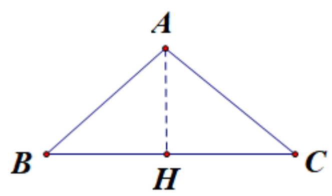
北师大版八年级数学（下）经典例题

第一章 三角形的证明

在几何知识中，我们以“定义$\rightarrow$判定$\rightarrow$性质$\rightarrow$应用”这个框架来对这些知识进行处理。

第一节：等腰三角形

1.定义：有两条边相等的三角形叫做等腰三角形	
2.判定：（1）根据定义判定 （2）有两个角相等的三角形是等腰三角形	
3.性质：（1）腰相等 （2）底角相等 （3）“三线合一”	
4.应用：（1）等腰三角形与“手拉手”全等 （2）坐标系中等腰三角形存在性问题	

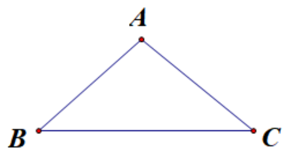
【例题 1】等腰三角形的两边长分别是 3 和 7，求等腰三角形的周长；

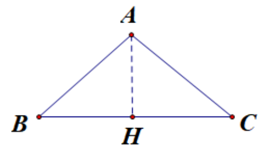
[参考解析]：根据等腰三角形的性质，另一条边可能为3，此时三边分别是3，3，7，但$3+3<7$，此时与“三角形的两边之和大于第三边”矛盾，因此另外一条边不能是 3；我们来看看另外一条边为 7 的情况：7，7，3，验证：$7+3>7$，因此该等腰三角形的周长为 17.

【例题 2】等腰三角形的一个角等于 50°，求这个三角形的顶角度数；

[参考解析]：若这个角就是等腰三角形的顶角，那么它顶角的度数就是 50°；若这个角是底角，那么另一底角也是 50°，根据三角形内角和定理，顶角度数为 180°-50°-50°=80°。所以，这个等腰三角形的顶角为 50°或 80°。

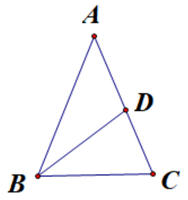
【例题 3】已知等腰三角形ABC，$AB=AC=5$，$BC=8$，求这个等腰三角形的面积。





[参考解析]：我们已经知道底$BC=8$，需要求出高，因此我们要作辅助线。我们作等腰三角形底边上的高，根据“三线合一”$BH=CH=4$，根据勾股定理可以求出$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，所以，这个等腰三角形的面积是$S=\frac{1}{2}BC\times AH=\frac{1}{2}\times 8\times 3=12$.当遇到等腰三角形，可以考虑作高线，中线或顶角平分线。

【例题 4】在$\triangle ABC$中，$AB=AC, AD=BD=BC$，求$\angle A$的度数；

	[**参考解析**]：设$\angle A=x$，因为$AD=BD$，所以$\angle A=\angle ABD=x$，根据外角的性质：$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2x$，因为$BC=BD$，所以$\angle C=\angle BDC=2x$，因为$AB=AC$，所以$\angle ABC=\angle C=2x$，根据三角形内角定理，$\angle A+\angle ABC+\angle C=x+2x+2x=5x=180°$，解得：$\angle A=x=36°$。

【例题 5】在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，D是直线BC上的一点，其中$DE\perp AB, DF\perp AC, CG\perp AB$，回答下列问题：

（1）如图 1，若点D在线段BC上，求证：$DE+DF=CG$

（2）如图 2，若点D在BC延长线上，求DE，DF，CG的数量关系。

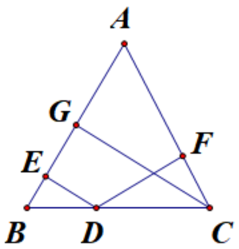


图 1

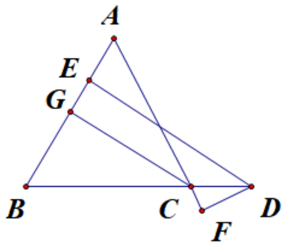


图 2

[**参考解析**]：（1）如图 3，连接AD，根据面积法，可以知道$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ADC}$，然后分别写出这三个三角形的面积，并建立方程：$\frac{1}{2}AB\times CG=\frac{1}{2}AB\times DE+\frac{1}{2}AC\times DF$，因为$AB=AC$，代入得：$\frac{1}{2}AB\times CG=\frac{1}{2}AB\times DE+\frac{1}{2}AB\times DF$，两边进行同时除以$\frac{1}{2}AB$得到：$CG=DE+DF$；

