第二章　　网孔分析和节点分析

2.1　网孔分析

2.2　节点分析

含运算放大器的电阻电路

2.4　电路的对偶性

2.5　晶体管的大信号模型

§2-1 网孔分析

网孔分析法是以网孔电流为未知量，利用**KVL**定律列出方程组，进而求得电路响应的分析方法。

网孔分析法只适用于求解平面电路。

求解量 (未知数)：网孔电流

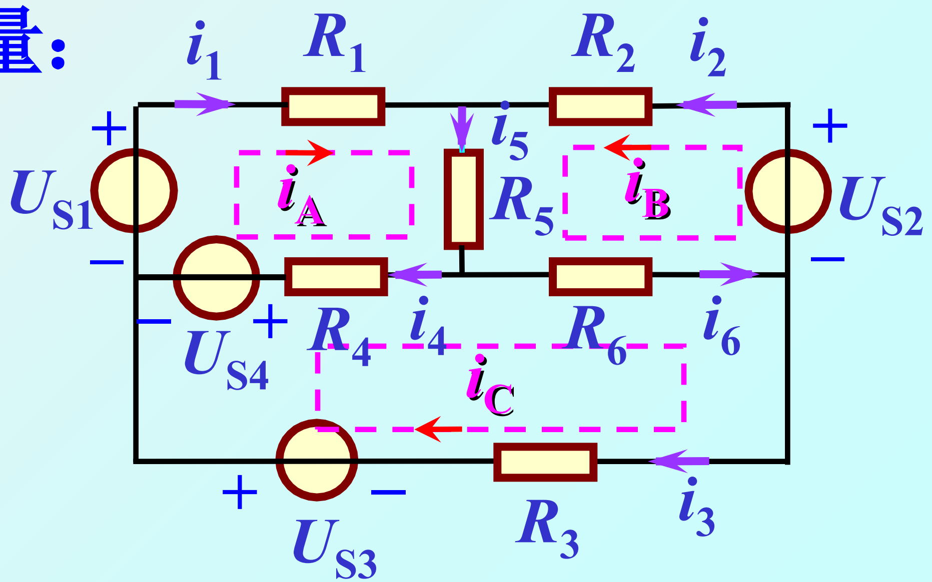
求解量数目(方程数)：网孔数 m

列方程依据： KVL定律

网孔电流是一组完备的变量：

求出网孔电流，即可方便地求得各支路电流。

网孔电流是一组彼此独立无关的变量。



§2-1 网孔分析

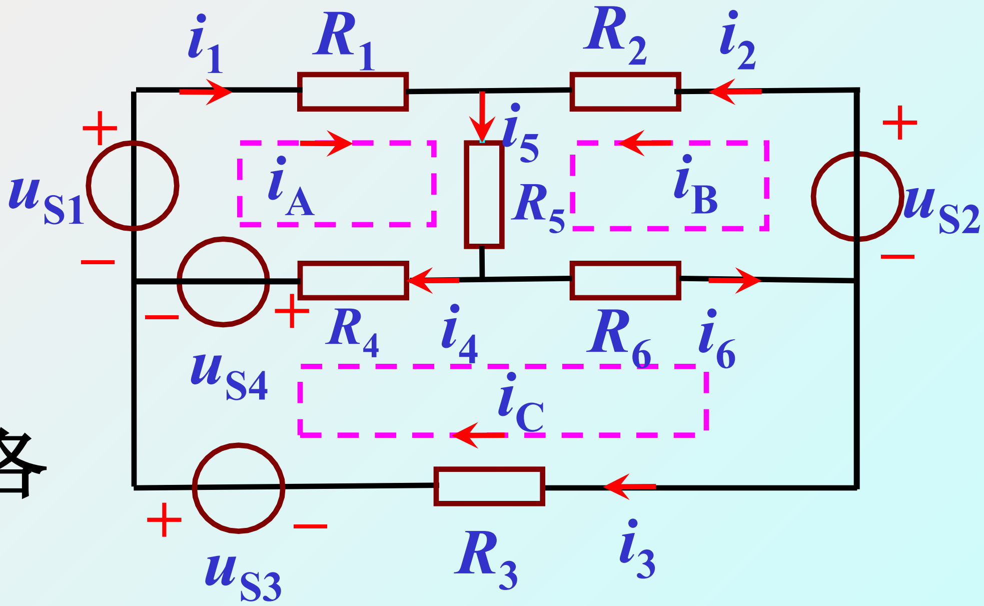
一. 网孔电流是一组完备的独立变量

1.完备性

$i_1 = i_A \qquad i_4 = i_A - i_C$

$i_2 = i_B \qquad i_5 = i_A + i_B$

$i_3 = i_C \qquad i_6 = i_B + i_C$



网孔电流一旦求出，各支路电流均可求得。

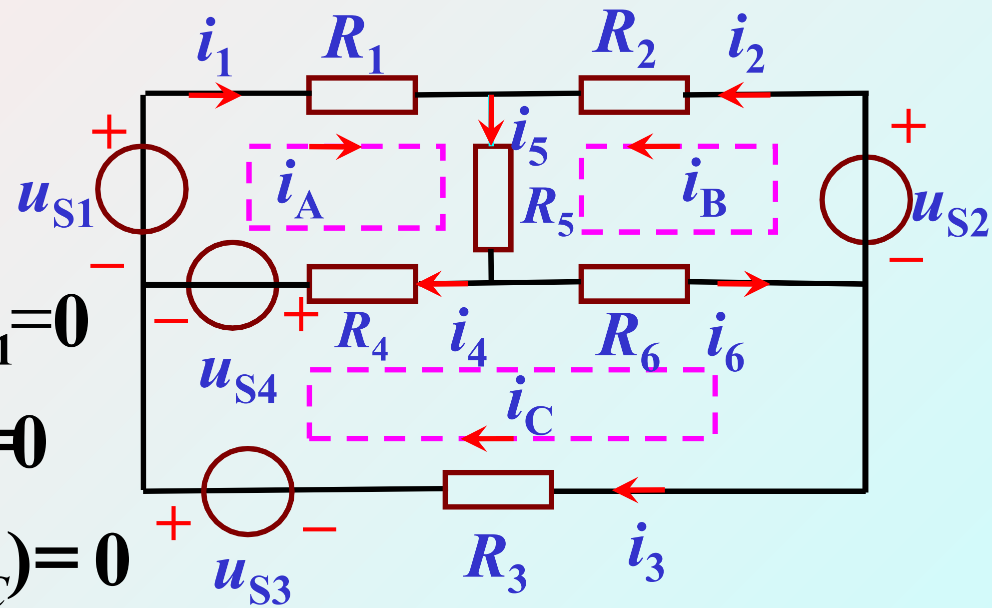
2.独立性

网孔电流向一个节点流入又从这个节点流出，所以它不受<u>KCL</u>的约束。

$$-i_1 - i_2 + i_5 = 0 \qquad -i_A - i_B + (i_A + i_B) = 0$$

网孔电流彼此独立无关，所以网孔电流是一组完备的独立变量。

二. 网孔方程的建立



应用KVL列网孔电压方程

$$R_1 i_A + R_5(i_A+i_B) + R_4(i_A - i_C) + u_{S4} - u_{S1} = 0$$

$$R_2 i_B + R_5(i_A+i_B) + R_6(i_B+i_C) - u_{S2} = 0$$

$$R_3 i_C - u_{S3} - u_{S4} + R_4(i_C - i_A) + R_6(i_B+i_C) = 0$$

$$(R_1+R_4+R_5)\, i_A + R_5 i_B - R_4 i_C = u_{S1} - u_{S4}$$

$$R_5 i_A + (R_2+R_5+R_6)\, i_B + R_6 i_C = u_{S2}$$

$$-R_4 i_A + R_6 i_B + (R_3+R_4+R_6) i_C = u_{S3} + u_{S4}$$

$$R_{11} i_A + R_{12} i_B + R_{13} i_C = u_{S11}$$

$$R_{21} i_A + R_{22} i_B + R_{23} i_C = u_{S22}$$

$$R_{31} i_A + R_{32} i_B + R_{33} i_C = u_{S33}$$

等号左端是网孔中全部电阻上电压降代数和，
等号右端为该网孔中全部电压源电压升代数和。

$(R_1+R_4+R_5)i_A+R_5 i_B-R_4 i_c=u_{S1}-u_{S4}$

$R_5 i_A+(R_2+R_5+R_6)i_B+R_6 i_C=u_{S2}$

$-R_4 i_A+R_6 i_B+(R_3+R_4+R_6)i_C=u_{S3}+u_{S4}$

