扬州中学 2022-2023 学年度高三数学 9 月双周练

考试时间：120 分钟

注意事项：

1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息

2．请将答案正确填写在答题卡上

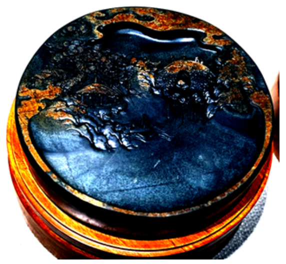
第 I 卷（选择题）

一、单选题

1．设 $x\in\mathbf{R}$，则“$|x-1|<1$”是“$0<x<5$”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

2．徽砚又名歙砚，中国四大名砚之一，是砚史上与端砚齐名的珍品.以砚石在古歙州府加工和集散而得名，徽砚始于唐代，据北宋唐积《歙州砚谱》载：婺源砚在唐开元中，猎人叶氏逐兽至长城里，见叠石如城垒状，莹洁可爱，因携之归，刊出成砚，温润大过端溪，此后，徽砚名闻天下，如图所示的徽砚近似底面直径为10cm，高为2.5cm的圆柱体，则该徽砚的体积为（　　）cm^3

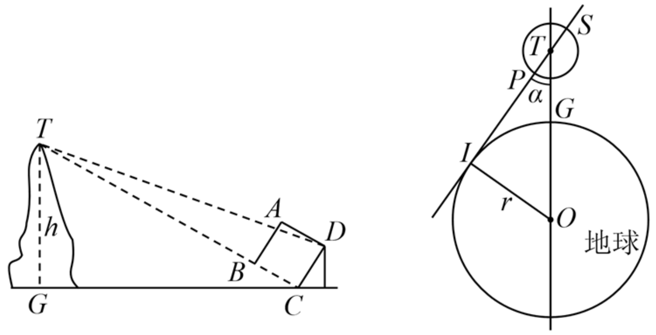


A．250π　B．75π　C．$\dfrac{125}{2}\pi$　D．$\dfrac{125}{3}\pi$

3．在$\triangle ABC$中，点D线段BC上任意一点，点D满足$\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AP}$，若存在实数$m$和$n$，使得$\overrightarrow{BP}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$，则$m+n=$（　　）

A．$\dfrac{2}{3}$　B．$\dfrac{1}{3}$　C．$-\dfrac{1}{3}$　D．$-\dfrac{2}{3}$

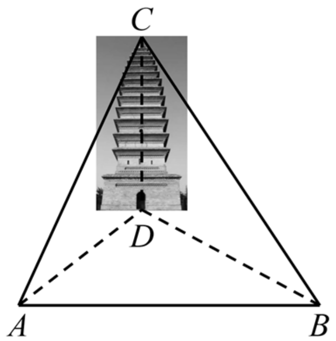
4．天文计算的需要，促进了三角学和几何学的发展．10 世纪的科学家比鲁尼的著作《马苏德规律》一书中记录了在三角学方面的一些创造性的工作．比鲁尼给出了一种测量地球半径的方法：先用边长带有刻度的正方形$ABCD$测得一座山的高$GT=h$（如图①），再于山顶T处悬一直径为SP且可以转动的圆环（如图②），从山顶T处观测地平线上的一点I，测得$\angle OTI=\alpha$．由此可以算得地球的半径$r=$（　　）



图①　　　图②

A．$\dfrac{h\sin\alpha}{1-\sin\alpha}$　B．$\dfrac{h\cos\alpha}{1-\sin\alpha}$　C．$\dfrac{h\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$　D．$\dfrac{h\cos\alpha}{1-\cos\alpha}$

5．如图，有一古塔，在A点测得塔底位于北偏东$60°$方向上的点D处，塔顶C的仰角为$30°$，在A的正东方向且距D点60m的B点测得塔底位于北偏西$45°$方向上（A，B，D在同一水平面），则塔的高度CD约为（　　）（参考数据：$\sqrt{6}\approx2.4$）

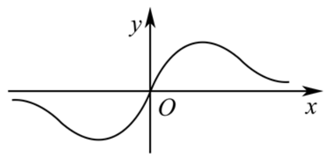


A．38m　B．44m　C．40m　D．48m

6．已知定义在R上的偶函数$f(x)$，满足$[f(x)]^3-[f(x)]^2-x^2f(x)+x^2=0$对任意的实数$x$都成立，且值域为$[0,1]$.设函数$g(x)=|x-m|-|x-1|$，（$m<1$），若对任意的$x_1\in(-2,\frac{1}{2})$，存在$x_2>x_1$，使得$g(x_2)=f(x_1)$成立，则实数$m$的取值范围为（　　）

A．$[-6,1)$　B．$[-\frac{5}{2},-\frac{1}{2}]$　C．$[0,1)$　D．$[-\frac{1}{2},0]$

7．下列四个选项中的函数，其图象可能是下图的是（　　）



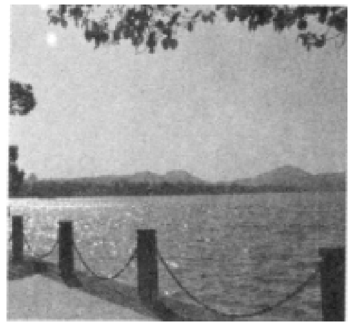
A．$y=\dfrac{x^2}{e^x+e^{-x}}$　B．$y=\dfrac{x^2}{e^x-e^{-x}}$　C．$y=\dfrac{x}{e^x+e^{-x}}$　D．$y=\dfrac{x}{e^x-e^{-x}}$

