高 2025 届高二数学上期第一次月考试题

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知点 $A(2,5),B(1,6)$，则直线 AB 的倾斜角为（）

A. $\frac{3\pi}{4}$　　B. $\frac{2\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

【答案】A

【解析】

【分析】求出直线的斜率，从而可得直线的倾斜角.

【详解】由题知直线 AB 的斜率 $k=\frac{6-5}{1-2}=-1$，故直线 AB 的倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$.

故答案为：A.

【点睛】本题考查直线的倾斜角的求法，可先求出斜率，再根据两者之间的关系求出倾斜角，本题属于基础题.

2. 已知圆的方程是 $x^2+y^2-2x-1=0$，则它的半径是（）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】

将圆的一般方程化为标准方程，可得半径的长.

【详解】圆的方程可化简为 $(x-1)^2+y^2=2$

则它的半径是 $\sqrt{2}$

故选：B

3. 直线 $x+2ay-5=0$ 和直线 $ax+4y+2=0$ 平行，则实数 a 的值等于（）

A. 2　　B. ±2　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\pm\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】

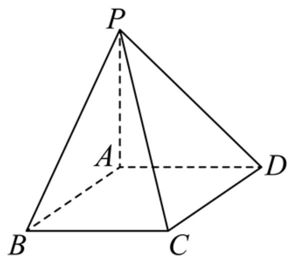
由直线 $ax+4y+2=0$ 的斜率存在，可得两直线平行其斜率相等，且截距不相等；

【详解】Q 直线 $ax+4y+2=0$ 的斜率存在，直线 $x+2ay-5=0$ 和直线 $ax+4y+2=0$ 平行，

$\therefore -\frac{a}{4}=-\frac{1}{2a}$，且 $-\frac{1}{2}\neq\frac{5}{2a}$，解得 $a=\pm\sqrt{2}$，

故选：D.

4.《九章算术》是我国古代数学名著，它在几何学中的研究比西方早1000多年．在《九章算术》中，将底面为矩形且一侧棱垂直于底面的四棱锥称为阳马．如图 $P-ABCD$ 是阳马，$PA\perp$ 平面$ABCD$，$PA=5$，$AB=3$，$BC=4$．则该阳马的外接球的表面积为（）



A. $\frac{125\sqrt{2}\pi}{3}$　　B. 50π

C. 100π　　D. $\frac{500\pi}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】由题目条件有 $PA\perp AB$，$PA\perp AD$，$AB\perp AD$，则阳马的外接球与以 PA，AB，AD 为长宽高的长方体的外接球相同.

【详解】因 $PA\perp$ 平面$ABCD$，$AB\subset$ 平面 $ABCD$，$AD\subset$ 平面 $ABCD$，

则 $PA\perp AB$，$PA\perp AD$，又因四边形 $ABCD$ 为矩形，则 $AB\perp AD$.

则阳马的外接球与以 PA，AB，AD 为长宽高的长方体的外接球相同.

又 $PA=5$，$AB=3$，$AD=BC=4$．则外接球的直径为长方体体对角线，故外接球半径为：

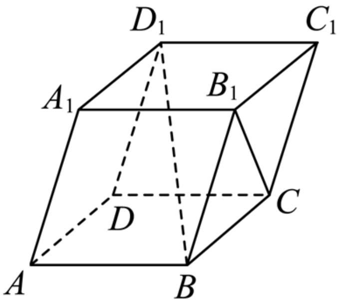
$$R=\frac{\sqrt{PA^2+AB^2+AD^2}}{2}=\frac{\sqrt{3^2+4^2+5^2}}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2},$$

则外接球的表面积为：$S=4\pi R^2=4\pi\cdot\frac{50}{4}=50\pi$.

故选：B

5. 如图，平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$AD=3$，$AA_1=3$，

$\angle BAD=\angle BAA_1=\angle DAA_1=\dfrac{\pi}{3}$，则 B_1C 与 BD_1 所成角的大小为（）



A. $\dfrac{\pi}{4}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{\pi}{2}$　　D. $\dfrac{2\pi}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b},\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，表示出 $\overrightarrow{B_1C}=\vec{b}-\vec{c}$， $\overrightarrow{BD_1}=\vec{b}+\vec{c}-\vec{a}$，计算 $\overrightarrow{B_1C}\cdot\overrightarrow{BD_1}=0$，即可求得答案.