（2）如图 4，连接AD，根据面积法，可以知道$S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ADC}$，然后分别写出这三个三角形的面积，并建立方程：$\frac{1}{2}AB\times DE=\frac{1}{2}AB\times CG+\frac{1}{2}AC\times DF$，因为$AB=AC$，代入得：$\frac{1}{2}AB\times DE=\frac{1}{2}AB\times CG+\frac{1}{2}AB\times DF$，两边进行同时除以$\frac{1}{2}AB$得到：$DE=CG+DF$.

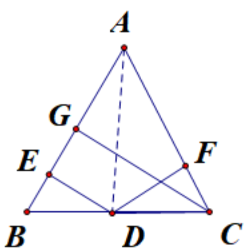


图 3

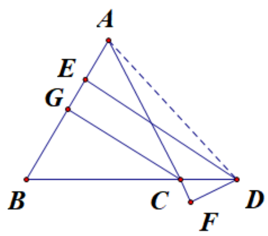


图 4

【例题 6】在$\triangle ABC$，$\triangle ADE$中，$\angle BAC=\angle DAE$，$AB=AC, AD=AE$。

（1）求证：$\triangle ABD\cong\triangle ACE$

（2）延长BD, CE交于点F，求证：$\angle BAC=\angle F$

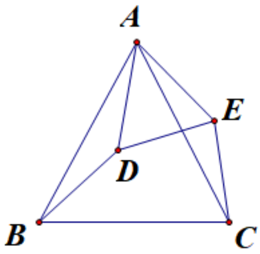


图 1

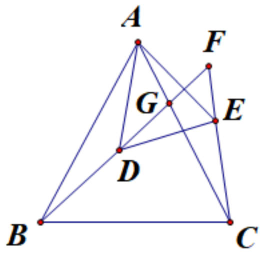


图 2

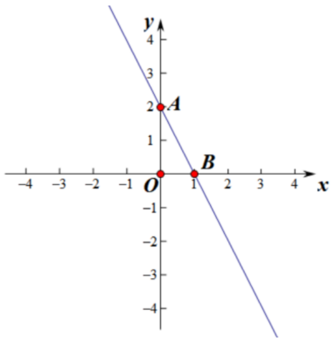
[参考解析]：（1）因为已经有了$AB=AC, AD=AE$，我们只需要证明夹角$\angle BAD=\angle CAE$，就可以证明这两个三角形全等了。

因为$\angle BAD+\angle CAD=\angle BAC, \angle CAE+\angle CAD=\angle DAE$，$\angle BAC=\angle DAE$

所以$\angle BAD+\angle CAD=\angle CAE+\angle CAD$，两边同时减去$\angle CAD$：$\angle BAD=\angle CAE$。再结合$AB=AC, AD=AE$，此时$\triangle ABD\cong\triangle ACE$。

（2）因为$\triangle ABD\cong\triangle ACE$，则对应角相等：$\angle ABD=\angle ACE$，在$\triangle ABG, \triangle FGC$这两个三角形中，因为$\angle ABG=\angle FCG$，$\angle AGB=\angle FGC$，根据三角形内角和定理，$\angle BAG=\angle F$，从而$\angle BAC=\angle F$。

【例题 7】已知直线 AB 的表达式为$y=-2x+2$，与y轴相交于A点，与x轴相交于B点，若坐标轴上存在一点P，使得$\triangle PAB$是等腰三角形，求P点坐标。

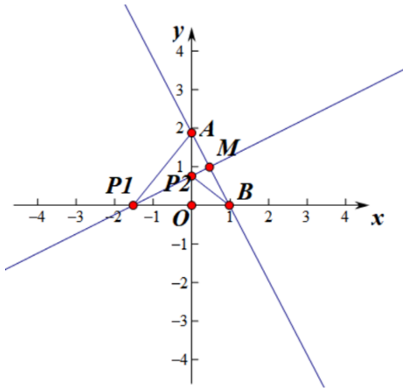


[参考解析]（1）准备工作：求出A，B坐标和线段AB的长度。

解：$\because x=0$，$y=2$，$\therefore A$（0,2），$\because y=-2x+2=0$，$x=1$，$\therefore B$（1,0）

