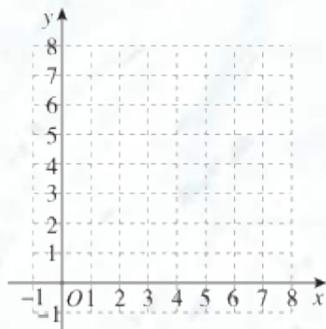




阶段拔尖专训7 反比例函数与整点 问题

题型1 确定整点个数

1.[2024株洲一模] 在平面直角坐标系中, 双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 分别与直线 $y = 2x + 1$ 和 $x = 3$ 交于 A, B 两点, 点 A 的坐标为 $(1, 3)$.

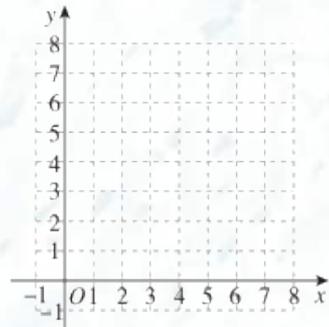


(1) 求双曲线的表达式；

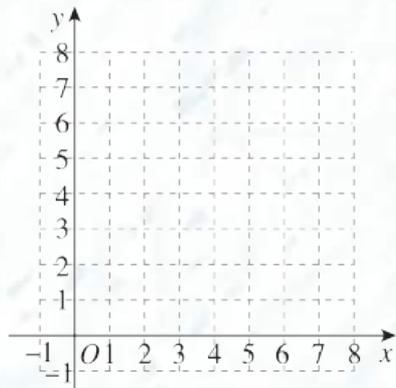
【解】 ∵ 点A在双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 上，

∴ $k = 1 \times 3 = 3$ ， ∴ 双曲线的表达式为

$$y = \frac{3}{x} (x > 0).$$



(2) 我们把横、纵坐标都为整数的点叫做“整点”.若双曲线与两条直线围成的区域(不含边界上的点)为 P , 试求区域 P 内的整点个数.



∵ $A(1,3)$, 双曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 与直线 $x = 3$ 交于点 B ,

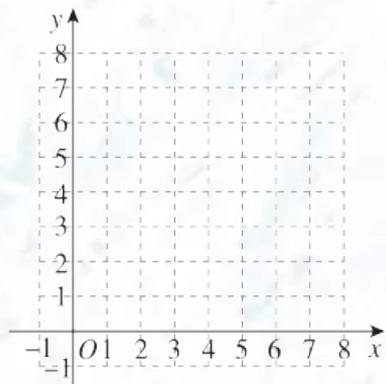
∴ 在区域 P 内 x 的取值范围为 $1 < x < 3$.

在一次函数 $y = 2x + 1$ 中, 当 $x = 2$ 时,

$$y = 2 \times 2 + 1 = 5,$$

在反比例函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 中, 当 $x = 2$ 时, $y = 1.5$,

∴ 当 $x = 2$ 时, 在区域 P 内 y 的取值范围为 $1.5 < y < 5$, ∴ 区域 P 内的整点有 $(2,2), (2,3), (2,4)$, 即区域 P 内的整点个数为 3.

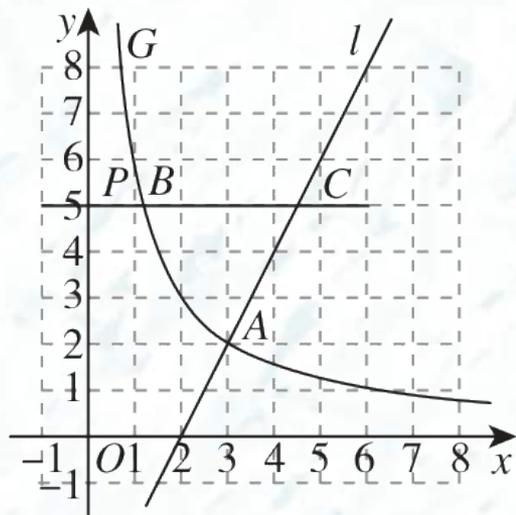


2. 在平面直角坐标系中, 反比例函数的图象 $G: y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 与直线 $l: y = 2x - 4$ 交于点 $A(3, a)$.

(1) 求 k 的值, 并在如图的平面直角坐标系 xOy 中画出反比例函数的图象 G 和直线 l ;

【解】 把 $A(3, a)$ 的坐标代入 $y = 2x - 4$, 得 $a = 6 - 4 = 2$, \therefore 点 A 的坐标为 $(3, 2)$. \therefore 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上, $\therefore k = 3 \times 2 = 6$.

画图象 G 和直线 l 如图.





(2) 已知点 $P(0, n)$ ($n > 0$), 过点 P 作平行于 x 轴的直线, 与图象 G 交于点 B , 与直线 l 交于点 C . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象 G 在点 A, B 之间的部分与线段 AC, BC 围成的区域 (不含边界) 为 W . 当 $n = 5$ 时, 直接写出区域 W 内的整点个数.

区域 W 内的整点个数为3.



【点拨】如图, 由(1)知, 反比例函数的表达式为

$$y = \frac{6}{x} (x > 0).$$

把 $y = 5$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 得 $5 = \frac{6}{x}$, 解得 $x = \frac{6}{5}$, \therefore 点 B 的坐标为

$(\frac{6}{5}, 5)$. 把 $y = 5$ 代入 $y = 2x - 4$ 得 $5 = 2x - 4$, 解得 $x = \frac{9}{2}$, \therefore

点 C 的坐标为 $(\frac{9}{2}, 5)$. 把 $x = 2$ 代入 $y = \frac{6}{x}$, 得 $y = 3$, \therefore 图象 G 经



过点(2,3).把 $x = 4$ 代入 $y = 2x - 4$, 解得 $y = 4$, \therefore 直线 l 经过点(4,4),

\therefore 区域 W 内的整点有(2,4), (3,3), (3,4)共3个.



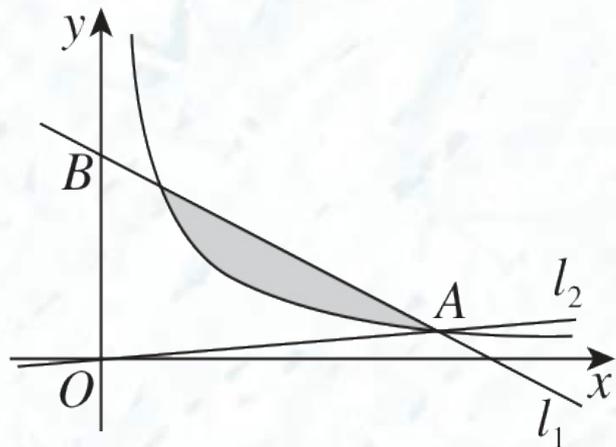
题型2 确定整点坐标

3.[2024荆州二模] 如图, 直线

$l_1: y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ 与 y 轴交于点 B , 与直

线 $l_2: y = \frac{1}{12}x$ 交于点 A , 双曲线

$y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 过点 A .



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/305122124112012012>