【详解】设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b},\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，则 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=3,|\vec{c}|=3$，

三向量 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b},\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$ 的夹角皆为 $\dfrac{\pi}{3}$，

由题意可得 $\overrightarrow{B_1C}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BB_1}=\vec{b}-\vec{c}$， $\overrightarrow{BD_1}=\overrightarrow{AD_1}-\overrightarrow{AB}=\vec{b}+\vec{c}-\vec{a}$，

故 $\overrightarrow{B_1C}\cdot\overrightarrow{BD_1}=(\vec{b}-\vec{c})\cdot(\vec{b}+\vec{c}-\vec{a})=\vec{b}^2-\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{c}^2+\vec{a}\cdot\vec{c}$

$=9-2\times3\times\cos\dfrac{\pi}{3}-9+2\times3\times\cos\dfrac{\pi}{3}=0$，

即 $\overrightarrow{B_1C}\perp\overrightarrow{BD_1}$，所以 B_1C 与 BD_1 所成角的大小为 $\dfrac{\pi}{2}$，

故选：C

6. 已知直线 l_1： $x-my+1=0$ 过定点A，直线 l_2： $mx+y-m+3=0$ 过定点 B， l_1 与 l_2 相交于点 P，则 $|PA|^2+|PB|^2=$（）

A. 10　　B. 12　　C. 13　　D. 20

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意，求得直线 l_1 过定点 $A(-1,0)$，直线 l_2 恒过定点 $B(1,-3)$，结合 $1\times m+(-m)\times1=0$，得到 $PA\perp PB$，利用勾股定理，即可求解.

【详解】由直线 $l_1: x-my+1=0$ 过定点 $A(-1,0)$，

直线$l_2: mx+y-m+3=0$可化为$m(x-1)+y+3=0$，

令$\begin{cases}x-1=0\\y+3=0\end{cases}$，解得$x=1, y=-3$，即直线$l_2$恒过定点$B(1,-3)$，

又由直线$l_1: x-my+1=0$和$l_2: mx+y-m+3=0$，满足$1\times m+(-m)\times 1=0$，

所以$l_1\perp l_2$，所以$PA\perp PB$，所以$|PA|^2+|PB|^2=|AB|^2=(-1-1)^2+(0+3)^2=13$.

故选：C.

7. 若平面内两定点A，B间的距离为2，动点P满足$\dfrac{|PA|}{|PB|}=\sqrt{3}$，则$|PA|^2+|PB|^2$的最大值为（）

A. $3+\sqrt{3}$　　B. $7+4\sqrt{3}$　　C. $8+4\sqrt{3}$　　D. $16+8\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】设$A(-1,0), B(1,0), P(x,y)$，由$\dfrac{|PA|}{|PB|}=\sqrt{3}$可得$(x-2)^2+y^2=3$，即点$P$的轨迹是以$(2,0)$为圆心，以$\sqrt{3}$为半径的圆. 而$x^2+y^2$可看作圆$(x-2)^2+y^2=3$上的点到原点$(0,0)$的距离的平方，结合圆的性质即可求解.

【详解】由题意，设$A(-1,0), B(1,0), P(x,y)$，

由$\dfrac{|PA|}{|PB|}=\sqrt{3}$，得$\dfrac{\sqrt{(x+1)^2+y^2}}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}=\sqrt{3}$，即$(x-2)^2+y^2=3$，

所以点P的轨迹是以$(2,0)$为圆心，以$\sqrt{3}$为半径的圆.

又$|PA|^2+|PB|^2=(x+1)^2+y^2+(x-1)^2+y^2=2(x^2+y^2+1)$，

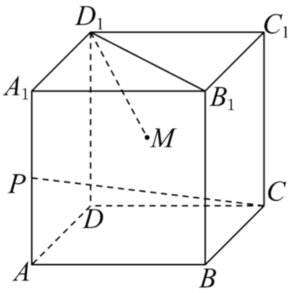
其中x^2+y^2可看作圆$(x-2)^2+y^2=3$上的点到原点$(0,0)$的距离的平方，

所以$(x^2+y^2)_{\max}=(2+\sqrt{3})^2=7+4\sqrt{3}$，

所以$[2(x^2+y^2+1)]_{\max}=16+8\sqrt{3}$，即$|PA|^2+|PB|^2$的最大值为$16+8\sqrt{3}$.

故选：D.