$R_{11}i_A+R_{12}i_B+R_{13}i_C=u_{S11}$

$R_{21}i_A+R_{22}i_B+R_{23}i_C=u_{S22}$

$R_{31}i_A+R_{32}i_B+R_{33}i_C=u_{S33}$

令 $R_{11}=R_1+R_4+R_5$

为第一网孔的自电阻

令 $R_{12}=R_{21}=R_5$

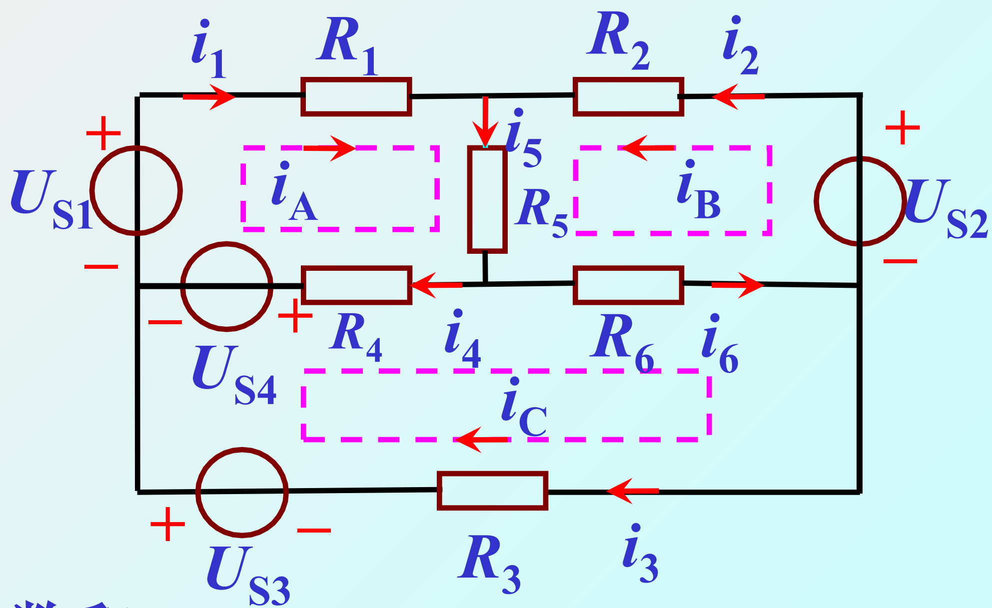
为一、二两网孔中互电阻

令 $R_{13}=R_{31}=-R_4$

为一、三两网孔中互电阻

令 $u_{S11}=u_{S1}-u_{S4}$

为第一网孔中电压源电压升的代数和

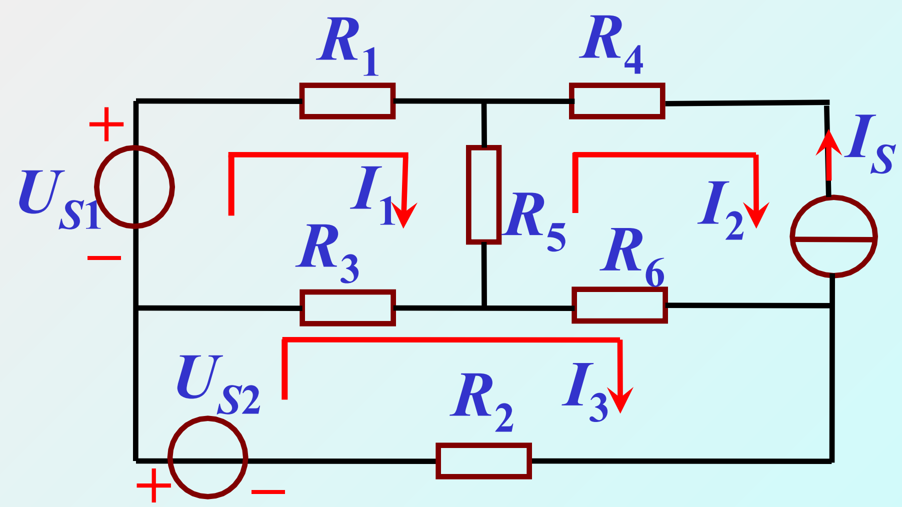


1自电阻×网孔电流＋互电阻×相邻网孔电流=网孔中电压源电压升的代数和。

2自电阻总为正值。互电阻则有正有负，两网孔电流流过互电阻时，方向相同则取正，方向相反则取负。

例１：试列写下图所示电路的网孔方程组

解:



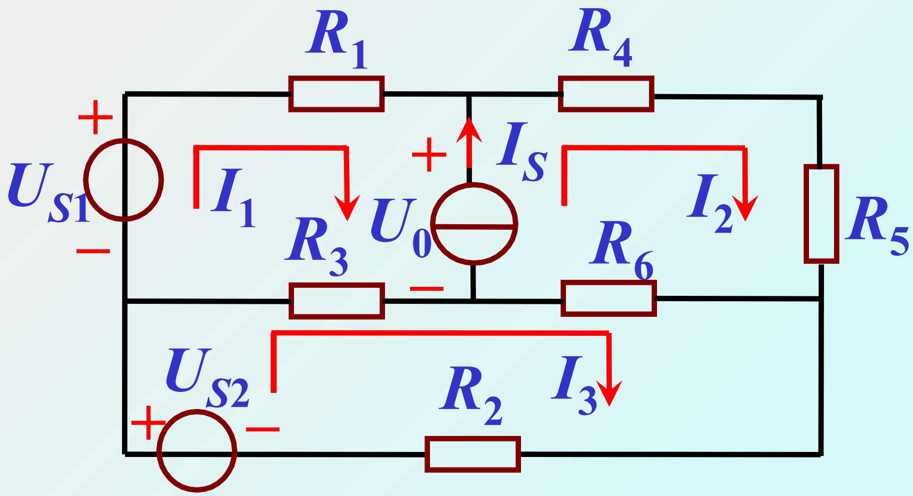
$$(R_1+R_3+R_5)I_1-R_5I_2-R_3I_3=U_{S1}$$

$$I_2=-I_S$$

$$-R_3I_1-R_6I_2+(R_2+R_3+R_6)I_3=U_{S2}$$

电流源I_S在边沿支路时，可以减少方程数。

例2：试列写下图所示电路的网孔方程组



解:

$$(R_1+R_3)I_1-R_3I_3=U_{S1}-U_0$$

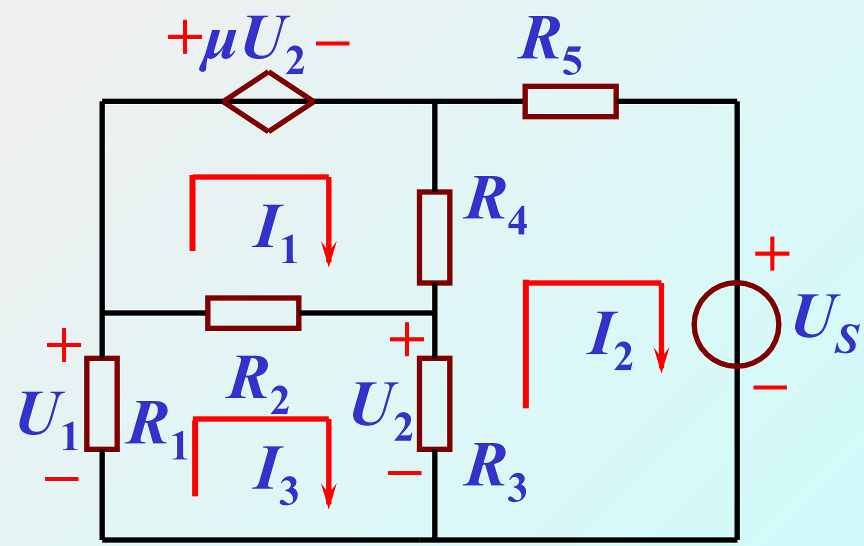
$$(R_4+R_5+R_6)I_2-R_6I_3=U_0$$

$$-R_3I_1-R_6I_2+(R_2+R_3+R_6)I_3=U_{S2}$$

$$I_S=I_2-I_1$$ 辅助方程

电流源I_S在中间支路时，可设一电压列入方程，再列一辅助方程。

例3 电路如图示，已知U_s=5V，$R_1=R_2=R_4=R_5=1\Omega$，$R_3=2\Omega$，$\mu=2$。求U_1＝？



解：$(R_2+R_4)I_1-R_4I_2-R_2I_3=-\mu U_2$

$-R_4I_1+(R_3+R_4+R_5)I_2-R_3I_3=-U_S$

$-R_2I_1-R_3I_2+(R_1+R_2+R_3)I_3=0$

$U_2=R_3(I_3-I_2)$

列网孔方程时，受控源可与独立源一样对待，但要找出控制量（U_2）与未知量（I_3、I_2）的关系

代入数据整理

$$2I_1-5I_2+3I_3=0$$

$$-I_1+4I_2-I_3=-5$$

$$-I_1-2I_2+4I_3=0$$

依据克莱姆法则

$$I_3=\frac{\begin{vmatrix}2 & -5 & 0\\ -1 & 4 & -5\\ -1 & -2 & 0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}2 & -5 & 3\\ -1 & 4 & -1\\ -1 & -2 & 4\end{vmatrix}}=\frac{-45}{12}=-3.75\text{ A}$$

