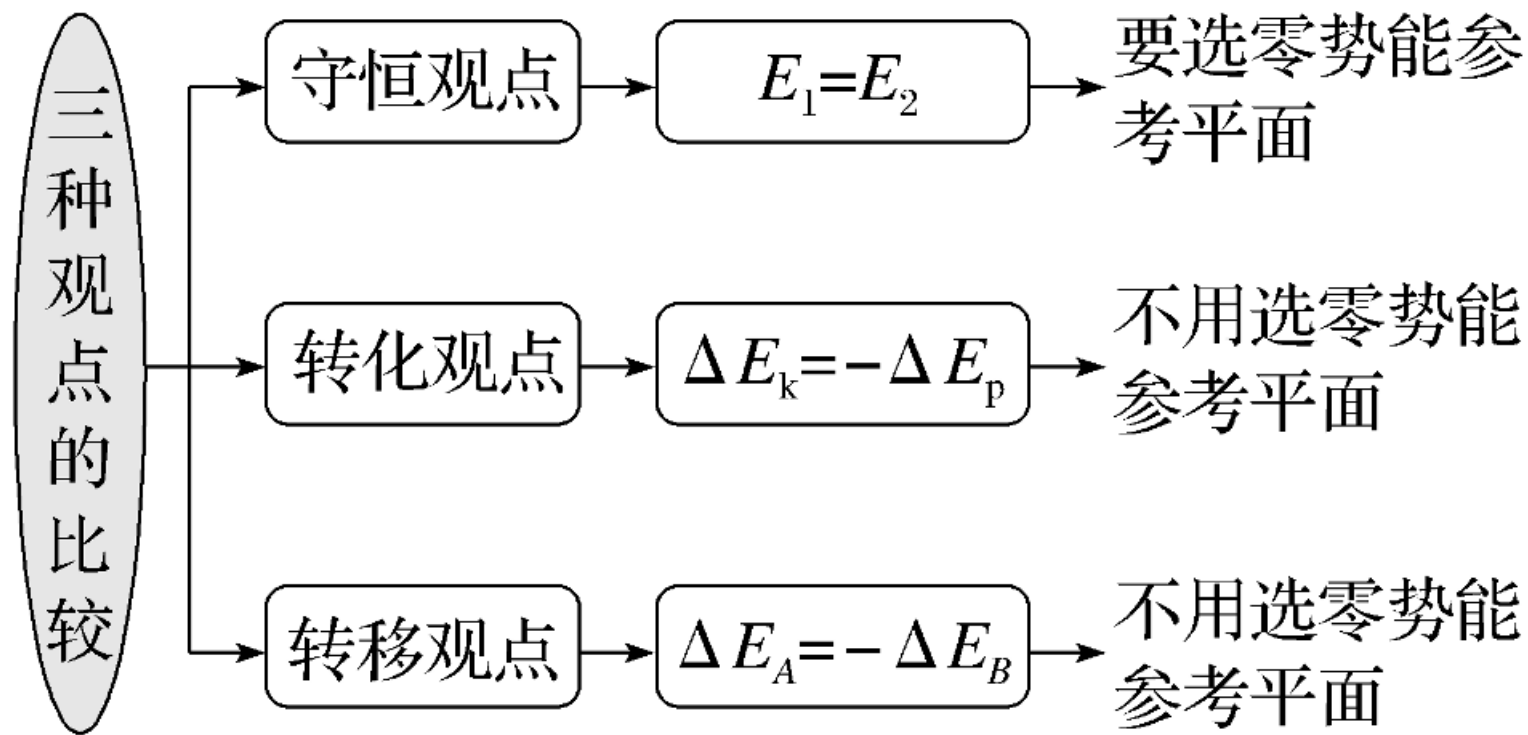
02

## 考点二

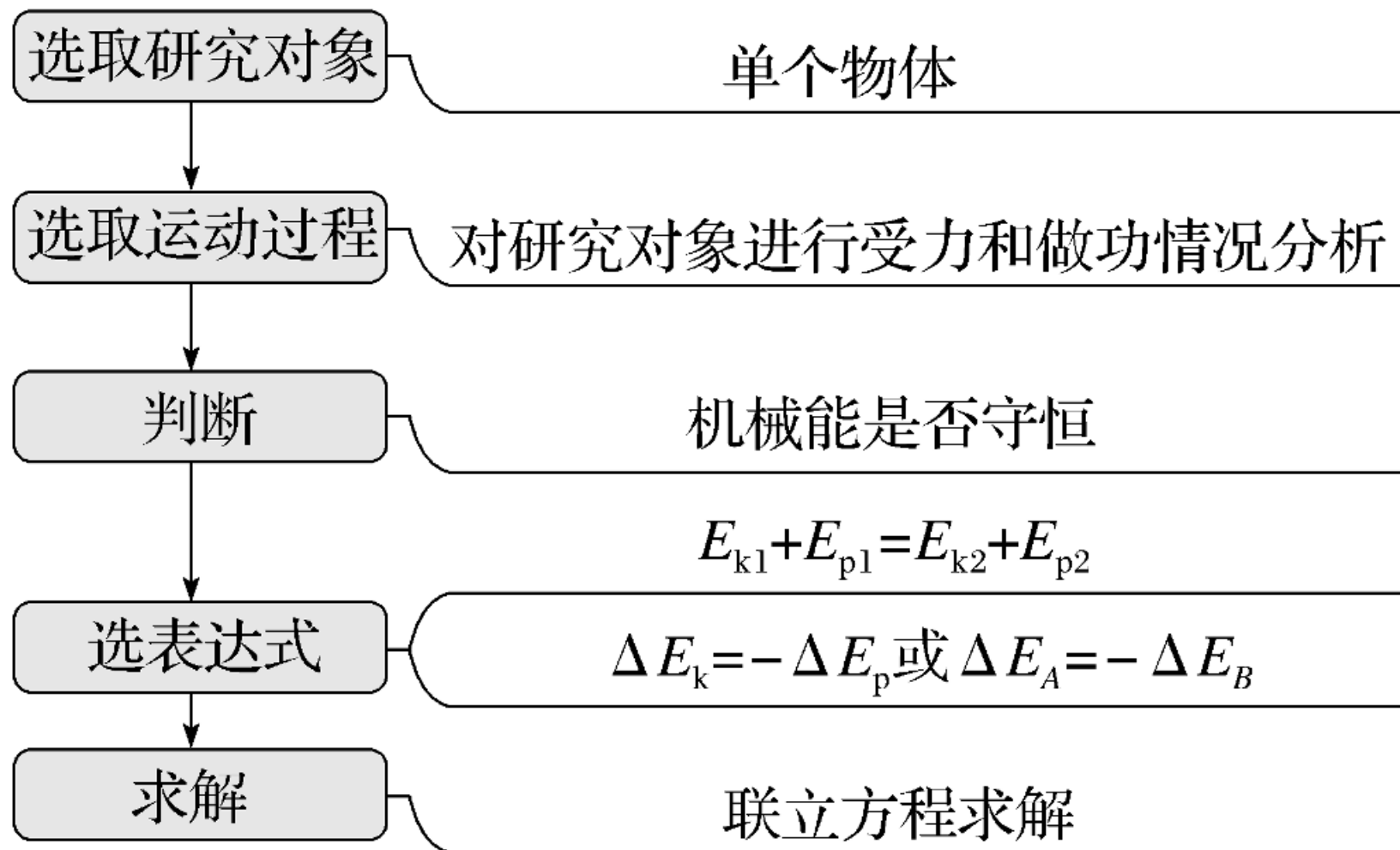
单个物体的机械能守恒问题

## 深化理解

## 1. 机械能守恒定律的表达式



## 2. 求解单个物体机械能守恒问题的基本思路



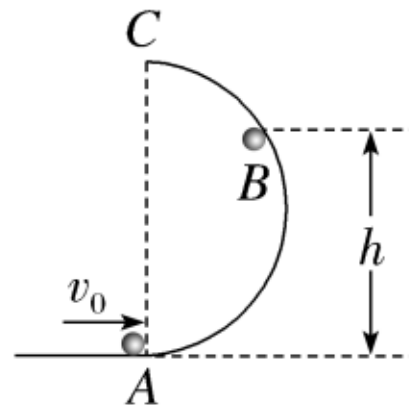
**【例1】** (多选) 如图甲, 在竖直平面内固定一光滑的半圆形轨道  $ABC$ , 半径为  $0.4\text{ m}$ , 小球以一定的初速度从最低点  $A$  冲上轨道, 图乙是小球在半圆形轨道上从  $A$  运动到  $C$  的过程中, 其速度平方与其对应高度的关系图像。已知小球在最高点  $C$  受到轨道的作用力为  $2.5\text{ N}$ , 空气阻力不计,  $B$  点为  $AC$  轨道中点, 重力加速度  $g$  取  $10\text{ m/s}^2$ , 下列说法正确的是 ( )

