专题23 与圆有关的计算（10个高频考点）（举一反三）

高频考点

举一反三

【要点　弧长与扇形的面积】

设⊙O的半径为R，n°圆心角所对弧长为l，

弧长公式：$l=\frac{n\pi R}{180}$（弧长的长度和圆心角大小和半径的取值有关）

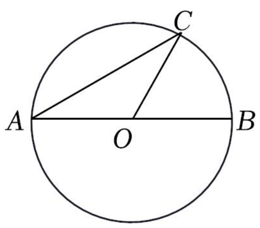
扇形面积公式：$S_{扇形}=\frac{n}{360}\pi R^2=\frac{1}{2}lR$

母线的概念：连接圆锥顶点和底面圆周任意一点的线段。

圆锥体表面积公式：$S=\pi R^2+\pi Rl$（l为母线）

【考点1　圆中的弧长的计算】

【例1】（2022·辽宁丹东·统考中考真题）如图，AB是⊙O的直径，C是⊙O上一点，连接AC，OC，若AB＝6，∠A＝30°，则$\widehat{BC}$的长为（　）



A．6π　　B．2π　　C．$\frac{3}{2}\pi$　　D．π

【答案】D

【分析】先根据圆周角定理求出∠BOC＝2∠A＝60°，求出半径OB，再根据弧长公式求出答案即可．

【详解】解：∵直径 AB=6，

∴半径 OB=3，

∵圆周角∠A=30°，

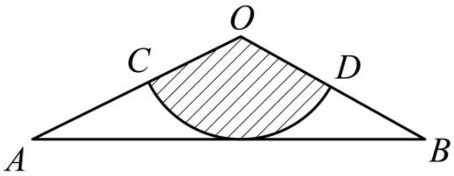
∴圆心角∠BOC=2∠A=60°，

∴$\widehat{BC}$的长是$\frac{60\pi\times3}{180}$=π，

故选：D．

【点睛】本题考查了弧长公式和圆周角定理，能熟记弧长公式是解此题的关键，注意：半径为 r，圆心角为 n°的弧的长度是$\frac{n\pi r}{180}$.

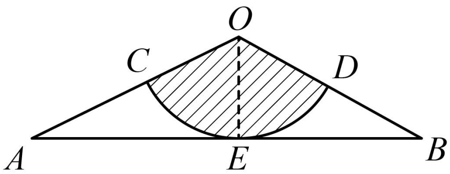
【变式 1-1】（2022·青海·统考中考真题）如图，从一个腰长为 60cm，顶角为 120°的等腰三角形铁皮 OAB 中剪出一个最大的扇形 OCD，则此扇形的弧长为______cm.



【答案】20π

【分析】根据等腰三角形的性质得到 OE 的长，再利用弧长公式计算出弧 CD 的长．

【详解】解：过 O 作 $OE\perp AB$ 于 E，



∵OA=OB=60cm，∠AOB=120°，

∴∠A=∠B=30°，

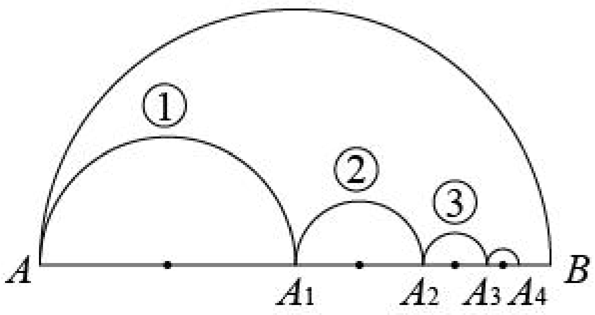
∴OE=$\frac{1}{2}OA$=30cm，

∴弧 CD 的长=$\frac{120\pi\times30}{180}=20\pi(\text{cm})$，

故答案为：20π．

【点睛】本题考查弧长公式的应用，要注意公式中的圆心角一定要用弧度来表示，不能用度数．

【变式 1-2】（2022·山东聊城·统考中考真题）如图，线段$AB=2$，以 AB 为直径画半圆，圆心为A_1，以AA_1为直径画半圆①；取A_1B的中点A_2，以A_1A_2为直径画半圆②；取A_2B的中点A_3，以A_2A_3为直径画半圆③…按照这样的规律画下去，大半圆内部依次画出的 8 个小半圆的弧长之和为______________．



【答案】$\frac{255}{256}$π##$\frac{255π}{256}$

【分析】由 AB＝2，可得半圆①弧长为$\frac{1}{2}$π，半圆②弧长为（$\frac{1}{2}$）^{2}π，半圆③弧长为（$\frac{1}{2}$）^{3}π，......半圆⑧弧长为（$\frac{1}{2}$）^{8}π，即可得 8 个小半圆的弧长之和为$\frac{1}{2}$π+（$\frac{1}{2}$）^{2}π+（$\frac{1}{2}$）^{3}π+...+（$\frac{1}{2}$）^{8}π＝$\frac{255}{256}$π.