$$U_1=-R_1I_3=3.75\text{ V}$$

§2-2 节点分析

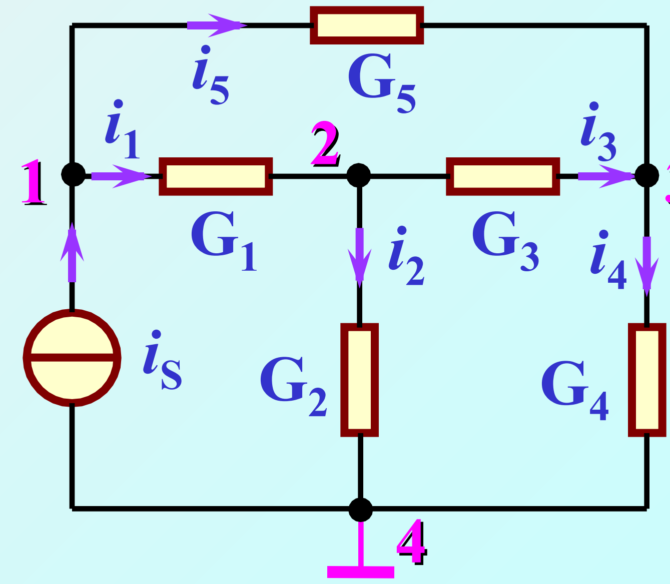
节点分析法是以节点电压 (位)为未知量，利用KCL列出方程组，进而求得电路响应的分析方法。

节点分析法对求解平面和非平面电路均适用。

求解量 (未知数)： 节点电压 (位)

求解量数目(方程数)： 节点数 $n-1$

列方程依据： KCL定律



节点电压是一组完备的变量：求出节点电压，即可方便地求得各支路电压。

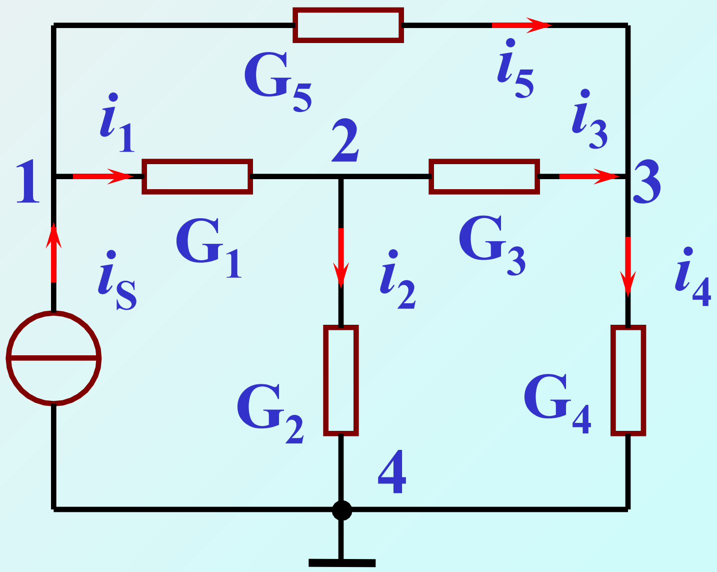
节点电压是一组彼此独立无关的变量。

§2-3 节点分析

一.节点电位是一组完备的独立变量

1.完备性：如果各节点电位一旦求出，各个支路电压就可求得，进而可求得各支路电流。

2.独立性：节点电位不受KVL的约束，节点电位彼此独立无关。



选4为参考点

由KVL，对图中上网孔，有

$u_{13}+u_{32}+u_{21}=0$

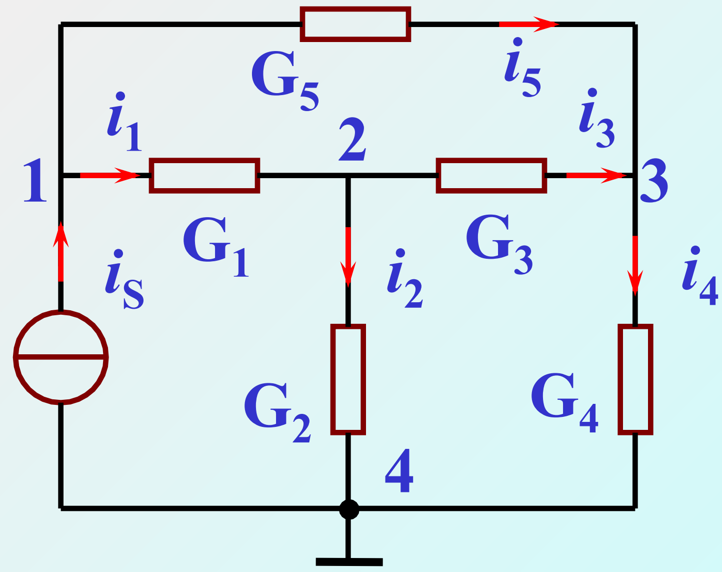
即$(u_1-u_3)+(u_3-u_2)+(u_2-u_1)=0$

二、节点方程的建立

节点1 $i_1 + i_5 - i_s = 0$

节点2 $-i_1 + i_2 + i_3 = 0$

节点3 $-i_3 + i_4 - i_5 = 0$



$i_1 = G_1(u_1 - u_2)$ $i_2 = G_2 u_2$

$i_3 = G_3(u_2 - u_3)$ $i_4 = G_4 u_3$

$i_5 = G_5(u_1 - u_3)$

$$(G_1 + G_5)u_1 - G_1 u_2 - G_5 u_3 = i_S$$

$$-G_1 u_1 + (G_1 + G_2 + G_3)u_2 - G_3 u_3 = 0$$

$$-G_5 u_1 - G_3 u_2 + (G_3 + G_4 + G_5)u_3 = 0$$

等号左端为通过各电导流出的全部电流之和，右端为流进该节点电流源电流的代数和。

$$G_{11}u_1 + G_{12}u_2 + G_{13}u_3 = i_{s11}$$

$$G_{21}u_1 + G_{22}u_2 + G_{23}u_3 = i_{s22}$$

$$G_{31}u_1 + G_{32}u_2 + G_{33}u_3 = i_{s33}$$

节点1的自电导 $G_{11} = G_1 + G_5$

节点2的自电导 $G_{22} = G_1 + G_2 + G_3$

$G_{12} = G_{21} = -G_1$ 为1、2两节点的互电导

$G_{13} = G_{31} = -G_5$ 为1、3两节点的互电导

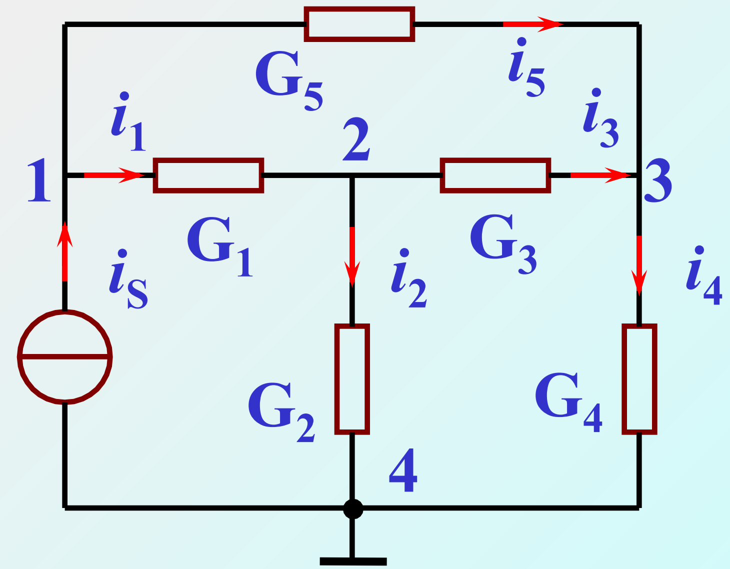
$i_{S11} = i_S$ 流进节点1的电流源

二、节点方程的建立

$$G_{11}u_1 + G_{12}u_2 + G_{13}u_3 = i_{s11}$$

$$G_{21}u_1 + G_{22}u_2 + G_{23}u_3 = i_{s22}$$

$$G_{31}u_1 + G_{32}u_2 + G_{33}u_3 = i_{s33}$$



$$G_{11}u_1 + G_{12}u_2 + \cdots + G_{1n}u_n = i_{s11}$$

$$G_{21}u_1 + G_{22}u_2 + \cdots + G_{2n}u_n = i_{s22}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$G_{n1}u_1 + G_{n2}u_2 + \cdots + G_{nn}u_n = i_{snn}$$