A. 最高点时小球所受的合力竖直向下

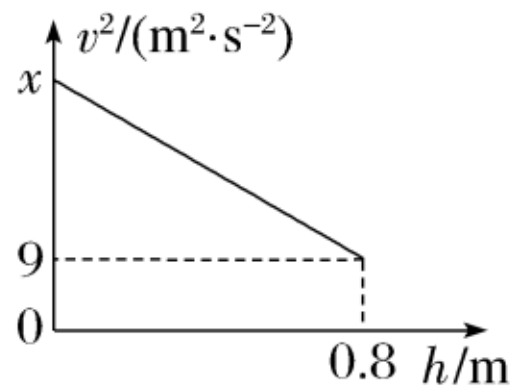
B. 图乙中  $x = 25\text{ m}^2/\text{s}^2$

C. 小球在  $B$  点受到轨道作用力为  $10\text{ N}$

D. 小球质量为  $0.2\text{ kg}$



甲

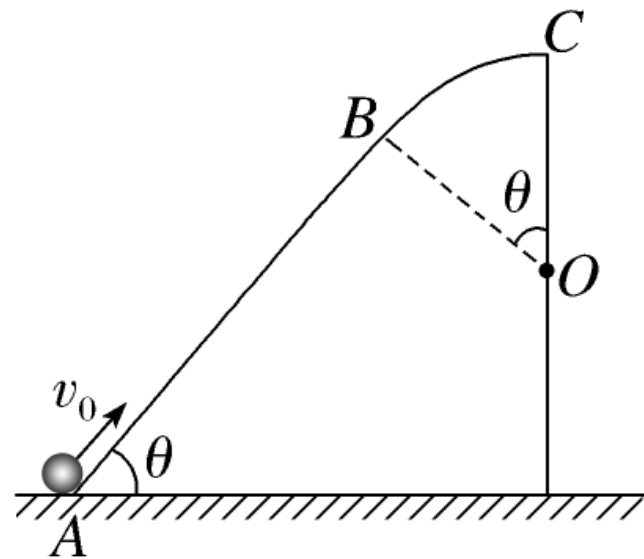


乙

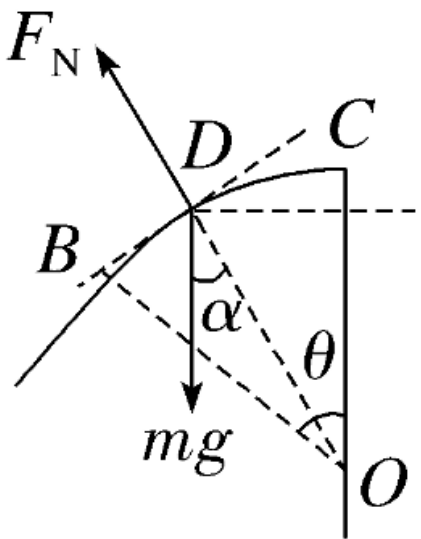
**解析：**在最高点，小球所受重力和弹力的合力提供向心力，方向竖直向下，A正确；由图乙可得在最高点，小球的速度 $v_C^2 = 9 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ，由牛顿第二定律得 $mg + F_C = m\frac{v_C^2}{R}$ ，解得小球的质量 $m = 0.2 \text{ kg}$ ，故D正确；小球从A运动到C的过程中，由机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mg \times 2R$ ，解得 $x = v_A^2 = 25 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ，故B正确；小球从A运动到B的过程中，由机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgR$ ，解得 $v_B^2 = 17 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ，小球在B点受到轨道作用力为 $F_B = m\frac{v_B^2}{R} = 8.5 \text{ N}$ ，故C错误。

