云南省玉溪市元江民中2024年高考适应性测试（三诊）数学试题（A卷）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

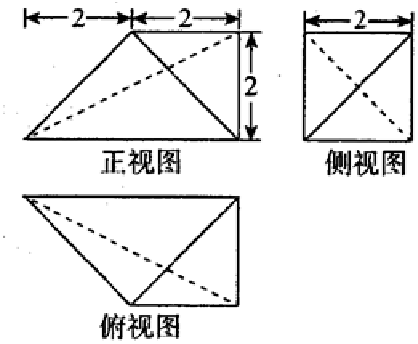
3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．对两个变量进行回归分析，给出如下一组样本数据：$(0.675,-0.989)$，$(1.102,-0.010)$，$(2.899,1.024)$，$(9.101,2.978)$，下列函数模型中拟合较好的是（　　）

A． $y=3x$　　**B．** $y=3^x$　　**C．** $y=-(x-1)^2$　　**D．** $y=\log_3 x$

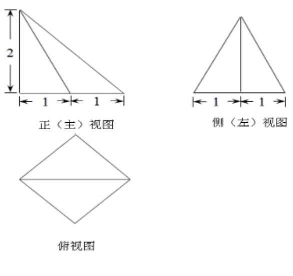
2．某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为（　　）



A． $\dfrac{11}{3}$　　**B．** 4

C． $\dfrac{13}{3}$　　**D．** 5

3．某四棱锥的三视图如图所示，该几何体的体积是（　　）



A． 8　　**B．** $\dfrac{8}{3}$　　**C．** 4　　**D．** $\dfrac{4}{3}$

4．已知$a>0$，若对任意$m\in(0,+\infty)$，关于x的不等式$(x-1)e^x-\dfrac{ax}{e}<m-\ln(m+1)-1$（$e$为自然对数的底数）至少有2个正整数解，则实数$a$的取值范围是（　　）

A． $\left(e,\dfrac{e^3+e}{2}\right]$　　**B．** $\left[\dfrac{e^3+e}{2},+\infty\right)$　　**C．** $\left(0,\dfrac{e^3+e}{2}\right]$　　**D．** $\left(\dfrac{e^3+e}{2},+\infty\right)$

5．已知P为圆C：$(x-5)^2+y^2=36$上任意一点，$A(-5,0)$，若线段PA的垂直平分线交直线PC于点Q，则Q点的轨迹方程为(　　)

A．$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$　　B．$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

C．$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$（$x<0$）　　D．$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$（$x>0$）

6．博览会安排了分别标有序号为“1 号”“2 号”“3 号”的三辆车，等可能随机顺序前往酒店接嘉宾．某嘉宾突发奇想，设计两种乘车方案．方案一：不乘坐第一辆车，若第二辆车的车序号大于第一辆车的车序号，就乘坐此车，否则乘坐第三辆车；方案二：直接乘坐第一辆车．记方案一与方案二坐到“3 号”车的概率分别为 P_1，P_2，则（　　）

A．$P_1 \cdot P_2=\frac{1}{4}$　　B．$P_1=P_2=\frac{1}{3}$　　C．$P_1+P_2=\frac{5}{6}$　　D．$P_1<P_2$

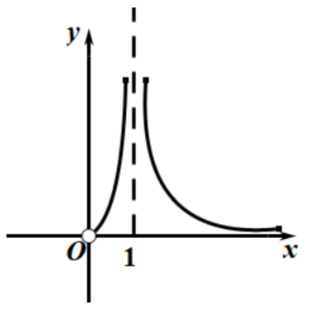
7．若函数$f(x)=x^3-mx^2+2x(m\in R)$在$x=1$处有极值，则$f(x)$在区间$[0,2]$上的最大值为（　　）