$$(G_1 + G_5)u_1 - G_1u_2 - G_5u_3 = i_s$$

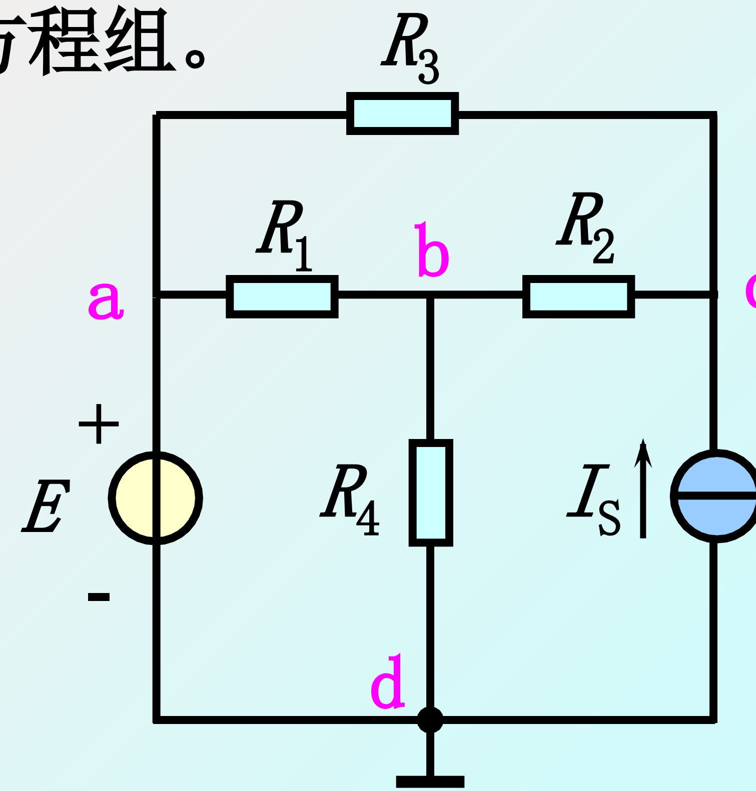
$$-G_1u_1 + (G_1 + G_2 + G_3)u_2 - G_3u_3 = 0$$

$$-G_5u_1 - G_3u_2 + (G_3 + G_4 + G_5)u_3 = 0$$

1. 自电导×节点电位 + 互电导×相邻节点电位 = 流进该节点的电流源电流代数和。

2. 自电导均为正值，互电导均为负值。

[例]　列出图示电路的节点电位方程组。



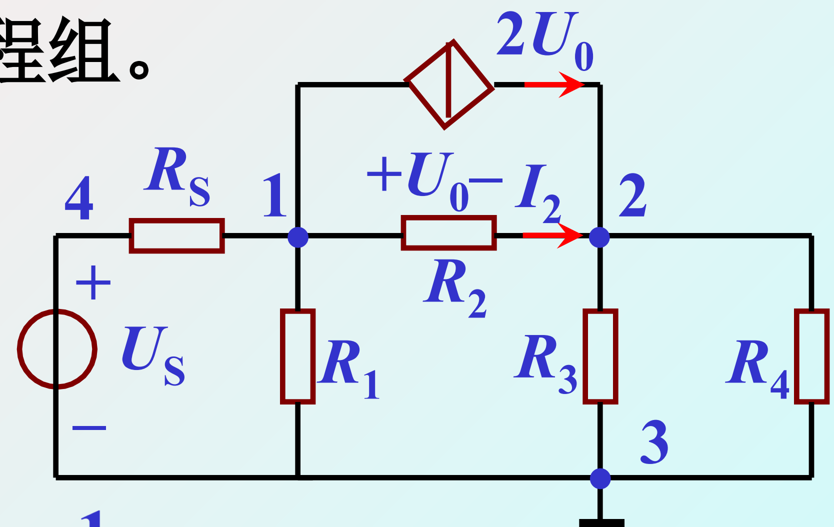
解：选d点作为参考点，有 $V_d = 0$

节点电位方程组为

$$
\begin{cases}
V_a = E & (1) \\
-\dfrac{1}{R_1}V_a + \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_4}\right)V_b - \dfrac{1}{R_2}V_c = 0 & (2) \\
-\dfrac{1}{R_3}V_a - \dfrac{1}{R_2}V_b + \left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}\right)V_c = I_S & (3)
\end{cases}
$$

将(1)式代入(2)式和(3)式，即可解出 V_b 和 V_c。

[例] 试列写图示电路的节点方程组。



解：直接列出节点方程组

节点4　　$U_4=U_S$

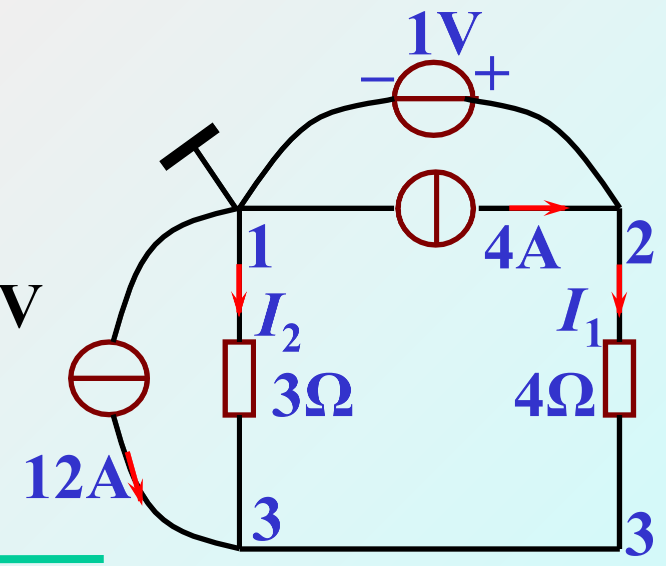
节点1　$$\left(\frac{1}{R_S}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)U_1-\frac{1}{R_2}U_2-\frac{1}{R_S}U_4=-2U_0$$

节点2　$$-\frac{1}{R_2}U_1+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_2=2U_0$$

辅助方程:　$U_0=U_1-U_2$

注意：列节点方程时，受控源与独立源一样对待，但要找出控制量与未知量的关系。

[例] 用节点分析法求图示电路中I_1及I_2。



解：若选1为参考点，列节点电压方程

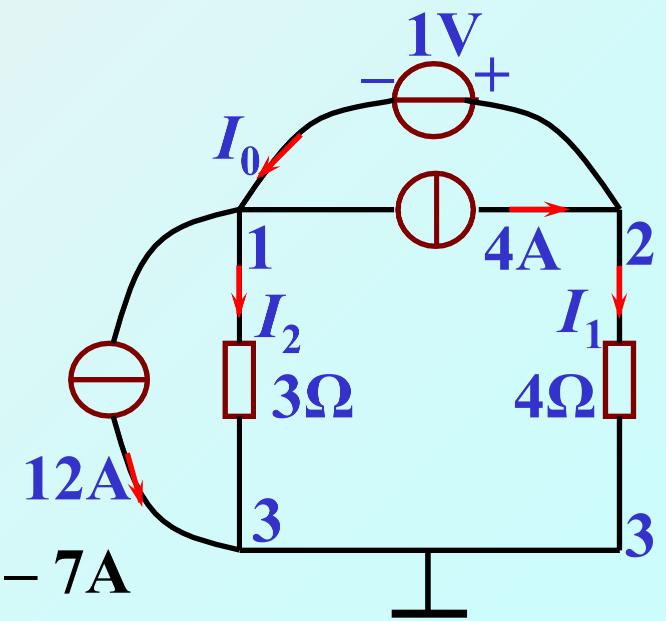
节点2 $U_2=1\text{V}$

节点3 $(1/3+1/4)U_3-(1/4)\,U_2=12$ $\qquad U_3=21\text{V}$

$$I_1=(U_2-U_3)/4=(1-21)/4=-5\text{A}$$

$$I_2=-(U_3/3)=-7\text{A}$$

若选3为参考点，列节点电压方程



节点1 $(1/3)U_1=-4-12+I_o$

节点2 $(1/4)U_2=4-I_o$

辅助方程 $U_2-U_1=1$

$U_1-3I_o=-48$

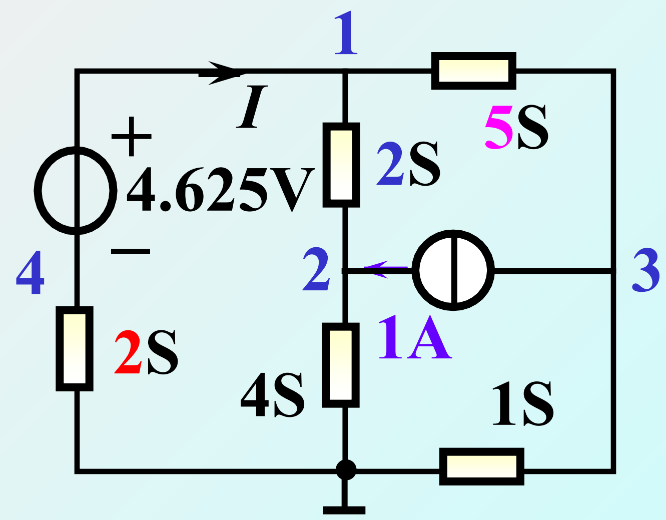
$U_1+4I_o=15$ $\qquad U_1=-21\text{V} \quad U_2=-20\text{V}$