**【例2】** (多选) (2023·湖南高考8题) 如图, 固定在竖直面内的光滑轨道 $ABC$ 由直线段 $AB$ 和圆弧段 $BC$ 组成, 两段相切于 $B$ 点,  $AB$ 段与水平面夹角为 $\theta$ ,  $BC$ 段圆心为 $O$ , 最高点为 $C$ ,  $A$ 与 $C$ 的高度差等于圆弧轨道的直径 $2R$ 。小球从 $A$ 点以初速度 $v_0$ 冲上轨道, 能沿轨道运动恰好到达 $C$ 点, 下列说法正确的是 ( )

- A. 小球从 $B$ 到 $C$ 的过程中, 对轨道的压力逐渐增大  
 B. 小球从 $A$ 到 $C$ 的过程中, 重力的功率始终保持不变  
 C. 小球的初速度 $v_0 = \sqrt{2gR}$   
 D. 若小球初速度 $v_0$ 增大, 小球有可能从 $B$ 点脱离轨道



解析：小球恰好运动至C点，小球在C点 $v_C = 0$ ，小球在圆弧BC上运动到D点的受力分析如图所示。D位置： $mg \cos \alpha - F_N = m \frac{v^2}{R}$ ，D到C过程： $-mg(R - R \cos \alpha) = -\frac{1}{2}mv^2$ ，解得 $F_N = 3mg \cos \alpha - 2mg$ 。B到C过程， $\alpha$ 减小， $\cos \alpha$ 增大，则 $F_N$ 增大，由牛顿第三定律知，小球对轨道的压力逐渐增大，A正确；A到C过程，重力瞬时功率 $P_G = mgv_y$ ， $v_y$ 减小，则 $P_G$ 减小，B错误；小球从A到C，由机械能守恒得 $mg \cdot 2R = \frac{1}{2}mv_0^2$ ，解得 $v_0 = 2\sqrt{gR}$ ，C错误；若小球在B点的速度满足 $mg \cos \theta < \frac{mv_B^2}{R}$ ，则小球将从B点脱离轨道，D正确。







# 考点三

多物体的机械能守恒问题



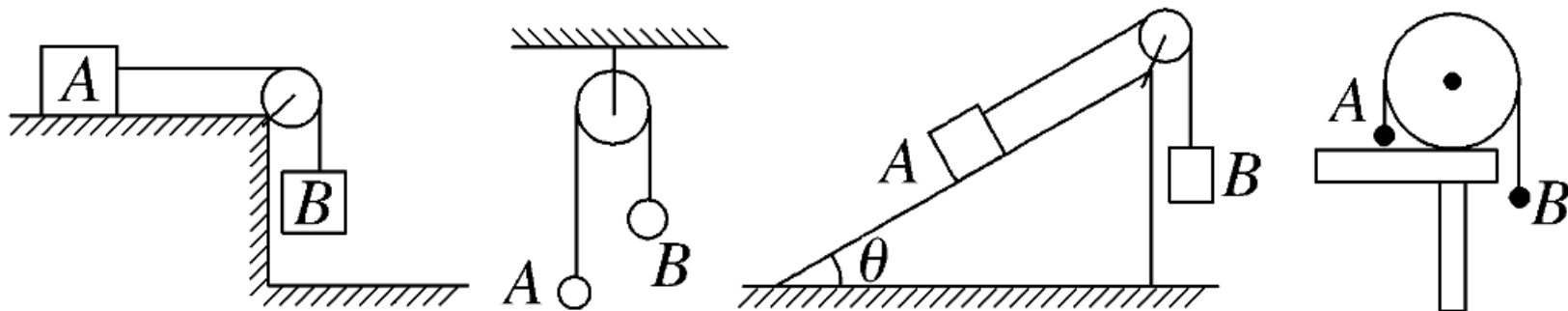
## 深化理解

### 1. 解决多物体系统机械能守恒的注意点

- (1) 对多个物体组成的系统，要注意判断物体运动过程中系统的机械能是否守恒。一般情况不计空气阻力和一切摩擦，系统的机械能守恒。
- (2) 注意寻找用绳或杆相连接的物体间的速度关系和位移关系。
- (3) 列机械能守恒方程时，一般选用 $\Delta E_k = -\Delta E_p$ 或 $\Delta E_A = -\Delta E_B$ 的形式。