【详解】解：∵$AB=2$，

∴$AA_2=1$，半圆①弧长为$\frac{\pi\times 1}{2}=\frac{1}{2}\pi$，

同理$A_1A_2=\frac{1}{2}$，半圆②弧长为$\frac{\pi\times\frac{1}{2}}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^2\pi$，

$A_2A_3=\frac{1}{4}$，半圆③弧长为$\frac{\pi\times\frac{1}{4}}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^3\pi$，

......

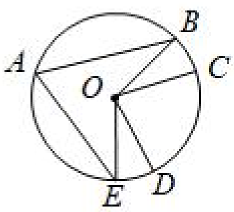
半圆⑧弧长为$\frac{\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^7}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^8\pi$，

∴8 个小半圆的弧长之和为$\frac{1}{2}\pi+\left(\frac{1}{2}\right)^2\pi+\left(\frac{1}{2}\right)^3\pi+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^8\pi=\frac{255}{256}\pi$.

故答案为：$\frac{255}{256}\pi$.

【点睛】此题考查图形的变化类规律，解题的关键是掌握圆的周长公式和找到弧长的变化规律.

【变式 1-3】（2022·吉林·统考中考真题）如图，在半径为 1 的⊙ O上顺次取点A，B，C，D，E，连接AB，AE，OB，OC，OD，OE．若$\angle BAE=65°$，$\angle COD=70°$，则$\widehat{BC}$与$\widehat{DE}$的长度之和为__________．（结果保留π）.



【答案】$\frac{1}{3}$π##$\frac{π}{3}$

【分析】由圆周角定理得$\angle BOE=2\angle BAE=130°$，根据弧长公式分别计算出$\widehat{BE}$与$\widehat{DC}$的长度，相减即可得到答案.

【详解】解：∵$\angle BAE=65^{\circ}$，

∴$\angle BOE=2\angle BAE=130^{\circ}$

又$\odot O$的半径为 1，

$\widehat{BE}$的长度=$\frac{130\pi\times1}{180}=\frac{13\pi}{18}$，

又$\angle COD=70^{\circ}$，

∴$\widehat{DC}$的长度=$\frac{70\pi\times1}{180}=\frac{7\pi}{18}$，

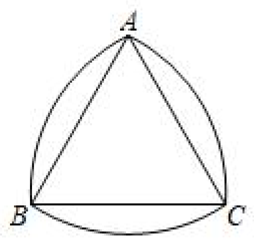
∴$\widehat{BC}$与$\widehat{DE}$的长度之和=$\frac{13}{18}\pi$-$\frac{7}{18}\pi$=$\frac{6}{18}\pi$=$\frac{1}{3}\pi$，

故答案为：$\frac{1}{3}\pi$.

【点睛】本题主要考查了计算弧长，圆周角定理，熟练掌握弧长计算公式是解答本题的关键.

【考点 2　圆中的扇形面积的计算】

【例 2】（2022·四川达州·统考中考真题）如图所示的曲边三角形可按下述方法作出：作等边△ ABC，分别以点 A，B，C 为圆心，以AB长为半径作$\widehat{BC}$，$\widehat{AC}$，$\widehat{AB}$，三弧所围成的图形就是一个曲边三角形．如果一个曲边三角形的周长为 2π，则此曲边三角形的面积为（　）



A．$2\pi-2\sqrt{3}$　　B．$2\pi-\sqrt{3}$　　C．2π　　D．$\pi-\sqrt{3}$

【答案】A

【分析】根据此三角形是由三段弧组成，所以根据弧长公式可得半径，即正三角形的边长，根据曲边三角形的面积等于三角形的面积与三个弓形的面积和，边长为a的等边三角形的面积为$\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$，即可求解.