$I_1=U_2/4=-20/4=-5\text{A}$ $\qquad I_2=U_1/3=-21/3=-7\text{A}$

结论：电压源支路一端接地可减少方程数；如没有接地，注意电压源支路有电流，需设一电流列入方程，再列一辅助方程。

[例] 用节点法求图示电路中电流I。

解：对原电路直接用节点法



节点1　$(2+5)U_1-2U_2-5U_3=I$

节点2　$-2U_1+(2+4)U_2=1$

节点3　$-5U_1+(5+1)U_3=-1$

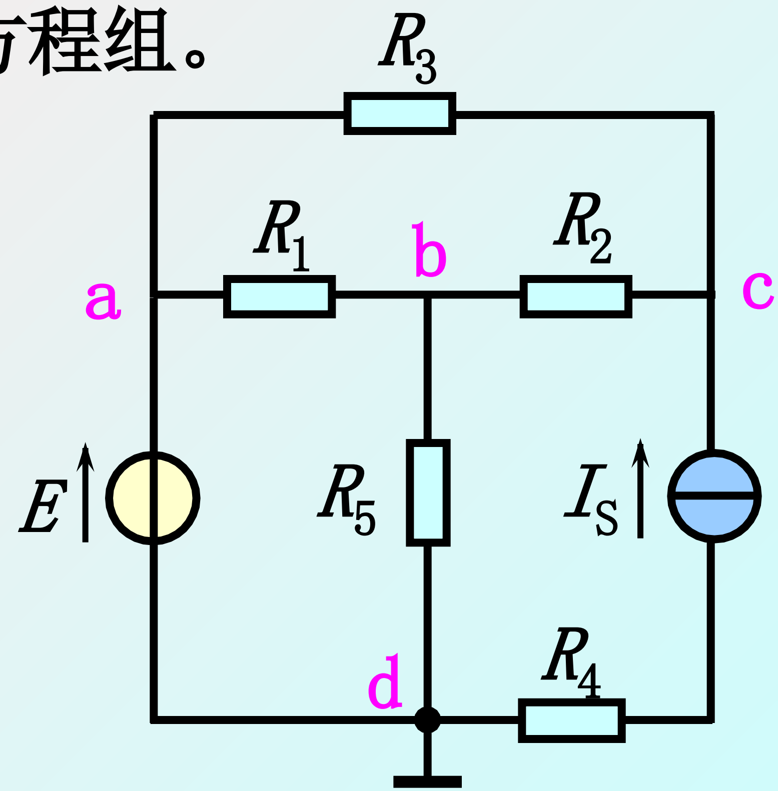
节点4　$2U_4=-I$

辅助方程　$U_1-U_4=$

解方程组，得

U_1　　I

[例]　列出图示电路的节点电位方程组。



解：选d点作为参考点，有 $V_d = 0$

与电流源 I_S 支路串联的电阻 R_4 列方程时不考虑

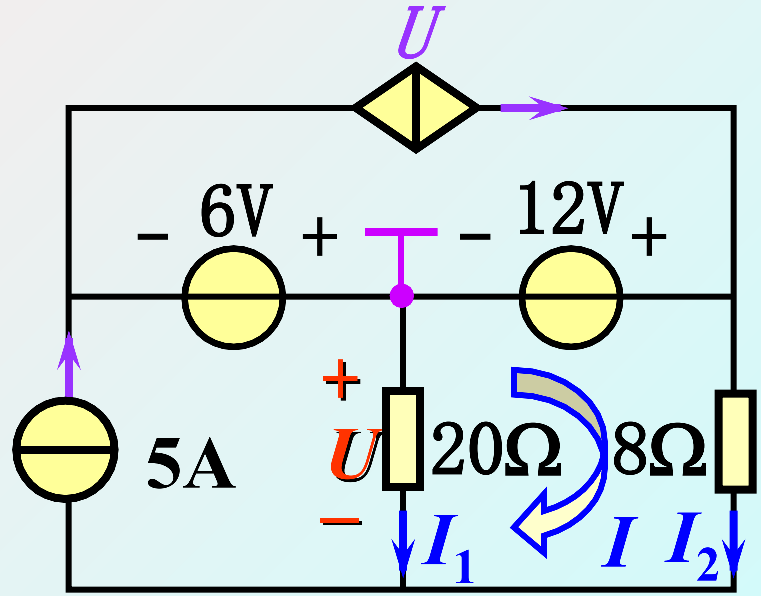
结点电位方程组为

$$
\begin{cases}
V_a = E & (1) \\
-\dfrac{1}{R_1}V_a + \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_5}\right)V_b - \dfrac{1}{R_2}V_c = 0 & (2) \\
-\dfrac{1}{R_3}V_a - \dfrac{1}{R_2}V_b + \left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}\right)V_c = I_S & (3)
\end{cases}
$$

注意：R_4 不作为自导和互导

将(1)式代入(2)式和(3)式，即可解出 V_b 和 V_c。

[例] 求电路中电压 *U*。



解法1：利用 KCL 和 KVL

$$I_1 + I_2 = 5$$

$$\frac{U}{20} + \frac{12+U}{8} = 5$$

$$\therefore\ U = \frac{140}{7} = 20\ \text{V}$$

解法2：利用网孔法

$$28I - 20\times 5 = 12$$

$$I = 112/28 = 4\ \text{A}$$

$$\therefore\ U = 20\times(5-4) = 20\ \text{V}$$

解法3：利用节点法

$$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{8}\right)(-U) - \frac{12}{8} = -5$$

$$\therefore\ U = \left(5 - \frac{3}{2}\right)\times\frac{40}{7} = 20\ \text{V}$$