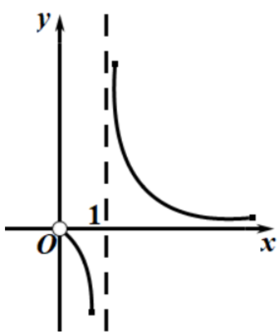
A．$\frac{14}{27}$　　B．2　　C．1　　D．3

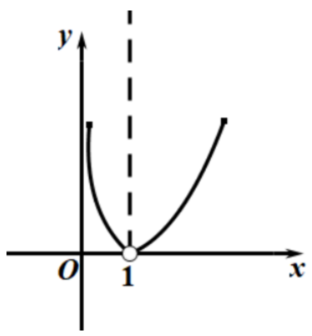
8．已知正三棱锥$A-BCD$的所有顶点都在球O的球面上，其底面边长为 4，E、F、G分别为侧棱AB，AC，AD的中点.若O在三棱锥$A-BCD$内，且三棱锥$A-BCD$的体积是三棱锥$O-BCD$体积的 4 倍，则此外接球的体积与三棱锥$O-EFG$体积的比值为（　　）

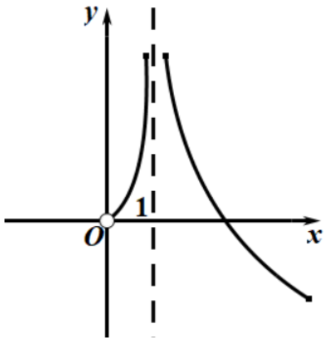
A．$6\sqrt{3}\pi$　　B．$8\sqrt{3}\pi$　　C．$12\sqrt{3}\pi$　　D．$24\sqrt{3}\pi$

9．已知函数$f(x)=\frac{-2}{\ln(x+1)-x}$,则函数$y=f(x-1)$的图象大致为（　　）

A．

B．

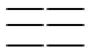
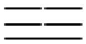
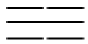
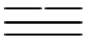
C．

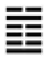
D．

10．已知 $f(x)=e^{x-1}-e^{1-x}+x$，则不等式 $f(x)+f(3-2x)\le 2$ 的解集是（　　）

A．$[1,+\infty)$　　B．$[0,+\infty)$　　C．$(-\infty,0]$　　D．$(-\infty,1]$

11．《周易》历来被人们视作儒家群经之首，它表现了古代中华民族对万事万物的深刻而又朴素的认识，是中华人文文化的基础，它反映出中国古代的二进制计数的思想方法．我们用近代术语解释为：把阳爻“- ”当作数字“1”，把阴爻“--”当作数字“0”，则八卦所代表的数表示如下：

卦名	符号	表示的二进制数	表示的十进制数
坤		**000**	**0**
震		**001**	**1**
坎		**010**	**2**
兑		**011**	**3**

依此类推，则六十四卦中的“屯”卦，符号“  ”表示的十进制数是（ ）

A．18　　**B．17**　　**C．16**　　**D．15**

12．下列函数中，既是奇函数，又是 R 上的单调函数的是(　　)

A．$f\left(x\right)=\ln\left(\left|x\right|+1\right)$　　B．$f\left(x\right)=x^{-1}$

C．$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+2x, & (x\ge 0)\\ -x^2+2x, & (x<0)\end{cases}$　　D．$f\left(x\right)=\begin{cases}2^x, & (x<0)\\ 0, & (x=0)\\ -\left(\dfrac{1}{2}\right)^x, & (x>0)\end{cases}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．函数 $f(x)=|x^2-1|+x^2+kx+9$ 在区间 $(0,3)$ 内有且仅有两个零点，则实数 k 的取值范围是_____.

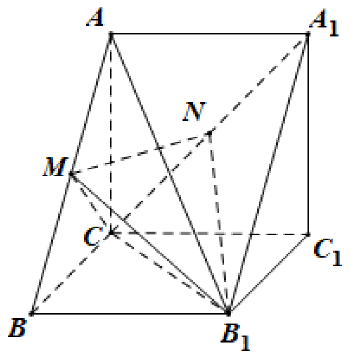
14．从 4 名男生和 3 名女生中选出 4 名去参加一项活动，要求男生中的甲和乙不能同时参加，女生中的丙和丁至少有一名参加，则不同的选法种数为______.（用数字作答）

15．函数 $f(x)=\dfrac{\ln x-1}{x}$ 的极大值为______.