【详解】解：设等边三角形 ABC 的边长为 r，

$$\therefore\frac{60\cdot\pi\cdot r}{180}=\frac{1}{3}\times2\pi,$$

解得$r=2$，即正三角形的边长为 2，

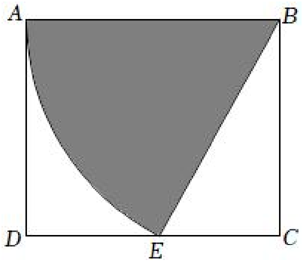
∴此曲边三角形的面积为$\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2+3\times\left(\frac{60\pi\times2^2}{360}-\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2\right)=2\pi-2\sqrt{3}$

故选 A

【点睛】本题考查了扇形面积的计算．此题的关键是明确曲边三角形的面积等于三角形的面积与三个弓形的面积和，然后再根据所给的曲线三角形的周长求出三角形的边长.

【变式 2-1】（2022·辽宁鞍山·统考中考真题）如图，在矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=\sqrt{3}$，

以点B为圆心，BA长为半径画弧，交CD于点E，连接BE，则扇形BAE的面积为（　）



A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{3\pi}{5}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{3\pi}{4}$

【答案】C

【分析】解直角三角形求出$\angle CBE = 30°$，推出$\angle ABE = 60°$，再利用扇形的面积公式求解．

【详解】解：∵四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore \angle ABC = \angle C = 90°$，

$\because BA = BE = 2$，$BC = \sqrt{3}$，

$\therefore \cos\angle CBE = \frac{CB}{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \angle CBE = 30°$，

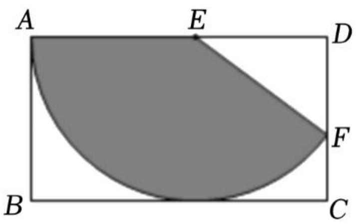
$\therefore \angle ABE = 90° - 30° = 60°$，

$\therefore S_{扇形BAE} = \frac{60 \cdot \pi \cdot 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3}$，

故选：C．

【点睛】本题考查扇形的面积，三角函数、矩形的性质等知识，解题的关键是求出$\angle CBE$的度数．

【变式 2-2】（2022·广东云浮·校联考三模）如图，矩形 $ABCD$ 中，AB=6，点 E 在 AD 边上，以 E 为圆心 EA 长为半径的⊙E 与 BC 相切，交 CD 于点 F，连接 EF．若扇形 EAF 的面积为 12π，则 BC 的长是(　　)



A．$4\sqrt{2}$　　B．$4\sqrt{3}$　　C．8　　D．9

【答案】D

【分析】设$\angle AEF = n°$，根据扇形面积公式求得圆心角$\angle AEF = 120°$，根据含 30 度角的直角三角形的性质得出$DE = 3$，进而即可求解．

【详解】设$\angle AEF = n°$，

∵以E为圆心EA长为半径的⊙E与BC相切，

$\therefore r = 6$，

由题意得：$\frac{n\pi\times6^2}{360}=12\pi$，解得$n=120$，

$\therefore\angle AEF=120°$，

$\therefore\angle FED=60°$，

$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore BC=AD$，$\angle D=90°$，

$\therefore\angle EFD=30°$，

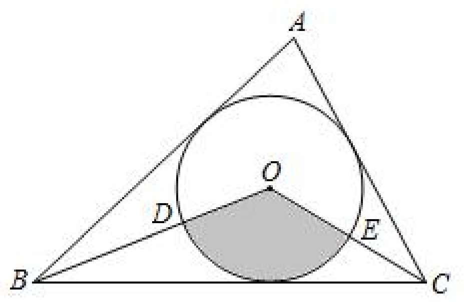
$\therefore DE=\frac{1}{2}EF=3$，

$\therefore BC=AD=6+3=9$.

故选：D.

【点睛】本题考查了扇形面积公式，进行的性质，含 30 度角的直角三角形的性质，掌握扇形面积公式求得$\angle AEF=120°$是解题的关键.