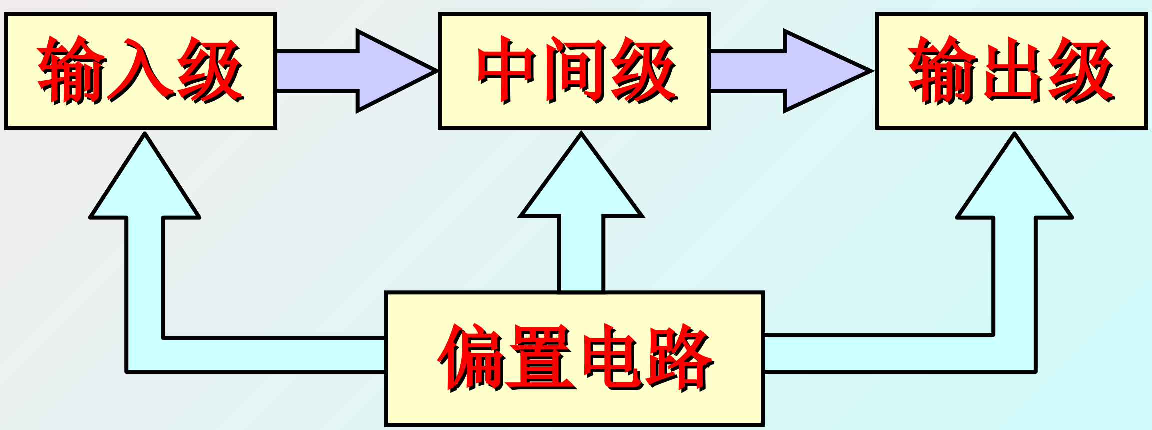
§2-3　含运算放大器的电阻电路

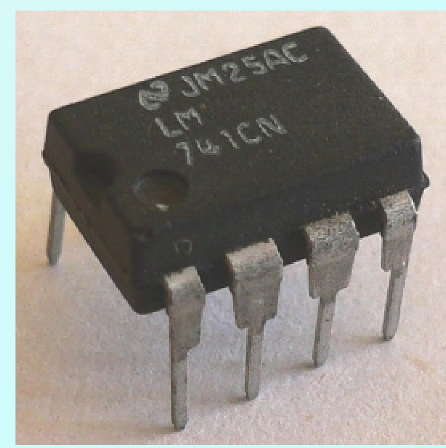
2.3.1 集成运放的结构和符号

运算放大器 (简称运放或集成运放) 是一种集成电路，是具有很高开环电压放大倍数的放大器。

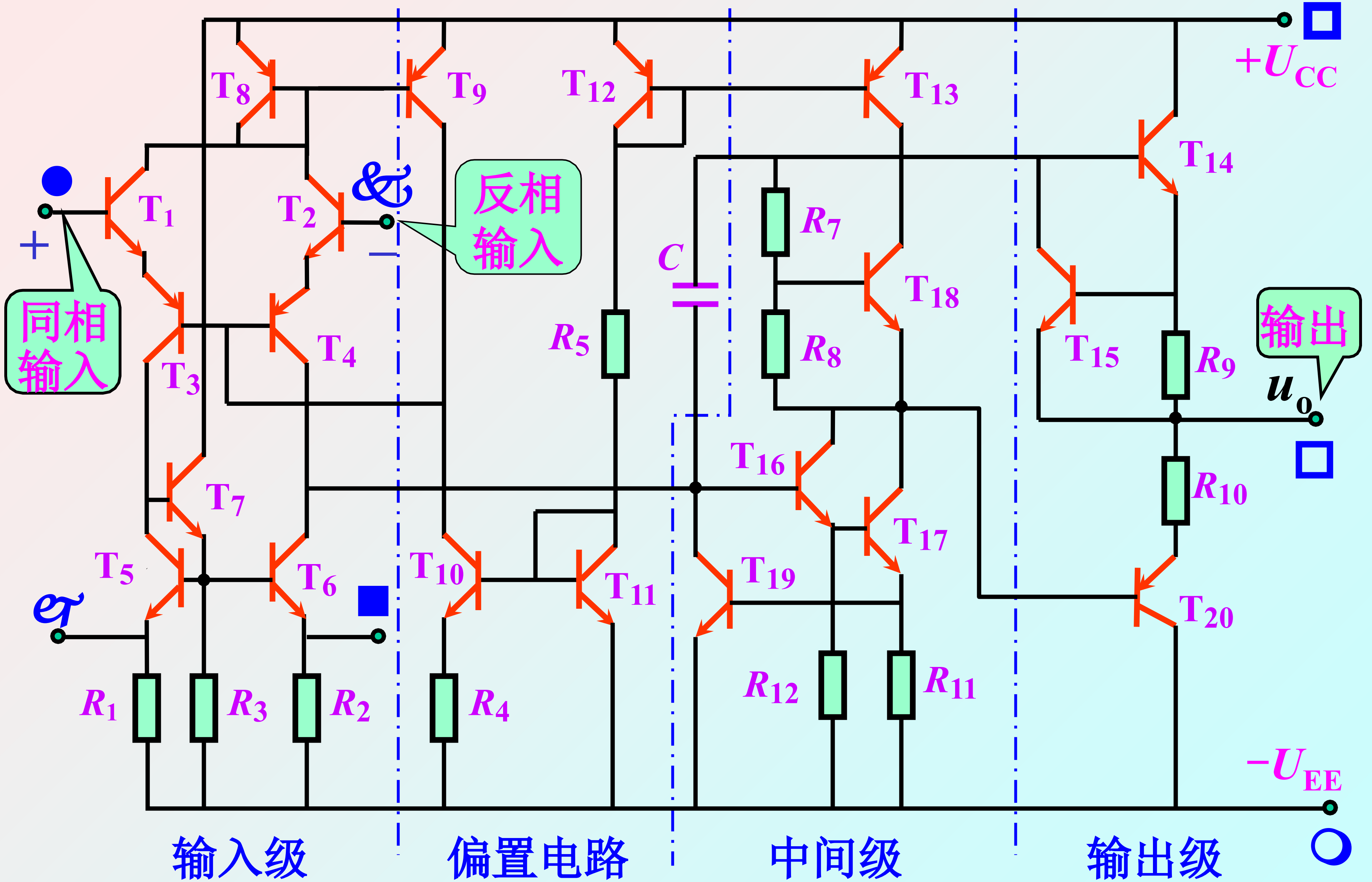
在集成运放发展的早期，主要用于模拟计算机的加、减、乘、除、积分、微分、对数和指数等各种运算，故将“运算放大器”的名称保留至今。