根据勾股定理，$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

（2）若 $PA=PB$ 示意图如下, 画：

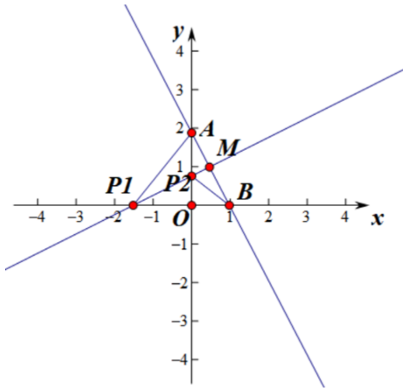


解：取 AB 中点 M，则 M 的坐标为 $(\frac{1}{2},1)$，设 PM 直线为 $y=kx+b$，

因为 $y=kx+b$ 与 $y=-2x+2$ 垂直，所以 $-2k=-1$，$k=\frac{1}{2}$，$y=\frac{1}{2}x+b$，

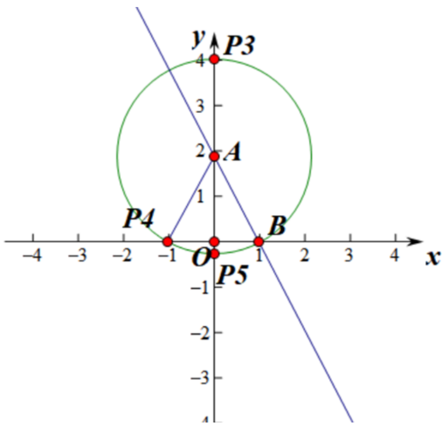
又因为 $y=\frac{1}{2}x+b$ 过 M $(\frac{1}{2},1)$，所以：$1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+b$，解得 $b=\frac{3}{4}$，所以 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$。

因为 P_1 是 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$ 与 x 轴交点，所以令 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}=0$，解得 $x=-\frac{3}{2}$，所以 $P_1(-\frac{3}{2},0)$



因为 P_2 是 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$ 与 y 轴交点，当 $x=0$，解得 $y=\frac{3}{4}$，所以 $P_2(0,\frac{3}{4})$

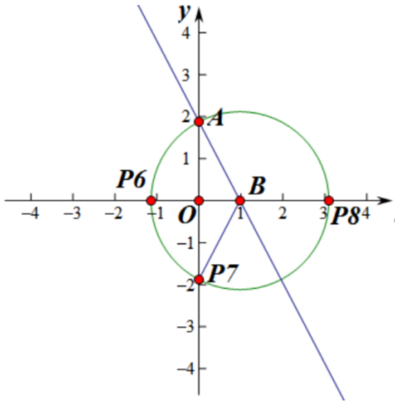
（3）若 $PA=AB$ 画示意图如下：



因为 $PA=AB=\sqrt{5}$，A（0,2），所以 $P_3(0,2+\sqrt{5})$，$P_5(0,2-\sqrt{5})$；

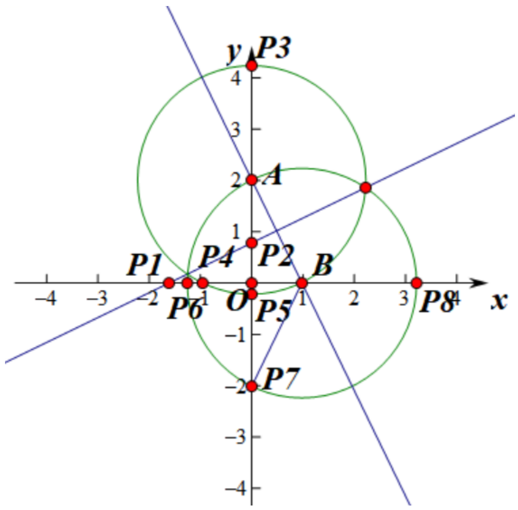
因为 $P_4A=AB$，$OA=OA$，根据勾股定理可以求得 $OP_4=OB=1$，所以 P_4(-1,0)；

（4）若 $PB=AB$ 画示意图如下：



因为 $PB=AB=\sqrt{5}$， B（1,0），所以 $P_6(1-\sqrt{5},0)$ ， $P_8(1+\sqrt{5},0)$；

因为 $P_7B=AB$，$OB=OB$，根据勾股定理可以求得 $OP_7=OA=2$，所以 $P_7(0,-2)$.