16．已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 ***ABCD*** 是边长为 **2** 的正方形，且 $\angle PAB=90°$.若四棱锥 ***P-ABCD*** 的五个顶点在以 **4** 为半径的同一球面上，当 ***PA*** 最长时，则 $\angle PDA=$______________；四棱锥 ***P-ABCD*** 的体积为______________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$A_1A\perp$平面 ABC，$\angle ACB=90°$，$AC=CB=C_1C=1$，M，N 分别是 AB，A_1C 的中点.



（1）求证：直线 $MN\perp$平面 ACB_1；

（2）求点 C_1 到平面 B_1MC 的距离.

18．（12 分）ΔABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 ΔABC 的面积为 $\dfrac{a^2}{4\sin A}$.

（1）求 $\sin B\sin C$；

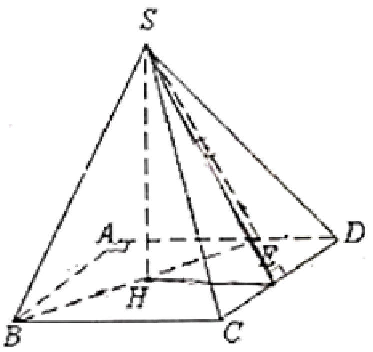
（2）若 $10\cos B\cos C=-1$，$a=\sqrt{2}$，求 ΔABC 的周长.

19．（12 分）已知 $a>0$，$b>0$，$a+b=2$.

（Ⅰ）求 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b+1}$ 的最小值；

（Ⅱ）证明：$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\geq\dfrac{2}{ab}$.

20．（12 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=3$，点 E 是边 AD 上一点，且 $AE=2ED$，点 H 是 BE 的中点，将$\triangle ABE$ 沿着 BE 折起，使点 A 运动到点 S 处，且满足 $SC=SD$.



（1）证明：$SH\perp$平面 $BCDE$；

（2）求二面角 $C-SB-E$ 的余弦值.

21．（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的短轴长为 $2\sqrt{3}$，离心率 $e=\dfrac{1}{2}$，其右焦点为 F.

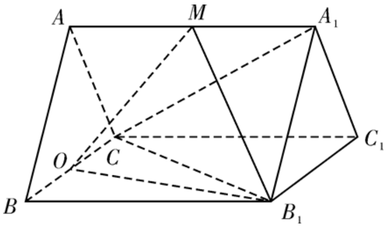
（1）求椭圆 C 的方程；

（2）过 F 作夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$ 的两条直线 l_1,l_2 分别交椭圆 C 于 P,Q 和 M,N，求 $\dfrac{|PQ|}{|MN|}$ 的取值范围.

22.（10 分）如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AC=\sqrt{2}$，$BC=AA_1=2$，O 为 BC 的中点，点 M 在线段 AA_1 上，且 $OM\parallel$ 平面 CB_1A_1.

（1）求证：$AM=A_1M$；

（2）求平面 MOB_1 与平面 CB_1A_1 所成二面角的正弦值.



参考答案

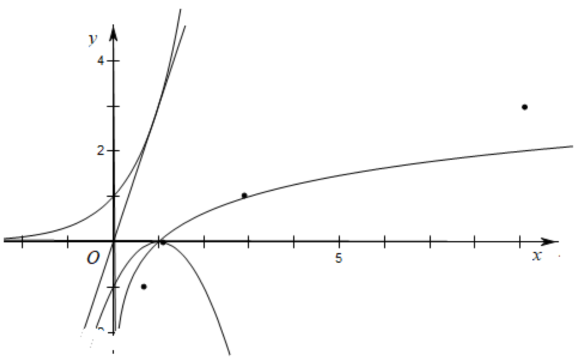
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

作出四个函数的图象及给出的四个点，观察这四个点在靠近哪个曲线.