集成运放的内部电路结构框图

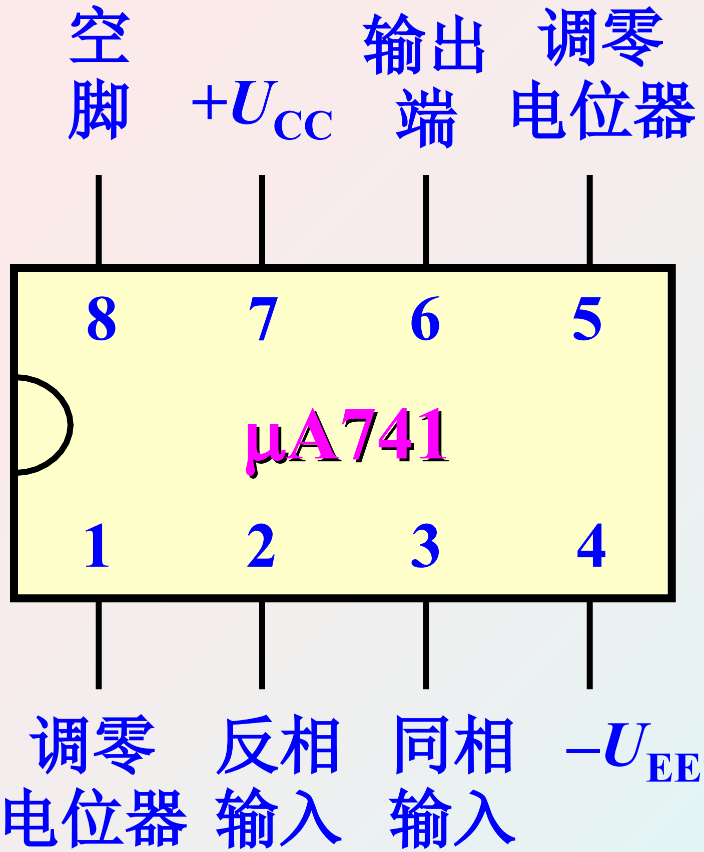


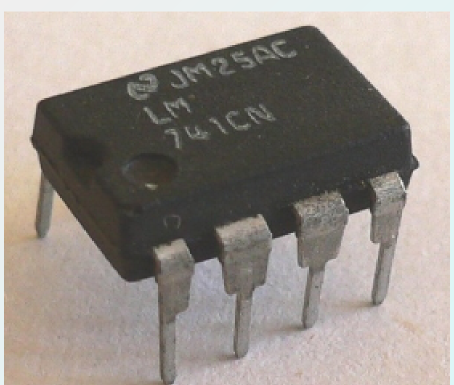


集成运放 μA741的原理电路图

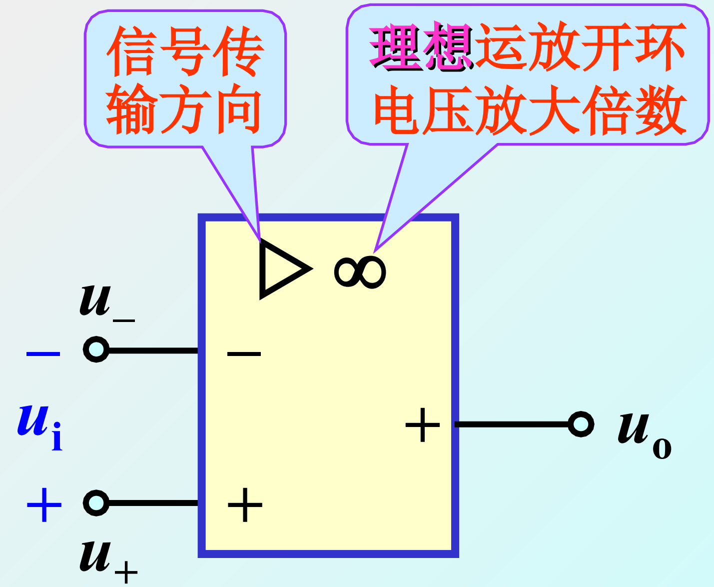


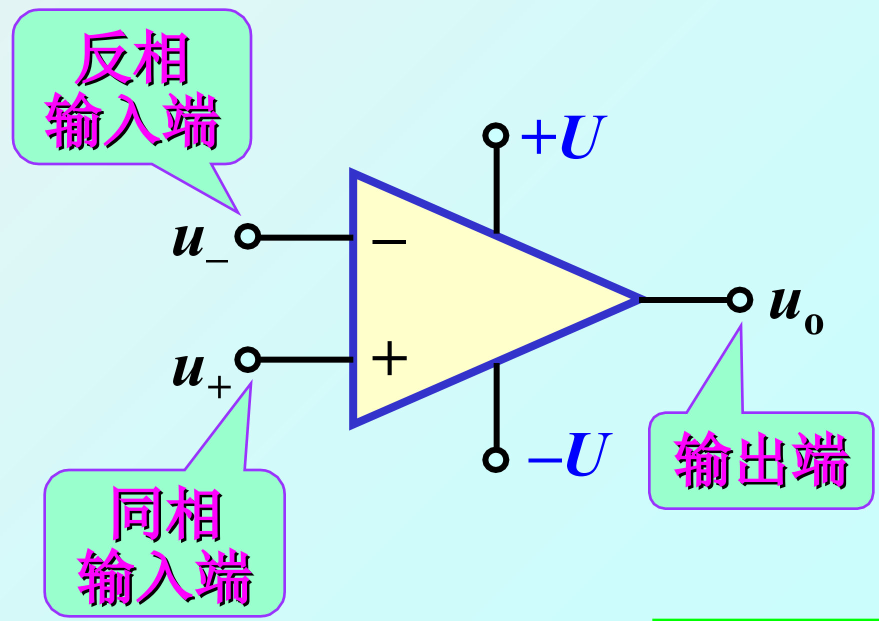
μA741的引脚排列





运放的电路符号

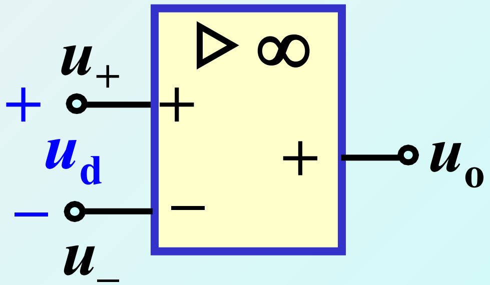


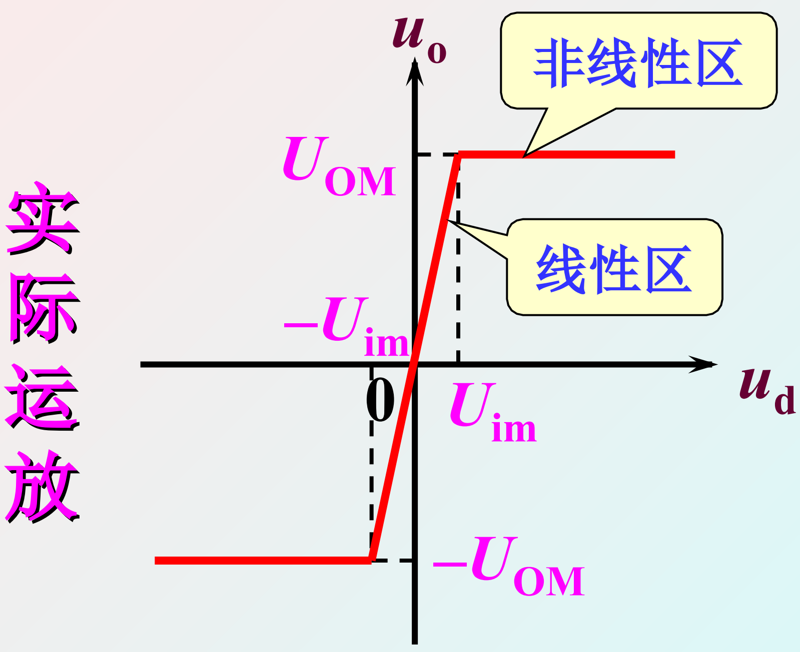


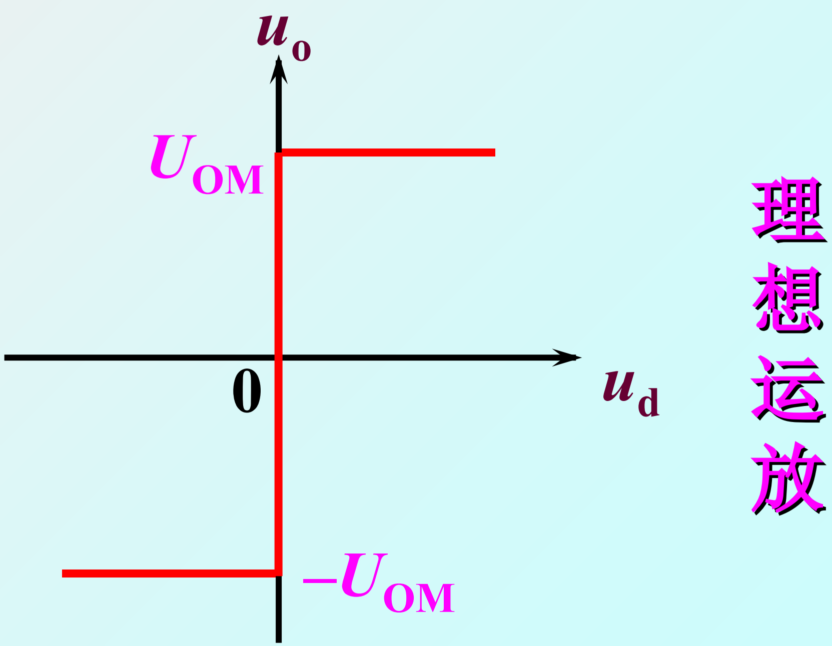
2.3.2 集成运放的电压传输特性和分析依据

1. 运放的电压传输特性

定义：$u_o = f(u_d)$，其中 $u_d = u_+ - u_-$







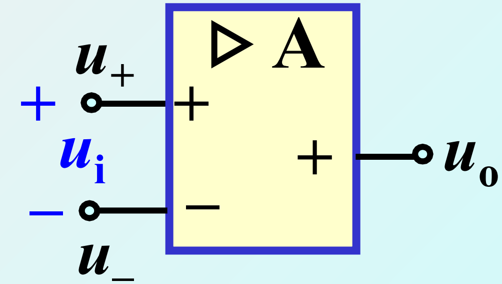
运放的理想化模型具有一组理想化的参数，

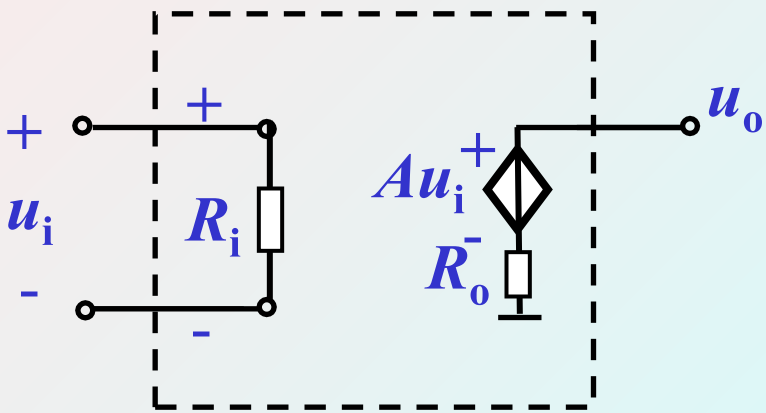
是将实际运放等效为理想运放的条件。

1. 电压放大倍数 $A\to\infty$ (实际10^6--10^8)

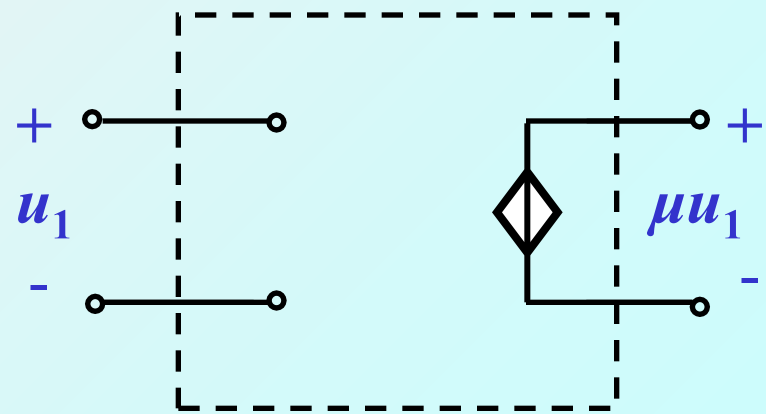
2. 输入电阻 $R_i\to\infty$ （实际10^6–$10^{13}\Omega$)