8. 如图，已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为4，P是AA_1的中点，若$\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AA_1}$，$\lambda\in[0,1]$，$\mu\in[0,1]$，若$D_1M\perp CP$，则$\triangle BCM$面积的最小值为（）



A. 4　　　　B. 8　　　　C. $\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$　　　　D. $8\sqrt{2}$

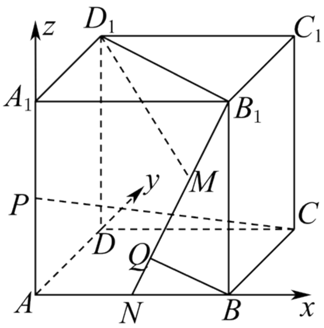
【答案】C

【解析】

【分析】由题意知点 M 在平面 ABB_1A_1 内，建立如图空间直角坐标系 $A-xyz$，设 $M(a,0,b)$，根据空间向量的数量积的坐标表示可得 $b=2a-4$，取 AB 的中点 N，连接 B_1N，则点 M 的轨迹为线段 B_1N，过点 B 作 $BQ\perp B_1N$，结合线面垂直的性质即可求解.

【详解】由 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AA_1}$，$\lambda$、$\mu\in[0,1]$，知点 M 在平面 ABB_1A_1 内，

以 AB,AD,AA_1 所在直线为坐标轴建立如图空间直角坐标系 $A-xyz$，



则 $P(0,0,2),C(4,4,0),D_1(0,4,4)$，设 $M(a,0,b)$，

则 $\overrightarrow{D_1M}=(a,-4,b-4),\overrightarrow{CP}=(-4,-4,2)$，

由 $D_1M\perp CP$，得 $\overrightarrow{D_1M}\cdot\overrightarrow{CP}=-4a+16+2b-8=0$，即 $b=2a-4$，

取 AB 的中点 N，连接 B_1N，则点 M 的轨迹为线段 B_1N，

过点 B 作 $BQ\perp B_1N$，则 $BQ=\dfrac{4\times 2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$，

又 $BC\perp$ 平面 ABB_1A_1，故 $BC\perp BQ$，

所以 $S_{\triangle BCM}$ 的最小值为 $S_{\triangle QBC}=\frac{1}{2}\times4\times\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$.

故选：C.

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 已知向量 $\vec{a}=(1,1,1)$，$\vec{b}=(-1,0,2)$，则下列正确的是（）

A. $\vec{a}+\vec{b}=(0,1,3)$　　B. $|\vec{a}|=\sqrt{3}$　　C. $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$　　D. $\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\pi}{4}$

【答案】AB

【解析】

【分析】根据给定条件，利用空间向量的坐标运算逐项计算判断作答.

【详解】向量 $\vec{a}=(1,1,1)$，$\vec{b}=(-1,0,2)$，则 $\vec{a}+\vec{b}=(0,1,3)$，A 正确；

显然 $|\vec{a}|=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$，B 正确；

由数量积的定义得 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times(-1)+1\times0+1\times2=1$，C 错误；

显然 $|\vec{b}|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$，则 $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}\neq\frac{\sqrt{2}}{2}$，即有 $\langle\vec{a},\vec{b}\rangle\neq\frac{\pi}{4}$，D 错误.

故选：AB

10. 下列说法错误的是（）

A. 经过 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 两点的直线可以用方程 $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ 表示

B. 经过点 $P(1,0)$，倾斜角为 α 的直线方程为 $y=(x-1)\cdot\tan\alpha$

C. 直线 $mx-(m-1)y-4=0(m\in\mathrm{R})$ 一定经过第一象限

D. 截距相等直线都可以用方程 $x+y=a(a\in\mathrm{R})$ 表示

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据直线的斜率与倾斜角的关系，直线的两点式和截距式方程形式，以及直线系方程，逐项判定，即可求解.

【详解】对于 A 中，经过 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 两点的直线，只有 $x_1\neq x_2,y_1\neq y_2$ 时，才可以用方程 $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ 表示，所以 A 错误；

对于 B 中，经过点 $P(1,0)$，倾斜角为 α 且 $\alpha\neq\frac{\pi}{2}$ 时，直线方程为 $y=(x-1)\cdot\tan\alpha$，所以 B 不正确；

对于 C 中，直线 $mx-(m-1)y-4=0(m\in\mathrm{R})$，可化为 $m(x-y)+(y-4)=0$，

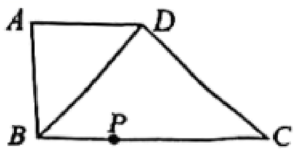
由 $\begin{cases}x-y=0\\y-4=0\end{cases}$，解得 $x=4,y=4$，所以直线恒过点 $(4,4)$ 位于第一象限，

所以直线一定经过第一象限，所以 C 正确；

对于 D 中，当直线在坐标轴上的截距为 0 时，不能用方程 $x+y=a(a\in\mathrm{R})$ 表示，所以 D 错误.

故选：ABD.