【详解】



如图，作出 **A**，**B**，**C**，**D** 中四个函数图象，同时描出题中的四个点，它们在曲线 $y=\log_3 x$ 的两侧，与其他三个曲线都离得很远，因此 **D** 是正确选项，

故选：D．

【点睛】

本题考查回归分析，拟合曲线包含或靠近样本数据的点越多，说明拟合效果好．

2、B

【解析】

还原几何体的直观图，可将此三棱锥 $A-CD_1E$ 放入长方体中，利用体积分割求解即可．

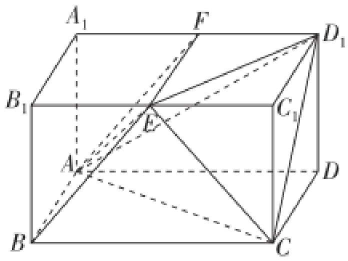
【详解】

如图，三棱锥的直观图为 $A-CD_1E$，体积

$$V_{A-CD_1E}=V_{长方体AC_1}-V_{BB_1E-AA_1F}-V_{E-ABC}-V_{E-CC_1D_1}-V_{E-AD_1F}-V_{D_1-ADC}$$

$$=2\times4\times2-\frac{1}{2}\times2\times2\times2-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times4\times2\times2-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times2=4.$$

故选:B.



【点睛】

本题主要考查了锥体的体积的求解,利用的体积分割的方法,考查了空间想象力及计算能力,属于中档题.

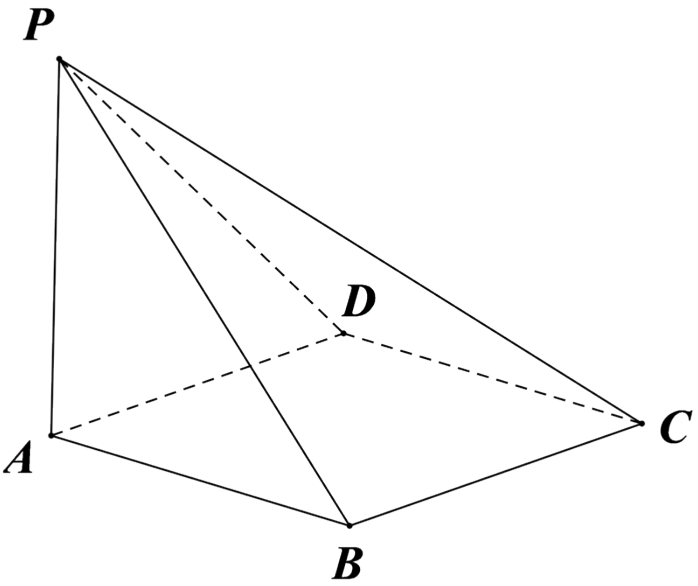
3、D

【解析】

根据三视图知，该几何体是一条垂直于底面的侧棱为 2 的四棱锥，画出图形，结合图形求出底面积代入体积公式求它的体积．

【详解】

根据三视图知，该几何体是侧棱 $PA\perp$底面 $ABCD$ 的四棱锥，如图所示：



结合图中数据知，该四棱锥底面为对角线为 **2** 的正方形，

高为 ***PA*=2**，

$\therefore$四棱锥的体积为$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{2^2}{2}\cdot 2=\frac{4}{3}$.

故选：***D*.**

【点睛】

本题考查由三视图求几何体体积，由三视图正确复原几何体是解题的关键，考查空间想象能力．属于中等题.