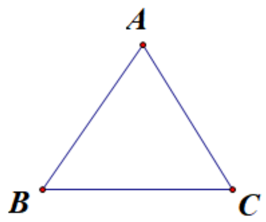


综上所述， P 点的坐标为：

$P_1(-\frac{3}{2},0)$ ， $P_2(0,\frac{3}{4})$ ， $P_3(0,2+\sqrt{5})$ ， $P_4(-1,0)$

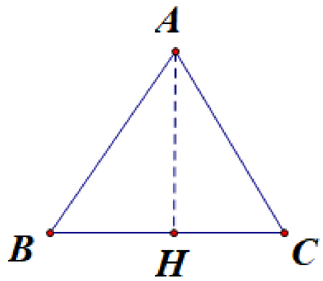
$P_5(0,2-\sqrt{5})$ ， $P_6(1-\sqrt{5},0)$ ， $P_7(0,-2)$ ， $P_8(1+\sqrt{5},0)$

第二节：等边三角形

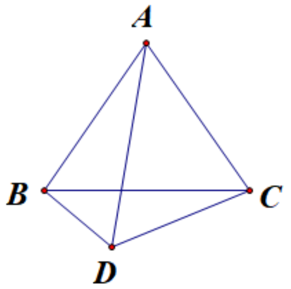
<table>
<tr><td>1. 定义：三条边相等的三角形叫做等边三角形</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>2. 判定：（1）根据定义判定
（2）有一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形
（3）三个角都相等的三角形是等边三角形</td></tr>
<tr><td>3. 性质：（1）三边相等
（2）三个角相等
（3）30° 所对的直角边等于斜边一半</td></tr>
<tr><td>4. 应用:“手拉手全等”解决坐标系中等边三角形存在性问题</td></tr>
</table>

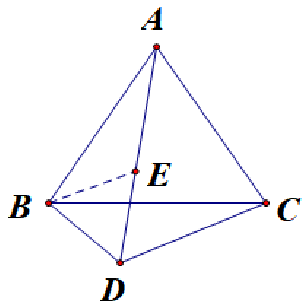
【例题 1】等边三角形的边长是 2，求该等边三角形的面积；

[参考解析]：作 $AH \perp BC$，得到 $BH = CH = \dfrac{1}{2}BC = 1$,根据勾股定理得到：$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$，所以 $S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2}BC \times AH = \dfrac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$.



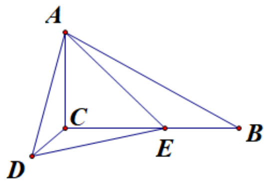
【例题 2】如图，等边三角形 ABC，$\angle ADB = 60°$，求证：$AD = BD + CD$。

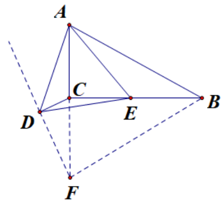




[参考解析]：取 $BD = DE$，因为 $\angle ADB = 60°$，所以 $\triangle BDE$ 是等边三角形，所以 $BD = BE$，$\angle DBE = 60°$，因为 $\angle CBD + \angle CBE = \angle ABE + \angle CBE = 60°$，所以 $\angle CBD = \angle ABE$，因为 $BD = BE$，$AB = BC$，所以 $\triangle ABE \cong \triangle CBD$，$AE = CD$，所以 $AD = DE + AE = BD + CD$.