8．若关于x的不等式$e^x-(a+1)x-b\geq0$（e为自然对数的底数）在R上恒成立，则$(a+1)b$的最大值为

A．$e+1$　　B．$e+\frac{1}{2}$　　C．$\frac{e}{2}$　　D．$\frac{e}{4}$

二、多选题

9．游人游玩的湖边常设有如图所示的护栏柱与柱之间是一条均匀悬链．数学中把这种两端固定的一条（粗细与质量分布）均匀、柔软的链条，在重力的作用下所具有的曲线形状称为悬链线．如果建立适当的平面直角坐标系，那么悬链线可以表示为函数$f(x)=\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)$，其中$a>0$，则下列关于悬链线函数$f(x)$的性质判断中，正确的有（　　）．



A．$f(x)$为偶函数

B．$f(x)$为奇函数

C．$f(x)$的最小值为a

D．$f(x)$的单调递增区间为$(0,+\infty)$

10．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点P满足$\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}+\mu\overrightarrow{BB_1}$，其中$\lambda\in[0,1]$，$\mu\in[0,1]$，则（　　）

A．当$\lambda=\mu$时，$A_1P//$平面ACD_1

B．当$\mu=1$时，三棱锥$P-A_1BC$的体积为定值

C．当$\lambda=1$时，$\triangle PBD$的面积为定值

D．当$\lambda+\mu=1$时，直线A_1D与D_1P所成角的范围为$\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

11．已知直线l_1：$x\sin\alpha+y=0$与l_2：$3x+y+c=0$，则下列结论正确的是（　　）

A．直线l_1与直线l_2可能重合

B．直线l_1与直线l_2可能垂直

C．直线l_1与直线l_2可能平行

D．存在直线l_1上一点P，直线l_1绕点P旋转后可与直线l_2重合

12．若函数$f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+2\cos^2x+m$在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最大值为6，则下列结论正确的是（　　）

A．$f\left(\frac{5\pi}{12}\right)=5$

B．2π是函数$f(x)$的一个周期

C．当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，不等式$c<f(x)<c+4$恒成立，则实数$c$的取值范围是$[2,3)$

D．将函数$f(x)$的图像向左移动$\frac{\pi}{6}$个单位得到函数$g(x)$的图像，则函数$g(x)$是一个偶函数

第II卷（非选择题）

请点击修改第II卷的文字说明

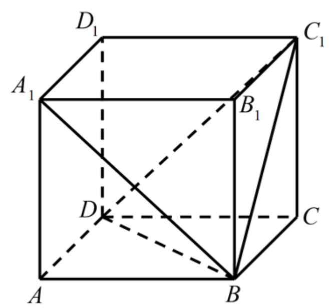
三、填空题

13．已知m，n是两条不重合的直线，α是一个平面，$n\subset\alpha$，则“$m\perp\alpha$”是“$m\perp n$”的__________条件．

14．已知$\tan(\pi+\theta)=2$，则$\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)=$________．

15．设函数$f(x)=\begin{cases}3^x+1,x\le 0\\ |\log_4 x|,x>0\end{cases}$，若关于$x$的函数$g(x)=f^2(x)-(a+2)f(x)+3$恰好有六个零点，则实数$a$的取值范围是____________．

16．如图，在棱长为$2\sqrt{2}$的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，若$\triangle ABA_1$绕A_1B旋转一周，则在旋转过程中，三棱锥$A-BDC_1$的体积的取值范围为______．



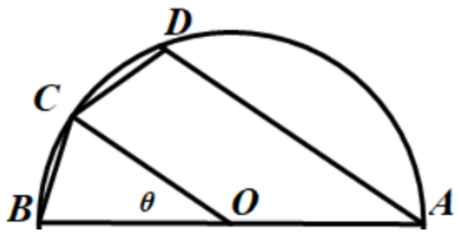
四、解答题

17．已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\left\{x\middle|x^2+3x-18\ge 0\right\}$，$B=\left\{x\middle|\frac{x+5}{x-14}\le 0\right\}$，$C=\left\{x\middle|\frac{2x+1}{x-1}\le 1\right\}$．

(1)求$A\cap B$；

(2)求 $B\cap C$.

18．如图，有一景区的平面图是一个半圆形，其中 O 为圆心，直径 AB 的长为 2km，C，D 两点在半圆弧上，且 $BC=CD$，设 $\angle COB=\theta$；



（1）当 $\theta=\frac{\pi}{12}$ 时，求四边形 $ABCD$ 的面积.

（2）若要在景区内铺设一条由线段 AB，BC，CD 和 DA 组成的观光道路，则当 θ 为何值时，观光道路的总长 l 最长，并求出 l 的最大值.

19．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的右焦点为 F，圆 O：$x^2+y^2=a^2$，过 F 且垂直于 x 轴的直线被椭圆 C 和圆 O 所截得的弦长分别为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 和 $2\sqrt{2}$.