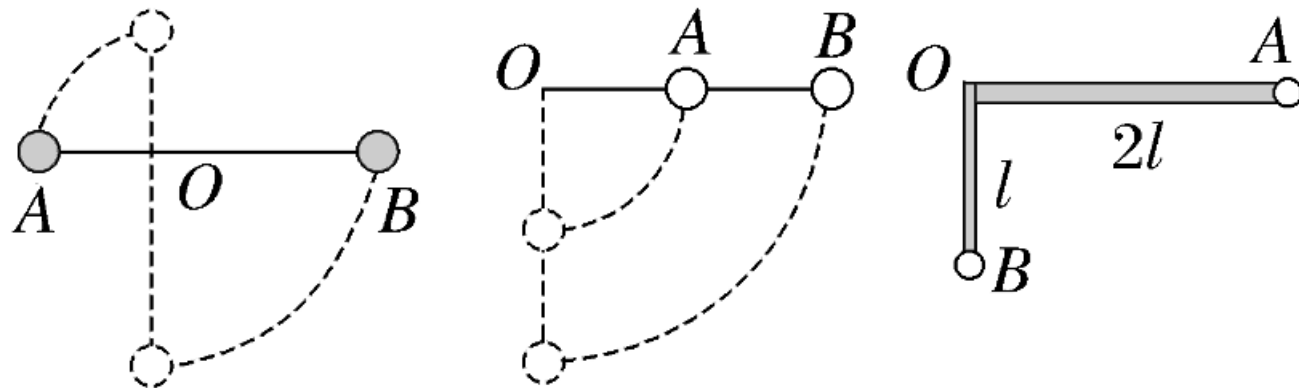
## 2. 几种实际情景的分析

### (1) 速率相等情景



注意分析各个物体在竖直方向的高度变化。

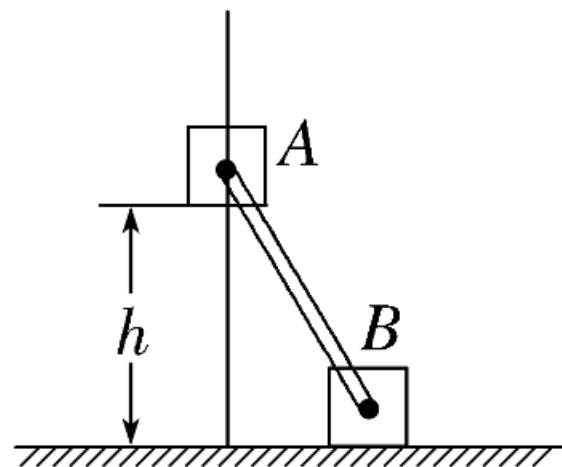
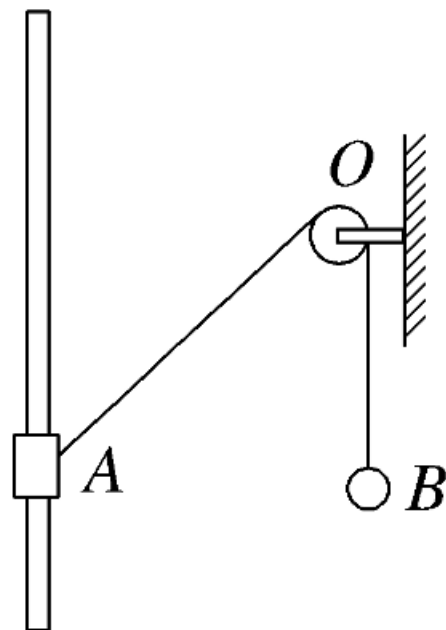
## (2) 角速度相等情景