11. 已知梯形 $ABCD$，$AB=AD=\frac{1}{2}BC=1$，$AD\,/\!/\,BC$，$AD\perp AB$，P 是线段 BC 上的动点；将 $\triangle ABD$ 沿着 BD 所在的直线翻折成四面体 $A'BCD$，翻折的过程中下列选项中正确的是（）



A. 不论何时，BD 与 $A'C$ 都不可能垂直

B. 存在某个位置，使得 $A'D\perp$ 平面 $A'BC$

C. 当平面 $A'BD\perp$ 平面 BCD 时，四面体 $A'BDP$ 体积的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. 当平面 $A'BD\perp$ 平面 BCD 时，四面体 $A'BCD$ 的外接球的表面积为 4π

【答案】AD

【解析】

【分析】假设 $A'C\perp BD$，可得 $BD\perp CE$，与 $\angle BCD$ 为直角矛盾，即可判断 A；假设存在某个位置，使得 $A'D\perp$ 平面 $A'BC$，可得 $A'C=1$ 与当且仅当 A' 在 BC 上时 $A'C=1$，矛盾，即可判断 B；如图，由面面垂直的性质可得 $A'E\perp$ 平面 BCD，则四面体 $A'BDP$ 的最大体积为 $V_{A'-BDC}$，结合锥体的体积公式计算即可判断 C；由选项 C 的分析，由图形可得 O 为四面体 $A'BCD$ 的外接球的球心，半径 $R=OB$，结合球的表面积公式计算即可判断 D.

【详解】A：如图 1，取 DB 的中点 E，连接 $A'E,CE$，则 $A'E\perp BD$，

假设 $A'C\perp BD$，有 $BD\perp$ 平面 $A'EC$，得 $BD\perp CE$，与 $\angle BCD$ 为直角矛盾，故 A 正确；

B：假设存在某个位置，使得 $A'D\perp$ 平面 $A'BC$，则 $A'D\perp A'C$，，

又 $A'D=1,DC=\sqrt{2}$，所以 $A'C=1$，如图 2，

当且仅当 A' 在 BC 上时 $A'C=1$，不符合题意，故 B 错误；

C：如图 3，取 BD 的中点 E，连接 $A'E,A'P,DP$，则 $A'E\perp BD$，

由平面 $A'BD\perp$ 平面 BCD，平面 $A'BD\cap$ 平面 $BCD=BD$，得 $A'E\perp$ 平面 BCD，

所以四面体 $A'BDP$ 的最大体积为 $V_{A'-BDP}=V_{A'-BDC}=\frac{1}{3}S_{\triangle BDC}\cdot A'E=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{6}$，故 C 错误；

D：如图 4，取 BC 的中点 O，连接 OE，则 $OE//CD$，

由选项 C 的分析可得 $A'E\perp$ 平面 BCD，又 $CD\subset$ 平面 BCD，所以 $A'E\perp CD$，

由 $BD\perp CD$，$BD\cap A'E=E,BD$、$A'E\subset$ 平面 $A'BD$，

所以 $CD\perp$ 平面 $A'BD$，故 $OE\perp$ 平面 $A'BD$，

则 O 为四面体 $A'BCD$ 的外接球的球心，半径 $R=OB=1$，

故四面体 $A'BCD$ 的外接球表面积为 4π，故 D 正确.

故选：AD.

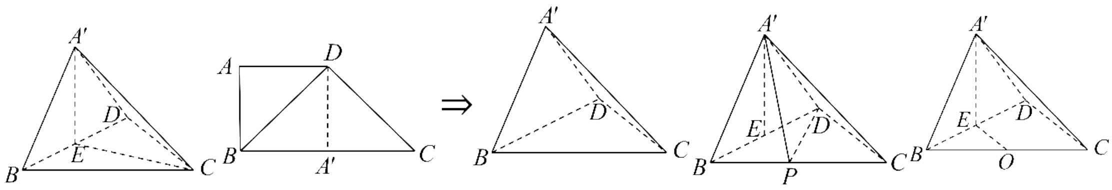


图 1　　图 2　　图 3　　图 4

12. 瑞士数学家欧拉（$LeonharEuler$）1765 年在其所著的《三角形的几何学》一书中提出：任意三角形的外心、重心、垂心在同一条直线上，后人称这条直线为欧拉线. 若已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-4,0)$，$B(0,4)$，其欧拉线方程为 $x-y+2=0$，则下列正确的是（）

A. $\triangle ABC$ 重心的坐标为 $\left(-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ 或 $\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$