(1)求 C 的方程；

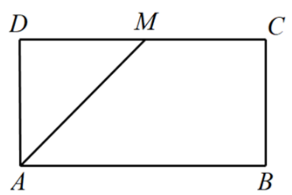
(2)过圆 O 上一点 P（不在坐标轴上）作 C 的两条切线 l_1，l_2，记 l_1，l_2 的斜率分别为 k_1，k_2，直线 OP 的斜率为 k_3，证明：$\left(k_1+k_2\right)k_3$ 为定值.

20．已知函数 $f(x)=(a+1)\ln x+ax^2+1$.

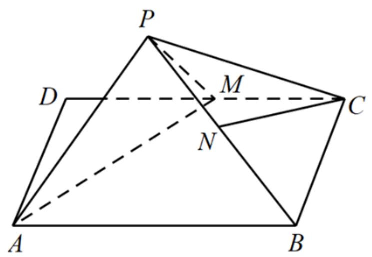
(1)当 $a=2$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $\left(1,f(1)\right)$ 处的切线方程；

(2)设 $a\le-2$，证明：对任意 x_1，$x_2\in(0,+\infty)$，$|f(x_1)-f(x_2)|\ge4|x_1-x_2|$.

21. 如图①所示，长方形 $ABCD$ 中，$AD=1$，$AB=2$，点 M 是边 CD 的中点，将 $\triangle ADM$ 沿 AM 翻折到 $\triangle PAM$，连接 PB，PC，得到图②的四棱锥 $P-ABCM$.



图①



图②

(1)求四棱锥 $P-ABCM$ 的体积的最大值；

(2)若棱 PB 的中点为 N，求 CN 的长；

(3)设 $P-AM-D$ 的大小为 θ，若 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$，求平面 PAM 和平面 PBC 夹角余弦值的最小值.

22．已知函数 $f(x)=2ax-ax\cos x-\sin x$.

(1)当 $a=1$ 时，求 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的最大值；

(2)当 $x>0$ 时，$f(x)\ge0$，求 a 的取值范围.

参考答案：

1．A【分析】先解不等式$|x-1|<1$，比较其和$0<x<5$的关系即可

【详解】依题意，$|x-1|<1$可得$-1<x-1<1$，即$0<x<2$，显然$0<x<2$是$0<x<5$的充分不必要条件.

故选：A

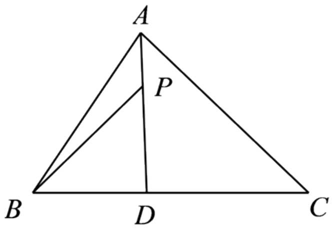
2．C【分析】先求出底面半径，然后利用圆柱的体积公式求解即可

【详解】由题意得该徽砚的底面半径为5cm，

所以该徽砚的体积为$\pi\times5^2\times2.5=\frac{125}{2}\pi\ \text{cm}^3$，

故选：C

3．D【分析】由题设$\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}+(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$且$0<\lambda<1$，结合向量数乘、加法的几何意义可得$\overrightarrow{BP}=\frac{\lambda-3}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1-\lambda}{3}\overrightarrow{AC}$，再由已知条件即可得$m+n$的值.

【详解】

由题意，$\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}+(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$且$0<\lambda<1$，而$\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AP}=3(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BP})$，

所以$3\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{AB}+(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，即$\overrightarrow{BP}=\frac{\lambda-3}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1-\lambda}{3}\overrightarrow{AC}$，

由已知，$\begin{cases}m=\frac{\lambda-3}{3}\\n=\frac{1-\lambda}{3}\end{cases}$，则$m+n=-\frac{2}{3}$.

故选：D

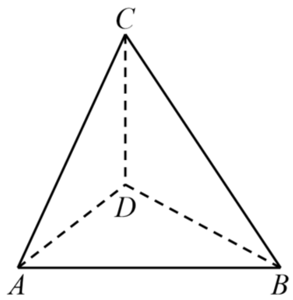
4．A【分析】根据解直角三角形，结合正弦函数的概念即可求得答案.

【详解】由图可知，$OI\perp TI$,故 $\frac{OI}{OT}=\frac{r}{r+h}=\sin\alpha$，解得$r=\frac{h\sin\alpha}{1-\sin\alpha}$，

故选：A.

5．D【分析】转化为解三角形问题，利用正弦定理、直角三角形的性质进行求解.

【详解】如图，根据题意，$CD\perp$平面ABD，$\angle CAD=30^\circ$，$\angle BAD=30^\circ$，$\angle ABD=45^\circ$，$BD=60$.



在$\triangle ABD$中，因为$\dfrac{BD}{\sin\angle BAD}=\dfrac{AD}{\sin\angle ABD}$，所以$\dfrac{60}{\sin 30^\circ}=\dfrac{AD}{\sin 45^\circ}$，

所以$AD=60\sqrt{2}$.在$\mathrm{Rt}\triangle ACD$中，$CD=AD\cdot\tan 30^\circ=60\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=20\sqrt{6}\approx 48$ m.

故A，B，C错误.

故选：D.