①杆对物体的作用力并不总是沿杆的方向，杆能对物体做功，单个物体机械能不守恒。

②由 $v = \omega r$ 知， $v$ 与 $r$ 成正比。

### (3) 关联速度情景



两物体速度的关联实质：沿绳（或沿杆）方向的分速度大小相等。

## (4) 含弹簧的系统机械能守恒问题

①由于弹簧发生形变时会具有弹性势能，系统的总动能将发生变化，若系统除重力、弹簧弹力以外的其他力不做功，系统机械能守恒。

②弹簧两端物体把弹簧拉伸至最长（或压缩至最短）时，两端的物体具有相同的速度，弹性势能最大。

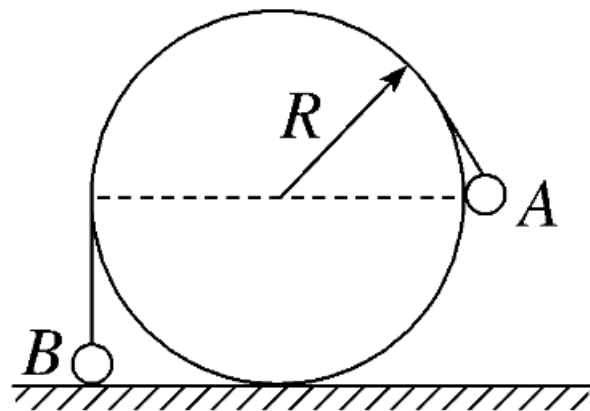
③对同一弹簧，弹性势能的大小由弹簧的形变量决定，弹簧的伸长量和压缩量相等时，弹簧的弹性势能相等。

## 考向一

## 速率相等情景

**【例3】** 如图所示, 可视为质点的小球 $A$ 、 $B$ 用不可伸长的细软轻线连接, 跨过固定在地面上、半径为 $R$ 的光滑圆柱,  $A$ 的质量为 $B$ 的2倍。当 $B$ 位于地面上时,  $A$ 恰与圆柱轴心等高, 将 $A$ 由静止释放,  $B$ 上升的最大高度是 ( )

- A.  $2R$                       B.  $\frac{R}{3}$   
 C.  $\frac{4R}{3}$                       D.  $\frac{2R}{3}$



解析：设B球质量为 $m$ ，则A球质量为 $2m$ ，A球刚落地时，两球速度大小都为 $v$ ，根据机械能守恒定律得 $2mgR = mgR + \frac{1}{2} (2m + m) v^2$ ，得 $v^2 = \frac{2}{3}gR$ ，B球继续上升的高度 $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{R}{3}$ ，则B球上升的最大高度为 $h + R = \frac{4}{3}R$ ，故选C。

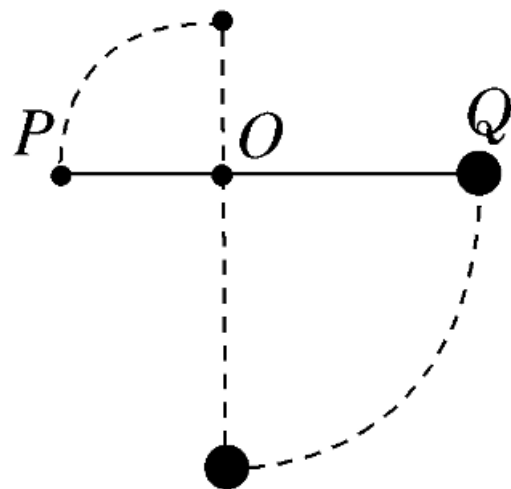
## 考向二

## 角速度相等情景

**【例4】** 质量分别为 $m$ 和 $2m$ 的两个小球 $P$ 和 $Q$ ，中间用轻质杆固定连接，杆长为 $L$ ，在离 $P$ 球 $\frac{L}{3}$ 处有一个光滑固定轴 $O$ ，如图所示。现在把杆置于水平位置后自由释放，在 $Q$ 球顺时针摆动到最低点位置时，求：

(1) 小球 $P$ 的速度大小；

答案： $\frac{\sqrt{2gL}}{3}$





**解析：**两球和杆组成的系统机械能守恒，设小球 $Q$ 摆到最低位置时 $P$ 球的速度为 $v$ ，由于 $P$ 、 $Q$ 两球的角速度相等， $Q$ 球运动半径是 $P$ 球运动半径的两倍，故 $Q$ 球的速度为 $2v$ 。由机械能

守恒定律得 $2mg \times \frac{2}{3}L - mg \times \frac{1}{3}L = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \times 2m \times (2v)^2$ ，

解得 $v = \frac{\sqrt{2gL}}{3}$ 。

(2) 在此过程中小球 $P$ 机械能的变化量。

答案：增加 $\frac{4}{9}mgL$

解析：小球 $P$ 机械能增加量为 $\Delta E$ ，则

$$\Delta E = mg \times \frac{1}{3}L + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{4}{9}mgL。$$