【变式 2-3】（2022·贵州黔东南·统考中考真题）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=80°$，半径为 3cm 的$\odot O$是$\triangle ABC$的内切圆，连接OB、OC，则图中阴影部分的面积是__________cm^2.（结果用含π的式子表示）



【答案】$\frac{13}{4}\pi$

【分析】根据内切圆圆心是三角形三条角平分线的交点，得到$\angle DOE$的大小，然后用扇形面积公式即可求出

【详解】∵内切圆圆心是三条角平分线的交点

∴$\angle ABO=\angle CBO$；$\angle ACO=\angle BCO$

设$\angle ABO=\angle CBO=\alpha$，$\angle ACO=\angle BCO=\beta$

在$\triangle ABC$中：$\angle A+2\alpha+2\beta=180°$①

在$\triangle BOC$中：$\angle DOE+\alpha+\beta=180°$②

由①②得：$\angle DOE=90°+\frac{1}{2}\angle A=90°+\frac{1}{2}\times80°=130°$

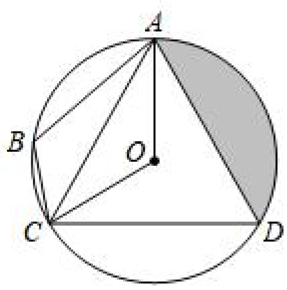
扇形面积：$S=\frac{130°}{360°}\times\pi\times3^2=\frac{13}{4}\pi$（$cm^2$）

故答案为：$\frac{13}{4}\pi$

【点睛】本题考查内心的性质，扇形面积计算；解题关键是根据角平分线算出$\angle DOE$的度数

【考点 3　弓形面积的计算】

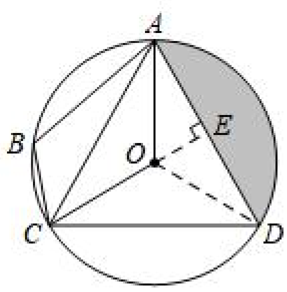
【例 3】（2022·云南红河·统考一模）如图，已知$\odot O$的半径为 2，四边形$ABCD$是$\odot O$的内接四边形，$\angle ABC = 2\angle ADC$，且$\widehat{AD} = \widehat{CD}$，则图中阴影部分的面积等于______(结果保留$\pi$).



【答案】$\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$

【分析】根据题意可以得出三角形 ACD 是等边三角形，进而求出$\angle AOD$，再根据直角三角形求出 OE、AD，从而从扇形的面积减去三角形 AOD 的面积即可得出阴影部分的面积.

【详解】解：连接 OD，过点 O 作 $OE\perp AD$，垂足为 E，



∵$\angle AOC=2\angle ADC$，$\angle ABC = 2\angle ADC$，$\angle ABC+\angle ADC=180°$，

∴$3\angle ADC=180°$

∴$\angle ADC=60°$，$\angle ABC=120°$，

∵$AD=CD$，

∴$\triangle ACD$ 是正三角形，

∴$\angle AOD=2\angle ACD=120°$，

∴$\angle OAD=\angle ODA=30°$，

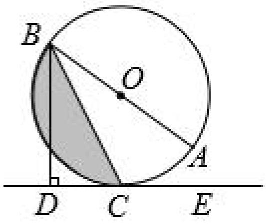
$OE=2\times\sin30°=1$，$AD=2AE=2\times(\cos30°\times2)=2\sqrt{3}$，

∴$S_{阴影部分}=S_{扇形}OAD-S\triangle AOD=\frac{120}{360}\times\pi\times2^2-\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times1=\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$，

故答案为：$\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$.

【点睛】考查与圆有关的计算，掌握圆的有关性质，扇形面积计算方法，三角形的面积，以及解直角三角形等知识，掌握各个知识点之间的关系是解答的关键.

【变式 3-1】（2022·山东东营·统考中考真题）如图，AB为$\odot O$的直径，点 C 为$\odot O$上一点，$BD\perp CE$于点 D，BC平分$\angle ABD$.



(1)求证：直线CE是$\odot O$的切线；

(2)若$\angle ABC=30°$, $\odot O$的半径为2，求图中阴影部分的面积．

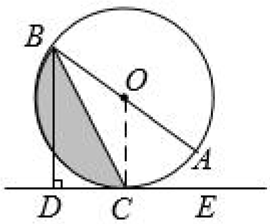
【答案】(1)见解析

(2)$\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$

【分析】（1）连接 OC，根据 OB=OC，以及BC平分$\angle ABD$推导出$\angle OCB=\angle DCB$，即可得出$BD\parallel OC$，从而推出$OC\perp DE$，即证明得出结论；