6．D【分析】先根据函数$f\left(x\right)$满足的关系式及奇偶性，值域，得到$f\left(x\right)=\begin{cases}1,x<-1\\ |x|,-1\le x\le 1\\ 1,x>1\end{cases}$，

再写出$g(x)=\begin{cases}m-1,x<m\\ 2x-m-1,m\le x\le 1\\ -m+1,x>1\end{cases}$，在同一坐标系中画出两函数图象，结合当$x>1$时，

$g\left(x\right)=-m+1\ge 1$及$x\in\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right)$时，$g\left(x\right)$的图象要位于$f\left(x\right)$的下方，得到$g\left(\dfrac{1}{2}\right)\le f\left(\dfrac{1}{2}\right)$，求出实数$m$的取值范围.

【详解】$[f(x)]^3-[f(x)]^2-x^2f(x)+x^2=0$变形为$[f^2(x)-x^2]\left[f(x)-1\right]=0$，

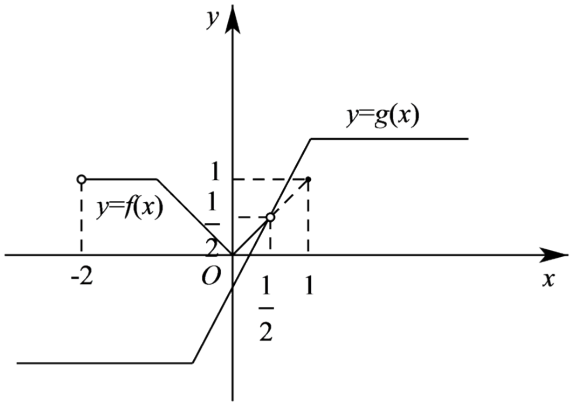
所以$f(x)=1$或$f^2(x)=x^2$，即$f(x)=1$或$f(x)=|x|$，

因为$f\left(x\right)$为偶函数，且值域为$[0,1]$，

所以$f\left(x\right)=\begin{cases}1,x<-1\\ |x|,-1\le x\le 1\\ 1,x>1\end{cases}$，

因为$m<1$，所以$g(x)=|x-m|-|x-1|=\begin{cases}m-1,x<m\\ 2x-m-1,m\le x\le 1\\ -m+1,x>1\end{cases}$，

在同一坐标系中画出两者的函数图象，如下图：



要想满足若对任意的$x_1\in(-2,\frac{1}{2})$，存在$x_2>x_1$，使得$g(x_2)=f(x_1)$成立，

则当$x>1$时，$g\left(x\right)=-m+1\geq 1$，所以$m\leq 0$，

且$x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$时，$g\left(x\right)$的图象要位于$f\left(x\right)$的下方，

故只需$g\left(\frac{1}{2}\right)\leq f\left(\frac{1}{2}\right)$，即$-m\leq\frac{1}{2}$，解得：$m\geq-\frac{1}{2}$，

综上：实数m的取值范围是$[-\frac{1}{2},0]$.

故选：D

【点睛】对于函数恒成立或有解问题，要画出函数图象，对比函数值域，数形结合，列出不等式，求出参数的取值范围.

7．C【分析】根据图象的奇偶性及图象所过特殊点判断所给解析式即可.

【详解】由已知，函数图象为过原点的奇函数，

A 中$y=\frac{x^2}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$，D 中$y=\frac{x}{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}$由解析式知，函数为偶函数，故不正确；

B 中，当$x=0$时，$y=\frac{x^2}{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}$无意义，故 B 不正确；

故选：C

8．C【详解】令$f\left(x\right)=e^x-\left(a+1\right)x-b$，只需$f\left(x\right)_{\min}\geq 0$即可.$f'\left(x\right)=e^x-\left(a+1\right)$.当$a+1\leq 0$时，导函数恒大于零，函数单调递增没有最小值.当$a+1>0$时，函数在$\left(-\infty,\ln(a+1)\right)$上递减，在$(\ln(a+1),+\infty)$上递增，最小值为$f\left(\ln(a+1)\right)$，即$\left(a+1\right)-\left(a+1\right)\ln(a+1)\geq b$，两边乘以$a+1$得$\left(a+1\right)^2\left[1-\ln(a+1)\right]\geq b(a+1)$，令$t=a+1$，且$g\left(t\right)=t^2\left(1-\ln t\right)\left(t>0\right)$，$g'\left(t\right)=t\left(1-2\ln t\right)$，令$g'\left(t\right)=0$，解得$t=\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}$，得极大值为$g\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}\right)=\frac{\mathrm{e}}{2}$.所以$\left(a+1\right)b$的最大值为$\frac{e}{2}$.

点睛：本题主要考查函数与导数的知识，考查函数的单调性、极值、最值的求解方法，考查化归与转化的数学思想方法，属于难题.由于题目要求一个不等式恒成立，我们构造一个函数，求其最小值，其最小值大于零即可.在化简过程中要注意将已知条件配成要求的$(a+1)b$的形式.

9．ACD【分析】根据函数奇偶性的定义，结合导数的性质、基本不等式进行求解即可.