3. 输出电阻 $R_o\to 0$ （实际10--100Ω ）





运放线性工作时的模型



电压控制电压源 VCVS

运放工作在线性区的分析依据有2条

（1）"虚断路"原则

运放在线性区
符合运算关系

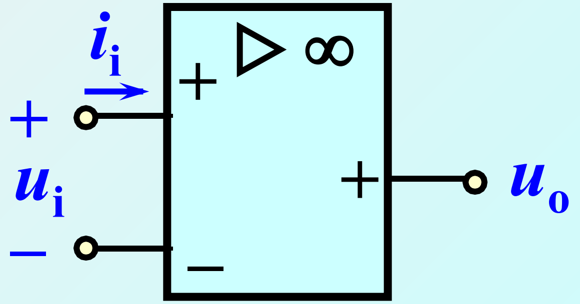
$$u_o = A_{uo} u_i$$

$$i_i = \frac{u_i}{r_{id}}$$

对于理想运放 $r_{id} \to \infty$

有 $i_i \approx 0$

相当于两输入端之间**断路**。

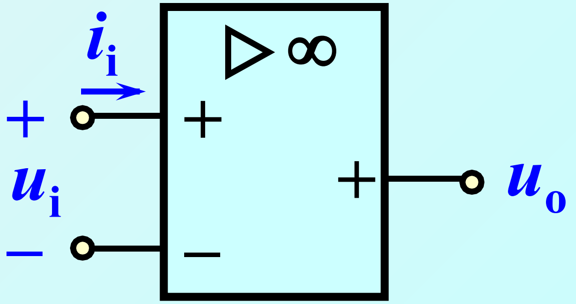


（2）"虚短路"原则

$$u_i = u_+ - u_- = \frac{u_o}{A_{uo}}$$

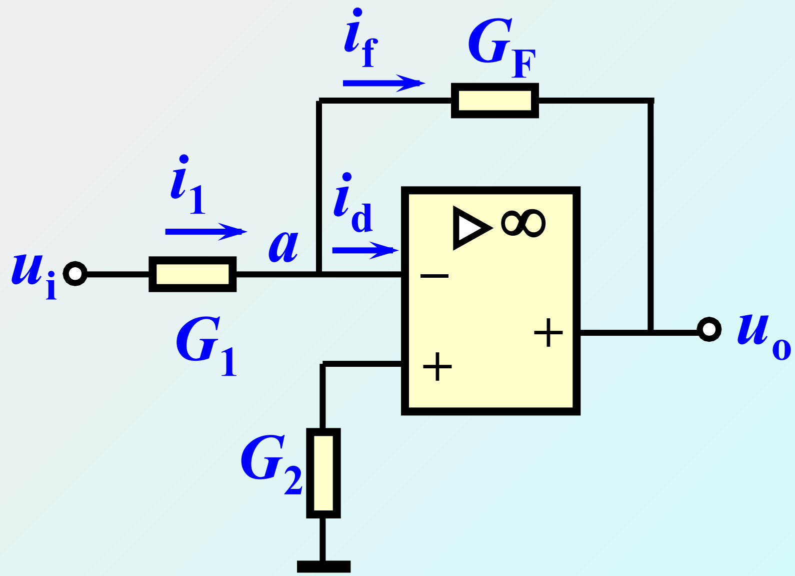
对于理想运放 $A_{uo} \to \infty$，$u_i \approx 0$

即 $u_- \approx u_+$　　相当于两输入端之间**短路**。



2.3.3 运算电路

1. 反相比例运算电路



由虚断路　$i_d \approx 0$

对a点列节点电压方程

$$-G_1 u_i + (G_1 + G_F) u_a - G_F u_0 = 0$$

由虚短路及虚断路知 $u_a = u_- = u_+ = 0$

得输出与输入的关系

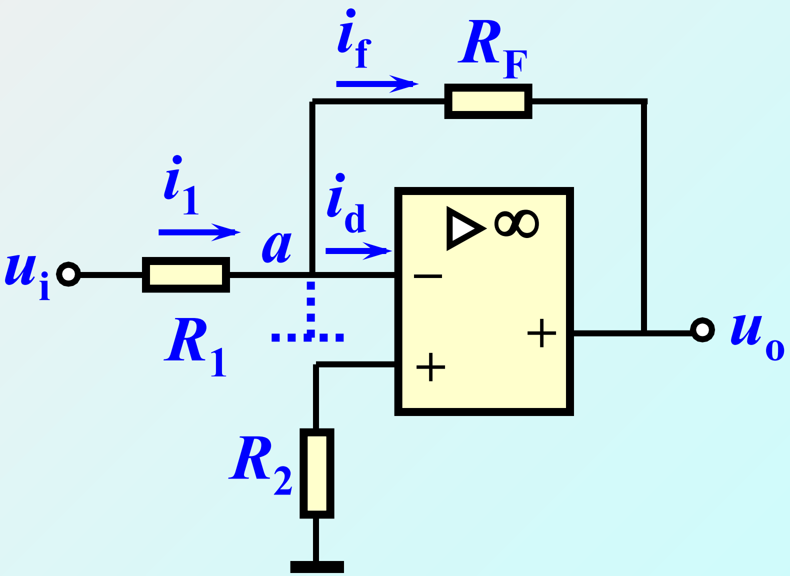
$$u_o = -\frac{G_1}{G_F} u_i$$

$$\boxed{u_o = -\frac{R_F}{R_1} u_i}$$

2.3.3 运算电路

1. 反相比例运算电路

加上深度负反馈



由虚断路 $i_d \approx 0$

对a点列KCL方程 $i_1 = i_d + i_f \approx i_f$

由虚地 $i_1 = \dfrac{u_i}{R_1}$ ， $i_f = -\dfrac{u_o}{R_F}$

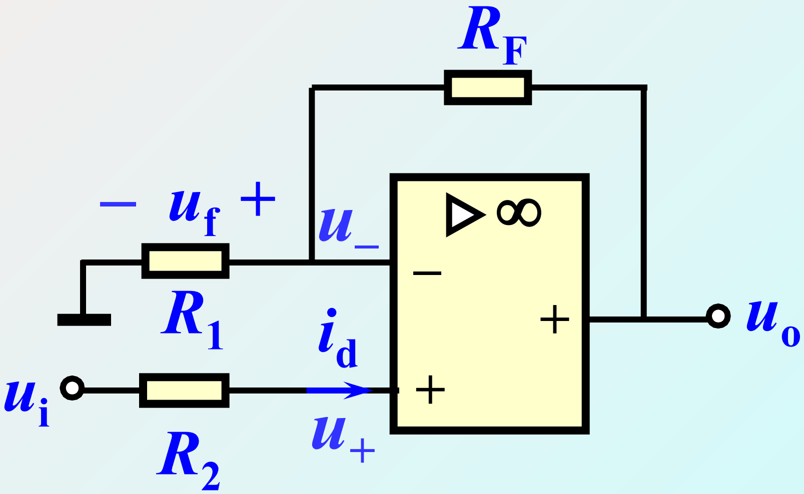
代入方程 $i_1 = i_f$

得输出与输入的关系

$$\boxed{u_o = -\frac{R_F}{R_1} u_i}$$

平衡电阻 $R_2 = R_1 // R_F$

2. 同相比例运算电路



由虚断路 $i_d=0$，有 $u_+=u_i$

由虚短路 $u_-=u_+=u_i$

对反相输入端列节点电压方程

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_F}\right)u_i-\frac{1}{R_F}u_o=0$$

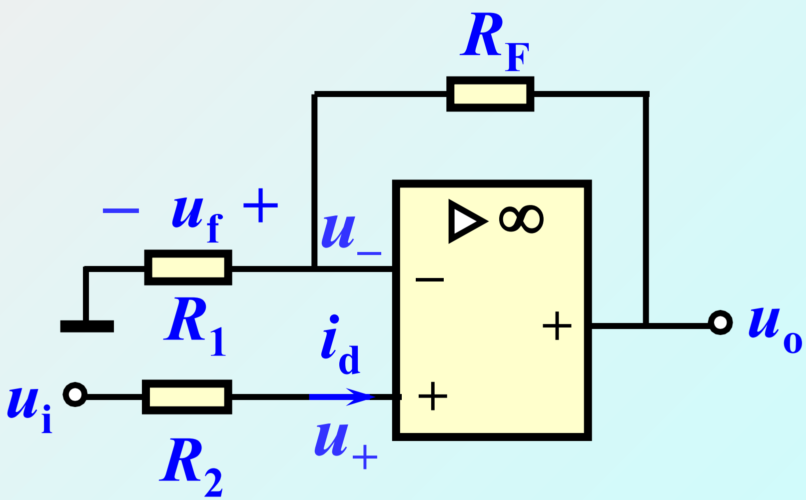
故有 $u_o=\left(1+\dfrac{R_F}{R_1}\right)u_+\boxed{=\left(1+\dfrac{R_F}{R_1}\right)u_i}$

平衡电阻 $R_2=R_1 // R_F$

2. 同相比例运算电路

由虚断路 $i_d = 0$，有 $u_+ = u_i$

由分压关系 $u_- = u_f = \dfrac{R_1}{R_1 + R_f} u_o$



由虚短路 $u_+ = u_-$

得 $u_i = u_f = \dfrac{R_1}{R_1 + R_f} u_o$

故有 $u_o = \left(1 + \dfrac{R_F}{R_1}\right) u_+ \boxed{= \left(1 + \dfrac{R_F}{R_1}\right) u_i}$

闭环电压放大倍数 $A_{uf} = \dfrac{u_o}{u_i} = \left(1 + \dfrac{R_F}{R_1}\right)$

平衡电阻 $R_2 = R_1 // R_F$