B. $\triangle ABC$ 垂心的坐标为 $(0,2)$ 或 $(-2,0)$

C. $\triangle ABC$ 顶点 C 的坐标为 $(2,0)$ 或 $(0,-2)$

D. 欧拉线将 $\triangle ABC$ 分成的两部分的面积之比为 $\frac{4}{5}$

【答案】BCD

【解析】

【分析】由题意先求出 AB 的中垂线方程，再与欧拉线方程联立可求出 $\triangle ABC$ 的外心，设 $C(m,n)$，则可得三角形 ABC 的重心为 $\left(\frac{-4+m}{3},\frac{4+n}{3}\right)$，代入欧拉线方程，再结合三角形的外心可求出顶点 C 的坐标是 $(2,0)$ 或 $(0,-2)$，从而可得三角形的重心坐标，结合图形可求出 $\triangle ABC$ 垂心的坐标和欧拉线将 $\triangle ABC$ 分成的两部分的面积之比

【详解】AB的中点为 $(-2,2)$，AB 的中垂线方程为 $y-2=-(x+2)$，即 $x+y=0$，

联立 $\begin{cases}x+y=0\\x-y+2=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$.

$\therefore \triangle ABC$ 的外心为 $(-1,1)$，

设 $C(m,n)$，由重心坐标公式得，

三角形 ABC 的重心为 $\left(\frac{-4+m}{3},\frac{4+n}{3}\right)$，代入欧拉线方程得：$\frac{-4+m}{3}-\frac{4+n}{3}+2=0$，整理得：

$m-n-2=0$①

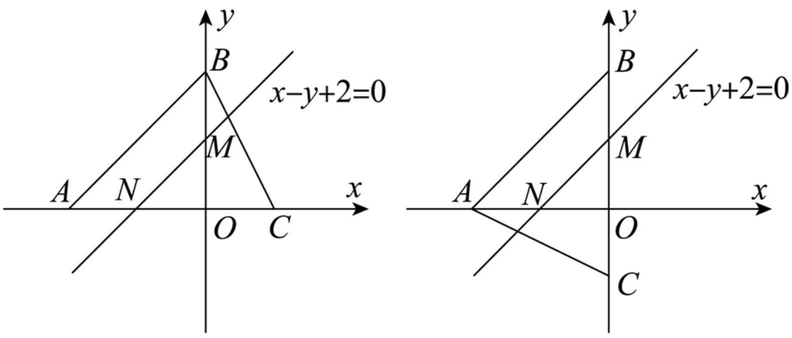
又外心为 $(-1,1)$，

所以 $(m+1)^2+(n-1)^2=(-4+1)^2+(0-1)^2=10$，

整理得：$m^2+n^2+2m-2n=8$②联立①②得：$m=2$，$n=0$ 或 $m=0$，$n=-2$，

所以顶点 C 的坐标是 $(2,0)$ 或 $(0,-2)$.

$\triangle ABC$ 重心的坐标为 $\left(-\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$ 或 $\left(-\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$；



由于 $OB\perp AC$ 或 $OA\perp BC$，所以垂心的坐标为 $M(0,2)$ 或 $N(-2,0)$.

因为直线 AB 与欧拉线平行，所以两部分的面积之比是 $\dfrac{NC^2}{AC^2-NC^2}=\dfrac{16}{36-16}=\dfrac{4}{5}$ 或

$\dfrac{MC^2}{AC^2-MC^2}=\dfrac{16}{36-16}=\dfrac{4}{5}$.

故选：BCD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知圆的方程是 $x^2+y^2-4x+2y+2=0$，则圆心到原点的距离为_________.

【答案】$\sqrt{5}$

【解析】

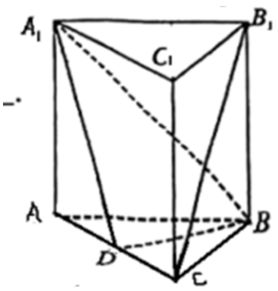
【分析】首先根据题意得到圆心为 $(2,-1)$，再利用点到直线的距离公式求解即可.

【详解】$x^2+y^2-4x+2y+2=0\Rightarrow(x-2)^2+(y+1)^2=3$，圆心 $(2,-1)$，半径 $r=\sqrt{3}$.

圆心到原点的距离 $d=\sqrt{(2-0)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{5}$.

故答案为：$\sqrt{5}$

14. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=AB=AC=BC=2$，点 D 是 AC 的中点，则点 B_1 到平面 A_1BD 的距离是____________.



【答案】$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

【解析】

【分析】点 B_1 到平面 A_1BD 的距离即三棱锥 B_1-A_1BD 的高，利用三棱锥等体积即 $V_{B_1-A_1BD}=V_{D-A_1BB_1}$ 列式可得解.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/306115211005011005