【详解】函数$f(x)$的定义域为R，且$f(-x)=\frac{a}{2}\left(\mathrm{e}^{-\frac{x}{a}}+\mathrm{e}^{\frac{x}{a}}\right)=f(x)$，$f(x)$为偶函数，故A正确，B错误；

$\because \mathrm{e}^{\frac{x}{a}}>0$，$\mathrm{e}^{-\frac{x}{a}}>0$，$\therefore f(x)\geq\frac{a}{2}\times 2\sqrt{\mathrm{e}^{\frac{x}{a}}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{x}{a}}}=a$，

当且仅当$\mathrm{e}^{\frac{x}{a}}=\mathrm{e}^{-\frac{x}{a}}$时取等号，即$x=0$时取等号，故C正确；

$$f'(x)=\frac{a}{2}\left(\frac{1}{a}\cdot\mathrm{e}^{\frac{x}{a}}-\frac{1}{a}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{x}{a}}\right)=\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{a}}-\mathrm{e}^{-\frac{x}{a}}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{e}^{\frac{2x}{a}}-1}{\mathrm{e}^{\frac{x}{a}}}\right),$$

当$x>0$时，$\because a>0$，$\therefore \mathrm{e}^{\frac{2x}{a}}-1>0$，$\therefore f'(x)>0$，

$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，由偶函数的性质可知，$f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减，故D正确.

故选：ACD.

10．ABD【分析】对于A选项，确定P点在面对角线BC_1上，通过证明面面平行，得线面平行；

对于B选项，确定P点在棱B_1C_1上，由等体积法，说明三棱锥$P-A_1BC$的体积为定值；

对于C选项，确定P点在棱CC_1上，$\triangle PBD$的底BD不变，高PE随点P的变化而变化；

对于D选项，通过平移直线A_1D，找到异面直线A_1D与D_1P所成的角，在正$\triangle D_1B_1C$中，确定其范围.

【详解】对于A选项，如下图，当$\lambda=\mu$时，P点在面对角线BC_1上运动，

又$P\in$平面A_1C_1B，所以$A_1P\subset$平面A_1C_1B，

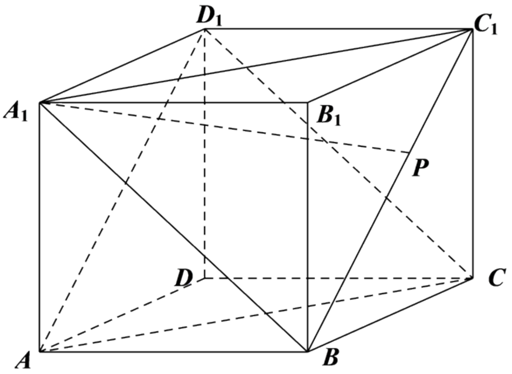
在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，Q $AB//C_1D_1$且$AB=C_1D_1$，则四边形ABC_1D_1为平行四边形，

所以，$AD_1 // BC_1$，$\because AD_1 \not\subset$ 平面 A_1BC_1，$BC_1 \subset$ 平面 A_1BC_1，$\therefore AD_1 //$ 平面 A_1BC_1，

同理可证 $AC //$ 平面 A_1BC_1，

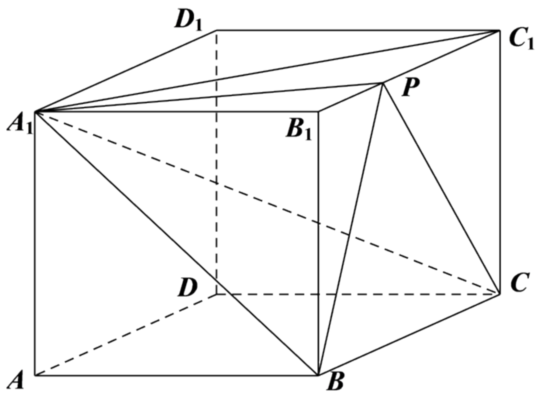
$\because AD_1 \cap AC = A$，所以，平面 $A_1C_1B //$ 平面 ACD_1，

$\because A_1P \subset$ 平面 A_1BC_1，所以，$A_1P //$ 平面 ACD_1，A 正确；



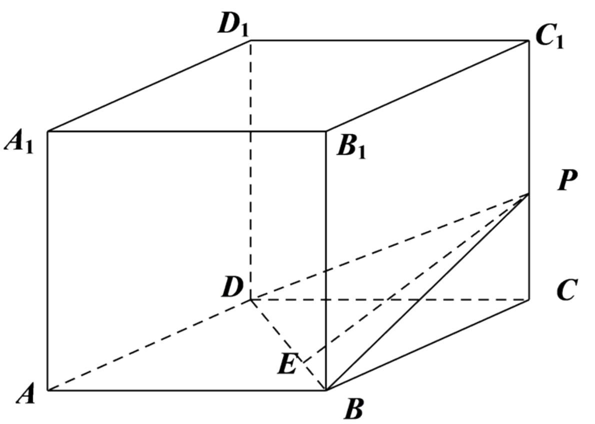
对于 B 选项，当 $\mu = 1$ 时，如下图，P 点在棱 B_1C_1 上运动，