（2）过点 O 作$OF\perp CB$于 F，利用$S_{阴影}=S_{扇形OBC}-S_{\triangle OBC}$即可得出答案．

【详解】（1）证明：连接 OC，如图，



$\because OB=OC$，

$\therefore \angle OBC=\angle OCB$，

$\because BC$平分$\angle ABD$，

$\therefore \angle OBC=\angle DCB$，

$\therefore \angle OCB=\angle DCB$，

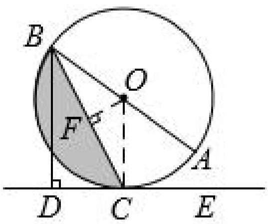
$\therefore BD\parallel OC$，

$\because BD\perp CE$于点 D，

$\therefore OC\perp DE$，

$\therefore$直线CE是$\odot O$的切线；

（2）过点 O 作$OF\perp CB$于 F，如图，



$\because \angle ABC=30°$，$OB=2$，

$\therefore OF=1$，$BF=OB\cdot\cos30°=\sqrt{3}$，

$\therefore BC=2BF=2\sqrt{3}$，

$\therefore S_{\triangle OBC}=\frac{1}{2}BC\cdot OF=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times1=\sqrt{3}$，

$\because \angle BOF=90°-30°=60°$，

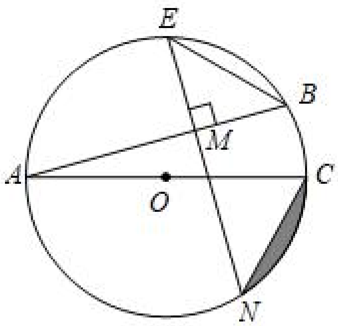
$\therefore \angle BOC=2\angle BOF=120°$，

$\therefore S_{扇形OBC}=\frac{120°}{360°}\times\pi\times2^2=\frac{4}{3}\pi$，

$\therefore S_{阴影}=S_{扇形OBC}-S_{\triangle OBC}=\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了圆的综合问题，包括垂径定理，圆的切线，扇形的面积公式等，熟练掌握以上性质并正确作出辅助线是本题的关键.

【变式 3-2】（2022·浙江衢州·统考二模）如图，在⊙O 中，AC 为⊙O 的直径，AB 为⊙O 的弦，点 E 是$\widehat{AC}$的中点，过点 E 作 AB 的垂线，交 AB 于点 M，交⊙O 于点 N，分别连接 EB，CN.



(1)判断 EM 与 BE 的数量关系是________，并说明理由；

(2)求证：$\widehat{EB}=\widehat{CN}$；

(3)若$AM=\sqrt{3}$，MB=1，求阴影部分图形的面积.

【答案】(1)BE=$\sqrt{2}EM$，理由见解析

(2)见解析

(3)$\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【分析】(1)连接 OE，由AC为⊙ O的直径，点E是$\widehat{AC}$的中点，可得$\angle ABE$=45°，从而得△ EMB是等腰直角三角形，进而即可得到结论；

（2）连接 BC、BN，先证明 EN∥BC，再利用圆周角定理，即可求证；

（3）连接 AE，ON，先求出$\angle EAM$=30°，再证明△ CON是等边三角形，利用扇形的面积公式，即可求解.