4、**B**

【解析】

构造函数$f\left(m\right)=m-\ln\left(m+1\right)-1$（$m>0$），求导可得$f\left(m\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增,则 $f\left(m\right)>f\left(0\right)=-1$,问题转化为$\left(x-1\right)\mathrm{e}^x-\frac{ax}{\mathrm{e}}<-1$,即$\left(x-1\right)\mathrm{e}^x\leq\frac{ax}{\mathrm{e}}-1$至少有 **2** 个正整数解,构造函数$g\left(x\right)=\left(x-1\right)\mathrm{e}^x$,$h\left(x\right)=\frac{ax}{\mathrm{e}}-1$,通过导数研究单调性,由$g\left(0\right)=h(0)$可知，要使得$g\left(x\right)\leq h\left(x\right)$至少有 **2** 个正整数解,只需$g\left(2\right)\leq h\left(2\right)$即可,代入可求得结果.

【详解】

构造函数$f\left(m\right)=m-\ln\left(m+1\right)-1$（$m>0$），则$f'\left(m\right)=1-\frac{1}{m+1}=\frac{m}{m+1}$（$m>0$），所以$f\left(m\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增，所以$f\left(m\right)>f\left(0\right)=-1$，故问题转化为至少存在两个正整数 ***x***，使得$\left(x-1\right)\mathrm{e}^x\leq\frac{ax}{\mathrm{e}}-1$成立，设

$g\left(x\right)=\left(x-1\right)\mathrm{e}^x$，$h\left(x\right)=\frac{ax}{\mathrm{e}}-1$，则$g'\left(x\right)=x\mathrm{e}^x$，当$x>0$时$g'\left(x\right)>0$，$g\left(x\right)$单调递增；当$x>0$时，$h\left(x\right)$

单调递增. $g\left(2\right)\le h\left(2\right)$，整理得 $a\ge\frac{\mathrm{e}^3+\mathrm{e}}{2}$.

故选:**B.**

【点睛】

本题考查导数在判断函数单调性中的应用,考查不等式成立问题中求解参数问题,考查学生分析问题的能力和逻辑推理能力,难度较难.

5、**B**

【解析】

如图所示：连接 QA，根据垂直平分线知 $QA=QP$，$\left||QC|-|QA|\right|=6<10$，故轨迹为双曲线，计算得到答案.