三棱锥 $P - A_1BC$ 的体积 $V_{P-A_1BC} = V_{A_1-PBC} = \frac{1}{3} \cdot S_{PBC} \cdot A_1B_1$ 为定值，B 正确；



对于 C 选项，当 $\lambda = 1$ 时，如图，P 点在棱 CC_1 上运动，过 P 作 $PE \perp BD$ 于 E 点，

则 $S_{\triangle PBD} = \frac{1}{2} BD \cdot PE$，其大小随着 PE 的变化而变化，C 错误；

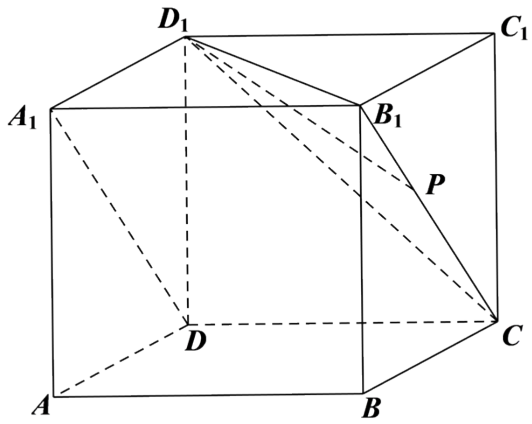


对于 D 选项，如图所示，当$\lambda+\mu=1$时，P，C，B_1三点共线，

因为$A_1B_1//CD$且$A_1B_1=CD$,所以四边形A_1B_1CD为平行四边形，所以$A_1D//B_1C$，

所以$\angle D_1PB_1$或其补角是直线A_1D与D_1P所成角，

在正$\triangle D_1B_1C$中，$\angle D_1PB_1$的取值范围为$\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$，D 正确.



故选：ABD.

11．BD【分析】分别求出直线l_1，l_2的斜率，根据两直线平行和垂直斜率满足的关系即可逐一求解.

【详解】Q 直线$l_1:x\sin\alpha+y=0$的斜率为$k_1=-\sin\alpha$，

直线$l_2:3x+y+c=0$的斜率$k_2=-3$，

Q $-1\le\sin\alpha\le1$，$\therefore k_1$，k_2不可能相等，

$\therefore$直线l_1与直线l_2不可能重合，也不可能平行，故 A，C 均错误；

当$\sin\alpha=-\dfrac{1}{3}$时，$k_1k_2=-1$，$l_1\perp l_2$，$\therefore$直线l_1与直线l_2可能垂直，故B正确；

Q直线l_1与直线l_2不可能重合，也不可能平行，

$\therefore$直线l_1与直线l_2一定有交点P，

$\therefore$存在直线l_1上一点P，直线l_1绕点P旋转后可与直线l_2重合，故D正确.

故选：BD.

12．BD【分析】先根据三角恒等变换整理得$f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+m+1$，以$2x+\dfrac{\pi}{6}$为整体，结合正弦函数图像与性质运算求解，并运用图像平移处理求解判断.

【详解】$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin2x+2\cos^2x+m=\sqrt{3}\sin2x+\cos2x+m+1=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+m+1$，

当$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$时，则$\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{7\pi}{6}\right]$，

所以当$x=\dfrac{\pi}{6}$时，$f\left(x\right)$的最大值为6，即$m=3$，所以$f\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)=4$，选项A不正确；

$\because f\left(x\right)$的最小正周期$T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$，则2π是函数$f\left(x\right)$的一个周期，选项B正确；

当$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$时，$3\le f\left(x\right)\le 6$，

所以不等式$c<f\left(x\right)<c+4$恒成立，则$\begin{cases}c<3\\6<c+4\end{cases}$，解得$2<c<3$，选项C不正确；

函数$f\left(x\right)$的图像向左移动$\dfrac{\pi}{6}$个单位得到函数

$g\left(x\right)=2\sin\left[2\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{\pi}{6}\right]+4=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)+4=2\cos2x+4$，

函数$g\left(x\right)$是一个偶函数，选项D正确.

故选：BD.

13．充分不必要【分析】由线面垂直的性质可知满足充分性，由线面垂直的判定可知不满足必要性.

【详解】若$m\perp\alpha$，且有$n\subset\alpha$，根据线面垂直的性质，可得出$m\perp n$；

若$m\perp n$，且有$n\subset\alpha$，根据线面垂直的判定，直线m不一定与平面α垂直.

所以“$m\perp\alpha$”是“$m\perp n$”的充分不必要条件.

故答案为：充分不必要

14．$\dfrac{\sqrt{2}}{10}$ 【分析】先用诱导公式求出$\tan\theta=2$，再用万能公式求出$\sin 2\theta$和$\cos 2\theta$，再用正弦的和角公式进行求解

【详解】因为$\tan\left(\pi+\theta\right)=2$，由诱导公式得：$\tan\left(\pi+\theta\right)=\tan\theta=2$

所以$\sin 2\theta=\dfrac{2\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\dfrac{2\tan\theta}{\tan^2\theta+1}=\dfrac{4}{5}$.