## □ 易错提醒

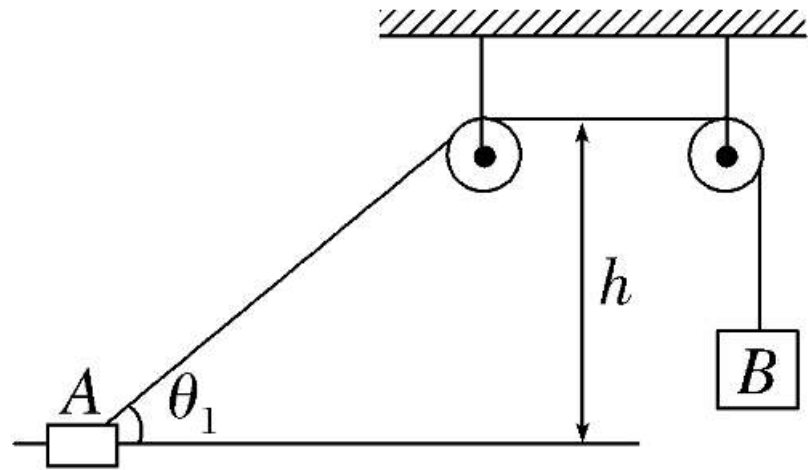
在利用轻杆模型求解问题时应注意以下两点：

- (1) 本类题目易误认为两球的线速度相等，还易误认为单个小球的机械能守恒。
- (2) 杆对球的作用力方向不再沿着杆，杆对小球 $P$ 做正功从而使它的机械能增加，同时杆对小球 $Q$ 做负功，使小球 $Q$ 的机械能减少，系统的机械能守恒。

## 考向三

## 关联速度情景

**【例5】** 如图所示，跨过同一高度处两光滑轻质定滑轮的细线连接着质量相同的物体 $A$ 和 $B$ ， $A$ 套在光滑水平杆上，定滑轮离水平杆的高度为 $h = 0.2 \text{ m}$ ，开始时让连着 $A$ 的细线



与水平杆的夹角为 $\theta_1 = 37^\circ$ ，由静止释放 $B$ ，当细线与水平杆的夹角为 $\theta_2 = 53^\circ$ 时， $A$ 的速度为多大？在以后的运动过程中， $A$ 所获得的最大速度为多大？（设 $B$ 不会碰到水平杆， $\sin 37^\circ = 0.6$ ， $\sin 53^\circ = 0.8$ ，取 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，结果均保留1位小数）

答案：1.1 m/s    1.6 m/s

解析：A、B两物体组成的系统，只有动能和重力势能的转化，机械能守恒。设 $\theta_2 = 53^\circ$ 时，A、B两物体的速度分别为 $v_A$ 、 $v_B$ ，B下降的高度为 $h_1$ ，则有

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\text{其中 } h_1 = \frac{h}{\sin \theta_1} - \frac{h}{\sin \theta_2}$$

$$v_A \cos \theta_2 = v_B$$

联立代入数据解得 $v_A = 1.1 \text{ m/s}$

由于绳子的拉力对 $A$ 做正功，使 $A$ 加速，因此 $A$ 至左滑轮正下方时速度最大，此时 $B$ 的速度为零，设此过程 $B$ 下降高度设为 $h_2$ ，则由机械能守恒定律得

$$mgh_2 = \frac{1}{2}mv_{Am}^2$$

$$\text{其中 } h_2 = \frac{h}{\sin \theta_1} - h$$

联立代入数据解得 $v_{Am} = 1.6 \text{ m/s}$ 。

## 考向四

## 含弹簧的系统机械能守恒问题

**【例6】** (2024·山东威海模拟) 如图所示,  $A$ 、 $B$ 两小球由绕过轻质光滑定滑轮的细线相连,  $A$ 放在固定的倾角为 $30^\circ$ 的光滑斜面上,  $B$ 、 $C$ 两小球在竖直方向上通过劲度系数为 $k$ 的轻质弹簧相连,  $C$ 球放在水平地面上。现用手控制住 $A$ , 使细线恰好伸直, 保证滑轮左侧细线竖直、右侧细线与斜面平行。已知 $B$ 、 $C$ 的质量均为 $m$ , 重力加速度为 $g$ 。松手后 $A$ 由静止开始沿斜面下滑, 当 $A$ 速度最大时 $C$ 恰好离开地面, 则 $A$ 下滑的最大速度为 ( )

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/296221143050011005>