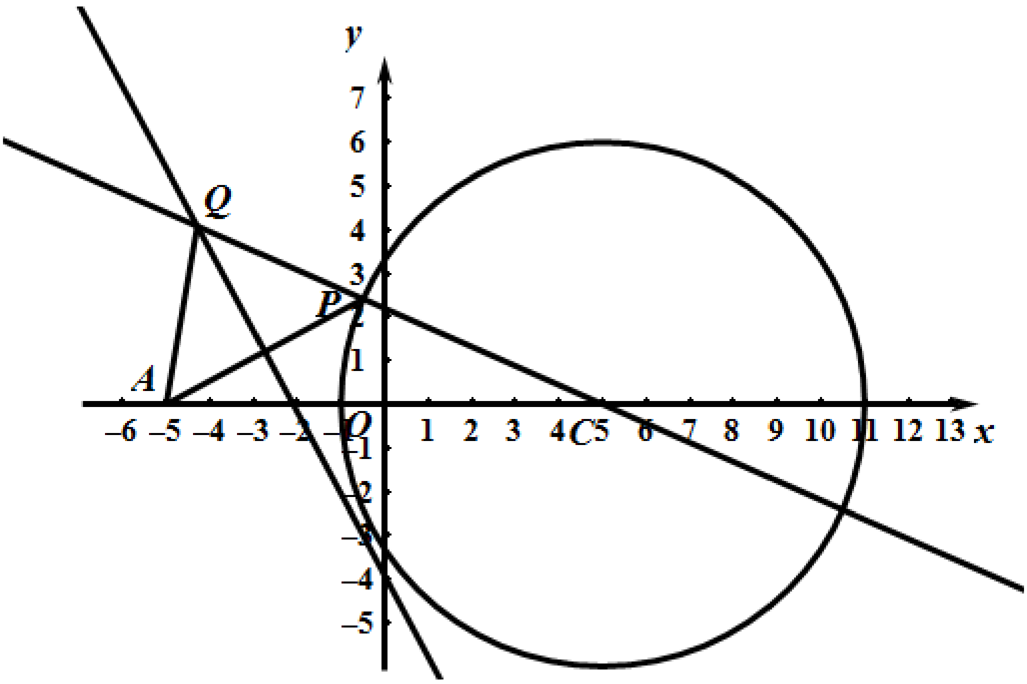
【详解】

如图所示：连接 QA，根据垂直平分线知 $QA=QP$，

故 $\left||QC|-|QA|\right|=\left||QC|-|QP|\right|=|PC|=6<10$，故轨迹为双曲线，

$2a=6$，$a=3$，$c=5$，故 $b=4$，故轨迹方程为 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$.

故选：B.



【点睛】

本题考查了轨迹方程，确定轨迹方程为双曲线是解题的关键.

6、**C**

【解析】

将三辆车的出车可能顺序一一列出，找出符合条件的即可.

【详解】

三辆车的出车顺序可能为：123、132、213、231、312、321

方案一坐车可能：132、213、231，所以，$P_1=\frac{3}{6}$；

方案二坐车可能：312、321，所以，$P_1=\frac{2}{6}$；

所以 $P_1+P_2=\frac{5}{6}$

故选 C.

【点睛】

本题考查了古典概型的概率的求法，常用列举法得到各种情况下基本事件的个数，属于基础题.

7、B

【解析】

根据极值点处的导数为零先求出 m 的值，然后再按照求函数在连续的闭区间上最值的求法计算即可.

【详解】

解：由已知得 $f'(x)=3x^2-2mx+2$，$\therefore f'(1)=3-2m+2=0$，$\therefore m=\frac{5}{2}$，经检验满足题意.

$\therefore f(x)=x^3-\frac{5}{2}x^2+2x$，$f'(x)=3x^2-5x+2$.

由 $f'(x)<0$ 得 $\frac{2}{3}<x<1$；由 $f'(x)>0$ 得 $x<\frac{2}{3}$ 或 $x>1$.

所以函数 $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{2}{3}\right]$ 上递增，在 $\left[\frac{2}{3},1\right]$ 上递减，在 $[1,2]$ 上递增.

则 $f(x)_{极大值}=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{14}{27}$，$f(2)=2$，

由于 $f(2)>f(x)_{极大值}$，所以 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上的最大值为 2.

故选：*B.*

【点睛】

本题考查了导数极值的性质以及利用导数求函数在连续的闭区间上的最值问题的基本思路，属于中档题.

8、D

【解析】

如图，平面 EFG 截球 O 所得截面的图形为圆面，计算 $AH=4OH$，由勾股定理解得 $R=\sqrt{6}$，此外接球的体积为

$\dfrac{24\sqrt{6}}{3}\pi$，三棱锥$O-EFG$体积为$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，得到答案.

【详解】

如图，平面EFG截球O所得截面的图形为圆面.

正三棱锥$A-BCD$中，过A作底面的垂线AH，垂足为H，与平面EFG交点记为K，连接OD、HD.

依题意$V_{A-BCD}=4V_{O-BCD}$，所以$AH=4OH$，设球的半径为R，

在$Rt\triangle OHD$中，$OD=R$，$HD=\dfrac{\sqrt{3}}{3}BC=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，$OH=\dfrac{1}{3}OA=\dfrac{R}{3}$，

由勾股定理：$R^2=\left(\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\dfrac{R}{3}\right)^2$，解得$R=\sqrt{6}$，此外接球的体积为$\dfrac{24\sqrt{6}}{3}\pi$，