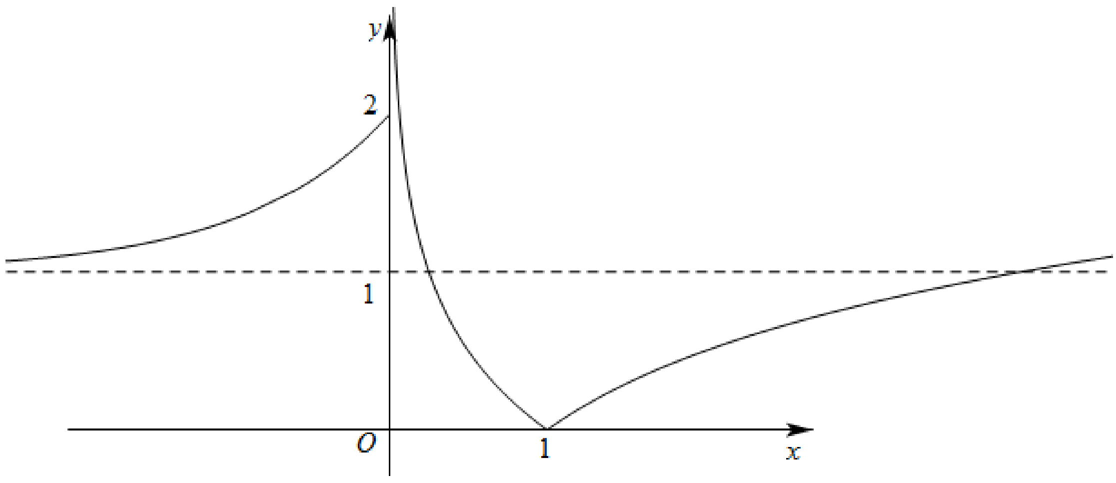
$\cos 2\theta=\dfrac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}=\dfrac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=\dfrac{1-4}{1+4}=-\dfrac{3}{5}$,

$\sin\left(2\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin 2\theta\cos\dfrac{\pi}{4}+\cos 2\theta\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\left(-\dfrac{3}{5}\right)\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$.

故答案为：$\dfrac{\sqrt{2}}{10}$

15．$\left(2\sqrt{3}-2,\dfrac{3}{2}\right]$【分析】画出$f\left(x\right)=\begin{cases}3^x+1,x\le 0\\ \left|\log_4 x\right|,x>0\end{cases}$图象，换元后得到方程$t^2-\left(a+2\right)t+3=0$在$\left(1,2\right]$内有两个不同的实数根，利用二次函数根的分布列出不等式组，求出实数a的取值范围.

【详解】作出函数$f\left(x\right)=\begin{cases}3^x+1,x\le 0\\ \left|\log_4 x\right|,x>0\end{cases}$的图象如图，



令$f\left(x\right)=t$，则当$t\in\left(1,2\right]$，方程$f\left(x\right)=t$有3个不同的实数解，

则方程$f^2\left(x\right)-\left(a+2\right)f\left(x\right)+3=0$化为$t^2-\left(a+2\right)t+3=0$，

使关于x的方程$f^2\left(x\right)-\left(a+2\right)f\left(x\right)+3=0$恰好有六个不同的实数解，

则方程$t^2-\left(a+2\right)t+3=0$在$\left(1,2\right]$内有两个不同的实数根，

令 $g(t)=t^2-(a+2)t+3$

所以 $\begin{cases}\Delta=(a+2)^2-12>0\\1<\dfrac{a+2}{2}<2\\g(1)>0\\g(2)\geq 0\end{cases}$ ，

解得: $2\sqrt{3}-2<a\leq\dfrac{3}{2}$,

所以实数 a 的取值范围为 $\left(2\sqrt{3}-2,\dfrac{3}{2}\right]$.

故答案为 $\left(2\sqrt{3}-2,\dfrac{3}{2}\right]$.

【点睛】复合函数零点个数问题，要先画出函数图象，然后适当运用换元法，将零点个数问题转化为二次函数或其他函数根的分布情况，从而求出参数的取值范围或判断出零点个数.

16. $\left[\dfrac{8\sqrt{2}-8}{3},\dfrac{8\sqrt{2}+8}{3}\right]$【分析】由题可得 C_1-A_1BD 为正四面体，利用线面垂直的判定定理可得 $C_1D\perp$ 平面 A_1EB，结合条件可得点 A，O，E 共线，且 A 在点 O，E 之间时，三棱锥 $A-BDC_1$ 的体积最小; O 在点 A，E 之间时，体积最大，然后根据正方体的性质结合棱锥的体积公式即得.

【详解】如图，连接 A_1D， A_1C，由正方体的性质可知 C_1-A_1BD 为正四面体，

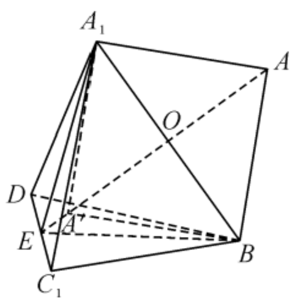
设 O 为 A_1B 中点，E 为 C_1D 中点，则 $C_1D\perp A_1E, C_1D\perp BE$,

又 $A_1E\cap BE=E$， $A_1E\subset$ 平面 A_1EB， $BE\subset$ 平面 A_1EB ,

$\therefore C_1D\perp$ 平面 A_1EB， $C_1D\subset$ 平面 C_1DB ,

所以平面 $C_1DB\perp$ 平面 A_1EB ,

由题可知点 A 在以 O 为圆心，OA 为半径的圆上运动.