【详解】（1）解：连接 OE，如图，

$\because AC$为⊙ O的直径，点E是$\widehat{AC}$的中点，

∴$\angle AOE$=90°，

∴$\angle ABE=\frac{1}{2}\times 90^\circ = 45^\circ$，

∵$EN\perp AB$，

∴$\angle EMB$=90°，

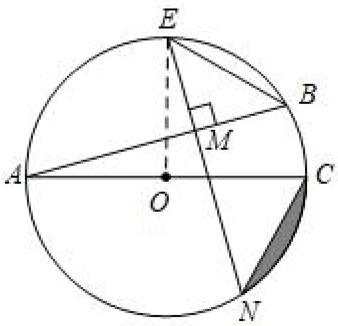
∴$\angle MEB=\angle ABE$=45°，

∴$EM=BM$，

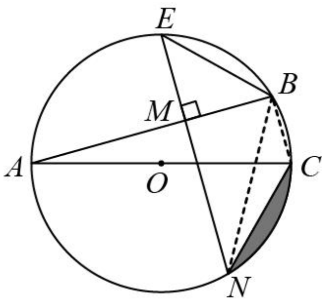
∴△EMB是等腰直角三角形，

∴$BE=\sqrt{EM^2+BM^2}=\sqrt{2}EM$，

故答案为：$BE=\sqrt{2}EM$；



（2）证明：连接BC、BN，



∵AC为⊙O的直径，

∴$\angle ABC$=90°，即：$AB\perp BC$，

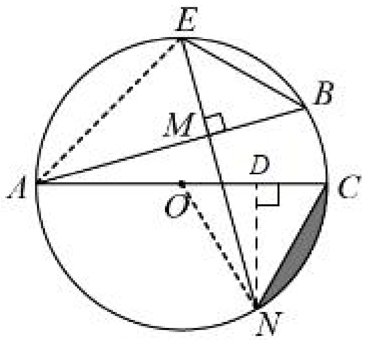
∵$EN\perp AB$，

∴$EN\parallel BC$，

∴$\angle BNE=\angle NBC$，

∴$\overset{\frown}{EB}=\overset{\frown}{CN}$；

（3）解：连接AE，ON，过N作$ND\perp AC$于D，如图，



∵$AM=\sqrt{3}, MB=1$，△ EMB是等腰直角三角形，

∴EM=MB=1，BE=$\sqrt{2}$，

∵$EN\perp AB$，

∴$\tan\angle EAM=\frac{EM}{AM}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即$\angle EAM$=30°，

∵$\widehat{EB}=\widehat{CN}$，

∴$\angle CON$=2$\angle EAM$=60°，NC=BE=$\sqrt{2}$，

∵OC=ON，

∴△ CON是等边三角形，

∴OC=NC= ON=$\sqrt{2}$，$DN=ON\cdot\sin\angle CON=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

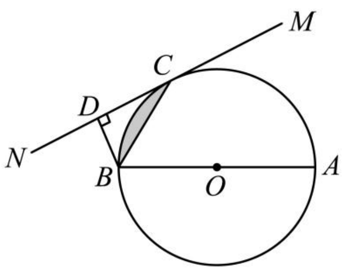
∴$S_{扇形OCN}=\frac{60\pi\left(\sqrt{2}\right)^2}{360}=\frac{\pi}{3}$，

$S_{\triangle CON}=\frac{1}{2}OC\cdot DN=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$S_{阴影}=S_{扇形OCN}-S_{\triangle CON}=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【点睛】本题主要考查圆的基本性质，锐角三角函数的定义，熟练掌握圆周角定理和扇形的面积公式，是解题的关键.

【变式 3-3】（2022·辽宁沈阳·沈阳市第七中学校考模拟预测）如图，AB是⊙ O的直径，BC是⊙ O的弦，直线MN与⊙ O相切于点C，过点B作$BD\perp MN$于点D.



(1)求证：$BC^2=BD\cdot AB$；

(2)若$BC=4$，$BD=2$，求阴影部分的面积.

【答案】(1)见解析

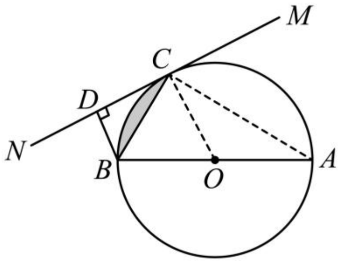
(2)$\frac{8\pi}{3}-4\sqrt{3}$

【分析】（1）连接 AC，OC，由切线的性质可得 $OC\perp MN$，即可证得 $OC\parallel BD$，由平行线的性质和等腰三角形的性质可得$\angle CBD=\angle BCO=\angle ABC$，从而可判定$\triangle ABC\backsim\triangle CBD$，即可得证；

（2）结合（1）可求得 $AB=8$，从而得到 $BO=CO=BC=4$，则$\triangle BCO$ 是等边三角形，则$\angle BOC=60°$，结合 $S_{阴影}=S_{扇形}OBC-S\triangle BCO$，即可求解．

（1）

证明：连接OC，AC，如图，



$\because MN$为$\odot O$的切线，

$\therefore OC\perp MN$，

$\because BD\perp MN$，

$\therefore OC//BD$，$\angle BDC=90°$，

$\therefore \angle CBD=\angle BCO$．

又$\because OC=OB$，

$\therefore \angle BCO=\angle ABC$，

$\therefore \angle CBD=\angle ABC$，

$\because AB$是$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ACB=\angle BDC=90°$，