由于平面$EFG//$平面BCD，所以$AH\perp$平面EFG，

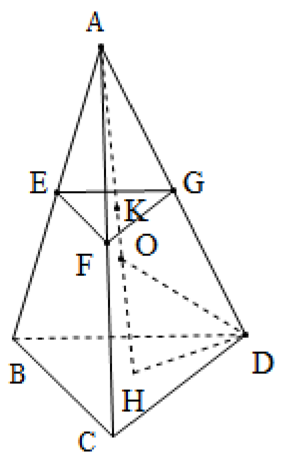
球心O到平面EFG的距离为KO，

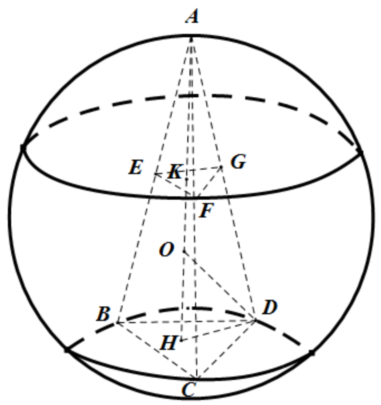
则$KO=OA-KA=OA-\dfrac{1}{2}AH=R-\dfrac{2}{3}R=\dfrac{R}{3}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

所以三棱锥$O-EFG$体积为$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times4^2\times\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，

所以此外接球的体积与三棱锥$O-EFG$体积比值为$24\sqrt{3}\pi$.

故选：**D.**





【点睛】

本题考查了三棱锥的外接球问题，三棱锥体积，球体积，意在考查学生的计算能力和空间想象能力.

9、**A**

【解析】

用排除法，通过函数图像的性质逐个选项进行判断，找出不符合函数解析式的图像，最后剩下即为此函数的图像.

【详解】

设 $g(x)=f(x-1)=\dfrac{-2}{\ln x-x+1}$，由于 $g\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{-2}{\ln\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}}>0$，排除 ***B*** 选项；由于 $g(\mathrm{e})=\dfrac{-2}{2-\mathrm{e}},g\left(\mathrm{e}^{2}\right)=\dfrac{-2}{3-\mathrm{e}^{2}}$，所以 $g(e)>g\left(\mathrm{e}^{2}\right)$，排除 ***C*** 选项；由于当 $x\to+\infty$ 时，$g(x)>0$，排除 ***D*** 选项.故 ***A*** 选项正确.

故选：A

【点睛】

本题考查了函数图像的性质，属于中档题.

10、A

【解析】

构造函数 $g\left(x\right)=f\left(x\right)-1$，通过分析 $g\left(x\right)$ 的单调性和对称性，求得不等式 $f(x)+f(3-2x)\leq 2$ 的解集.

【详解】

构造函数 $g\left(x\right)=f\left(x\right)-1=e^{x-1}-\dfrac{1}{e^{x-1}}+\left(x-1\right)$，

$g\left(x\right)$ 是单调递增函数，且向左移动一个单位得到 $h\left(x\right)=g\left(x+1\right)=e^{x}-\dfrac{1}{e^{x}}+x$，

$h\left(x\right)$ 的定义域为 R，且 $h\left(-x\right)=\dfrac{1}{e^{x}}-e^{x}-x=-h\left(x\right)$，

所以 $h\left(x\right)$ 为奇函数，图像关于原点对称，所以 $g\left(x\right)$ 图像关于 $\left(1,0\right)$ 对称.

不等式 $f(x)+f(3-2x)\leq 2$ 等价于 $f\left(x\right)-1+f\left(3-2x\right)-1\leq 0$，

等价于 $g\left(x\right)+g\left(3-2x\right)\leq 0$，注意到 $g\left(1\right)=0$，

结合 $g\left(x\right)$ 图像关于 $\left(1,0\right)$ 对称和 $g\left(x\right)$ 单调递增可知 $x+3-2x\leq 2\Rightarrow x\geq 1$.

所以不等式 $f(x)+f(3-2x)\leq 2$ 的解集是 $\left[1,+\infty\right)$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查根据函数的单调性和对称性解不等式，属于中档题.

11、B

【解析】

由题意可知“屯”卦符号“䷂”表示二进制数字 010001，将其转化为十进制数即可.

【详解】