在$\triangle ABA_1$绕A_1B旋转过程中，若点A，O，E共线，且A在点O，E之间时，三棱锥$A-BDC_1$的体积最小；O在点A，E之间时，体积最大.

因为正方体的棱长为$2\sqrt{2}$，

所以$A_1B=BC_1=DC_1=A_1D=4$，

在Rt$\triangle BOE$中，OB＝2，$BE=2\sqrt{3}$，

则$OE=2\sqrt{2}$，$\sin\angle OEB=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

设点A，A'到平面BCD_1的距离分别为h_1，h_2.

$h_1=A'E\cdot\sin\angle OEB=\left(OE-OA\right)\cdot\sin\angle OEB=\left(2\sqrt{2}-2\right)\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{3}$，

$h_2=AE\cdot\sin\angle OEB=\left(OE+OA\right)\cdot\sin\angle OEB=\left(2\sqrt{2}+2\right)\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{3}$，

$\because S_{\triangle BDC_1}=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$，

$\therefore$三棱锥$A-BDC_1$体积的最小值为$\dfrac{1}{3}\times4\sqrt{3}\times\dfrac{2\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{8\sqrt{2}-8}{3}$；

最大值为$\dfrac{1}{3}\times4\sqrt{3}\times\dfrac{2\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{8\sqrt{2}+8}{3}$.

$\therefore$三棱锥$A-BDC_1$的体积的取值范围为$\left[\dfrac{8\sqrt{2}-8}{3},\dfrac{8\sqrt{2}+8}{3}\right]$.

故答案为：$\left[\dfrac{8\sqrt{2}-8}{3},\dfrac{8\sqrt{2}+8}{3}\right]$.

【点睛】关键点点睛：本题的关键是能清A的轨迹，进而可得点A，O，E共线，且A在点O，E之间时，三棱锥$A-BDC_1$的体积最小；O在点A，E之间时，体积最大，然后根据圆的性质及棱锥的体积公式即得.

17．(1) $A\cap B=\left[3,14\right)$

(2) $B\cap C=\left[-2,1\right)$

【分析】（1）解一元二次不等式求得集合A，解分式不等式求得集合B，根据集合的交集运算求得答案;

（2）结合（1），再解分式不等式求得集合C，根据集合的交集运算求得答案;

（1）

$x^2+3x-18=(x+6)(x-3)\geq 0$，解得$x\leq -6$或$x\geq 3$，

所以$A=(-\infty,-6]\cup[3,+\infty)$，

$\frac{x+5}{x-14}\leq 0\Leftrightarrow\begin{cases}(x+5)(x-14)\leq 0\\ x-14\neq 0\end{cases}$,解得$-5\leq x<14$，

所以$B=[-5,14)$．所以$A\cap B=[3,14)$．

（2）

由（1）知$B=[-5,14)$．

将$\frac{2x+1}{x-1}\leq 1$化为$\frac{2x+1}{x-1}-1\leq 0$，即$\frac{x+2}{x-1}\leq 0$，所以$\begin{cases}(x+2)(x-1)\leq 0\\ x-1\neq 0\end{cases}$，

解得- 2£ x< 1，

所以$C=[-2,1)$，

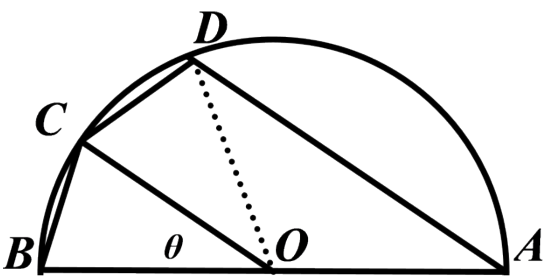
所以$B\cap C=[-2,1)$．

18．（1）$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}+\frac{1}{4}$；（2）5【分析】（1）把四边形$ABCD$分解为三个等腰三角形：V$COB$,V$COD$,V$DOA$，利用三角形的面积公式即得解；

（2）利用θ表示（1）中三个等腰三角形的顶角，利用正弦定理分别表示BC，CD和DA，令$t=\sin\frac{\theta}{2}$，转化为二次函数的最值问题，即得解.

【详解】（1）连结OD，则$\angle COD=\frac{\pi}{12},\angle AOD=\frac{5\pi}{6}$

$\therefore$四边形$ABCD$的面积为$2\times\frac{1}{2}\times 1\times 1\times\sin\frac{\pi}{12}+\frac{1}{2}\times 1\times 1\times\sin\frac{5\pi}{6}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}+\frac{1}{4}$



（2）由题意，在VBOC中，$\angle OBC=\frac{\pi-\theta}{2}$，由正弦定理

$\frac{BC}{\sin\theta}=\frac{OB}{\sin(\frac{\pi-\theta}{2})}=\frac{1}{\cos\frac{\theta}{2}}\therefore BC=CD=\frac{\sin\theta}{\cos\frac{\theta}{2}}=2\sin\frac{\theta}{2}$