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle CBD$，

$\therefore \frac{AB}{CB}=\frac{CB}{DB}$，

即：$BC^2=AB\cdot BD$；

（2）

由(1)得：$BC^2=AB\cdot BD$，

$\because BC=4$，$BD=2$，

$\therefore AB=8$，

$\because AB$是直径，

$\therefore BO=4$，

$\therefore BO=CO=BC=4$，

∴△ BCO是等边三角形，

∴ $\angle BOC = 60°$，

在 Rt△ BCD中，$CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$，

即BD与CO的距离为 $2\sqrt{3}$，

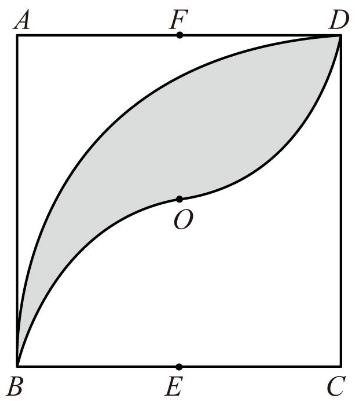
∵ $S_{阴影} = S_{扇形OBC} - S_{\triangle BCO}$，

∴ $S_{阴影} = \frac{60°\pi\times4^2}{360°} - \frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3} = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$.

【点睛】本题主要考查相似三角形的判定与性质，切线的性质，扇形的面积，解答的关键是求得△BCO 是等边三角形.

【考点 4　不规则图形的面积的计算】

【例 4】（2022·宁夏吴忠·校联考三模）如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，O 为对角线的交点，点 E、F 分别为 BC、AD 的中点，以 C 为圆心，2 为半径作弧 BD，再分别以 E、F 为圆心，1 为半径作弧 BO、弧 OD，则图中阴影部分的面积为（　）

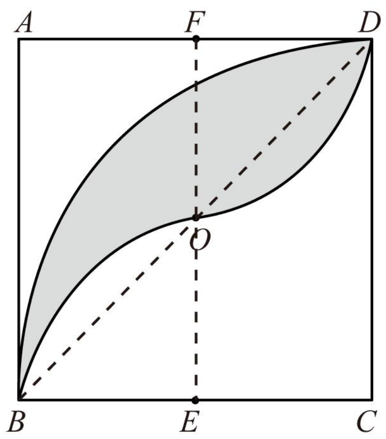


A．π-1　　B．π-2　　C．π-3　　D．4

【答案】B

【分析】根据阴影部分形状为不规则图形，连接 BD，EF，将阴影部分面积转化可得阴影部分面积等于扇形面积减去三角形面积即可.

【详解】解：连接 BD，EF，如图，



∵正方形 $ABCD$ 的边长为 2，O 为对角线的交点，

由题意可得：EF，BD 经过点 O，且 $EF \perp AD$，$EF \perp CB$.

∵点 E，F 分别为 BC，AD 的中点，

∴$FD = FO = EO = EB = 1$，

∴$\overset{\frown}{OB} = \overset{\frown}{OD}$，$OB=OD$，

∴弓形 OB=弓形 OD，

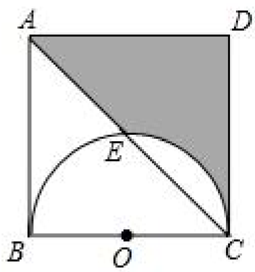
∴阴影部分的面积等于弓形 BD 的面积.

∴$S_{阴影} = S_{扇形CBD} - S_{\Delta CBD} = \frac{90\pi \times 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \pi - 2$，

故选：B.

【点睛】题目主要考查计算不规则图形面积，作出辅助线，利用扇形面积公式及三角形面积公式求解是解题关键.

【变式 4-1】（2022·北京海淀·中关村中学校考模拟预测）如图，正方形$ABCD$的边长为 2，以BC为直径的半圆与对角线AC相交于点 E，则图中阴影部分的面积为（　　）

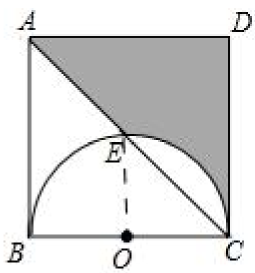


A. $\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\pi$　　B. $\frac{5}{2} + \frac{1}{4}\pi$　　C. $\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\pi$　　D. $\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\pi$

【答案】A

【分析】连接OE，求出弓形CE的面积，然后根据阴影部分的面积等于$\triangle ADC$的面积减去弓形CE的面积求解即可.

【详解】连接OE.



∵正方形$ABCD$的边长为 2，

∴$OC = OB = OE = 1$.

∵$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AD \cdot CD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$，

$S_{扇形OCE} = \frac{1}{4}\pi \times 1^2 = \frac{1}{4}\pi$，

$S_{\triangle COE}=\frac{1}{2}\times 1\times 1=\frac{1}{2}$,

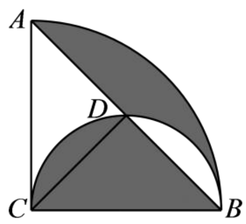
$\therefore S_{拱形CE}=\frac{1}{4}\pi-\frac{1}{2}$,

$\therefore$阴影部分的面积$=2-(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2})=\frac{5}{2}-\frac{1}{4}\pi$.

故选：A.

【点睛】本题考查的是扇形面积的计算，熟记扇形的面积公式是解答此题的关键.

【变式 4-2】（2022·湖北省直辖县级单位·校考一模）如图，在半径为 2，圆心角为 90°的扇形内，以BC为直径作半圆，交弦AB于点 D，则图中阴影部分的面积是（　）



A. $\pi-1$　　B. $\pi-2$　　C. $\frac{1}{2}\pi-1$　　D. $\frac{1}{2}\pi+1$

【答案】A

【分析】已知BC为直径，则$\angle CDB=90°$，在等腰直角三角形ABC中，CD垂直平分AB，$CD=DB$，D为半圆的中点，阴影部分的面积可以看作是扇形ACB的面积与$\triangle ADC$的面积之差.

【详解】解：在 Rt$\triangle ACB$中，$AB=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

$\because BC$是半圆的直径，

$\therefore\angle CDB=90°$，

在等腰 Rt$\triangle ACB$中，CD垂直平分AB，$CD=BD=\sqrt{2}$，

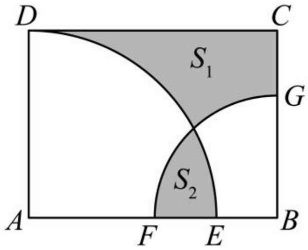
$\therefore D$ 为半圆的中点，

$\therefore S_{阴影部分}=S_{扇形ACB}-S_{\triangle ADC}=\frac{1}{4}\pi\times 2^2-\frac{1}{2}\times\left(\sqrt{2}\right)^2=\pi-1$.

故选：A.

【点睛】本题考查扇形面积的计算公式及不规则图形面积的求法，掌握面积公式是解题的关键.

【变式 4-3】（2022·四川成都·校考模拟预测）如图，矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=\frac{3}{2}$，F是AB中点，以点A为圆心，AD为半径作弧交AB于点E，以点B为圆心，BF为半径作弧交BC于点G，则图中阴影部分面积的差S_1-S_2为______.



【答案】$3-\frac{13\pi}{16}$

【分析】根据图形可以求得BF的长，然后根据图形即可求得S_1-S_2的值．

【详解】解：∵在矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=\frac{3}{2}$，F是AB中点，

$\therefore BF=BG=1$，

$\therefore S_1=S_{矩形ABCD}-S_{扇形ADE}-S_{扇形BGF}+S_2$，

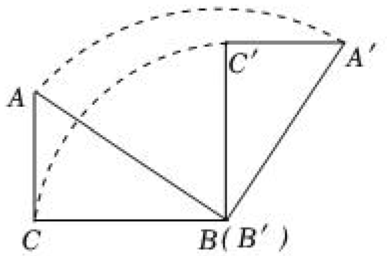
$\therefore S_1-S_2=2\times\frac{3}{2}-\frac{90\cdot\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2}{360}-\frac{90\cdot\pi\times1^2}{360}=3-\frac{13\pi}{16}$.

故答案为：$3-\frac{13\pi}{16}$

【点睛】本题考查了扇形面积的计算、矩形的性质，解本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答．

【考点 5　旋转与路径长及面积问题】

【例 5】（2022·广西河池·统考中考真题）如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=8$，将$Rt\triangle ABC$绕点 B 顺时针旋转 90°得到$Rt\triangle A'B'C'$. 在此旋转过程中$Rt\triangle ABC$所扫过的面积为(　)



A．25π+24　　B．5π+24　　C．25π　　D．5π

【答案】A

【分析】根据勾股定理定理求出 AB，然后根据扇形的面积和三角形的面积公式求解．

【详解】解：∵$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=8$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

$\therefore Rt\triangle ABC$所扫过的面积为$\frac{90\cdot\pi\cdot10^2}{360}+\frac{1}{2}\times6\times8=25\pi+24$.

故选：A．

【点睛】本题主要考查了旋转的性质，扇形的面积的计算，勾股定理，熟练掌握扇形的面积公式是解答的关键．