【例题 3】如图，在直角三角形 ABC 中， $AC=2,\angle B=30^{\circ}$，点 E 在线段 BC 上运动，以 AE 为边作如图所示的等边三角形，连接 CD，求线段 CD 的最小值。

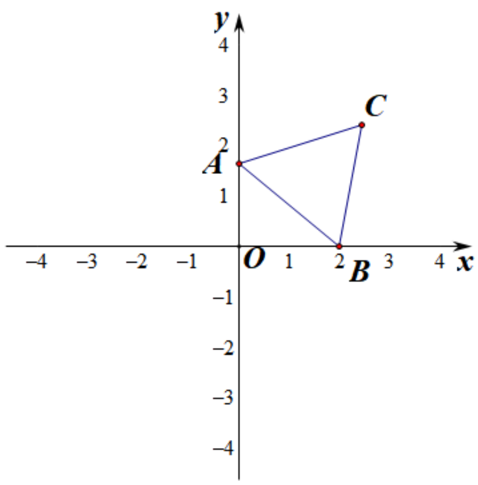


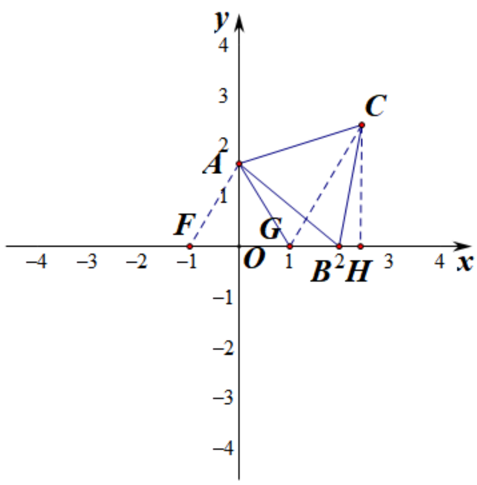


[参考解析]：根据“手拉手”模型，以 A 为公共顶点，作等边三角形 ABF，因为 $\angle B=30^{\circ},\angle BAC=60^{\circ}$，因此只需要延长 AC，使 $AF=AB$，再连接 BF 即可。这样，就可以得到 $\triangle ADF\cong\triangle AEB$， $\angle AFD=\angle B=30^{\circ}$，因为 AF 是一条固定不变的边，所以可以确定点 D 的运动轨迹，当 $CD\perp DF$ 时， CD 有最小值，此时

$CD_{最小}=\frac{1}{2}CF=\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}$。

【例题 4】如图，等边三角形 ABC 中， A（$0,\sqrt{3}$），B（$2,0$），求点 C 坐标。

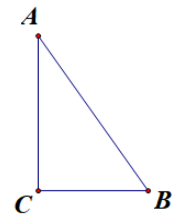




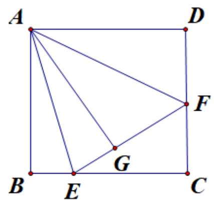
[参考解析]：作一个特殊的等边三角形 AFG,F（$-1,0$），G（$1,0$），然后再连接 CG，根据手拉手全等证明方法可以证明 $\triangle AFB\cong\triangle AGC$， 从而 $CG=BF$，以及 $\angle AFB=\angle AGC=60^{\circ}$，加上 $\angle AGF=60^{\circ}$，从而 $\angle CGB=60^{\circ}$，再过点 C 作 $CH\perp x$ 轴，则 $GH=\frac{1}{2}CG=\frac{1}{2}BF=\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}$，所以 $OH=OG+GH=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$，

$CH=\sqrt{3}GH=\frac{3}{2}\sqrt{3}$，所以点 C（$\frac{5}{2},\frac{3}{2}\sqrt{3}$）。

第三节：直角三角形

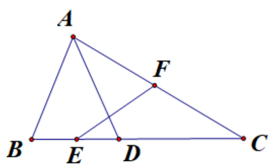
1.定义：略（具体参见勾股定理）	
2.判定：直角边和斜边对应相等的两个直角三角形全等（HL）	
3.性质：直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半	
4.应用：坐标系中直角三角形存在性问题	

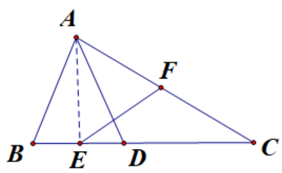
【例题 1】正方形 $ABCD$ 中，将 $\triangle ABE$ 沿 AE 翻折得到 $\triangle AGE$，延长 EG 交 CD 于 F，连接 AF，求证：$\triangle AFG \cong \triangle AFD$。



[参考解析]：因为 $\angle AGF = \angle B = \angle D = 90°$，所以 $\triangle AFG$，$\triangle AFD$ 均为直角三角形，又因为 $AG = AB = AD$，$AF = AF$，所以 $\triangle AFG \cong \triangle AFD$（$HL$）。

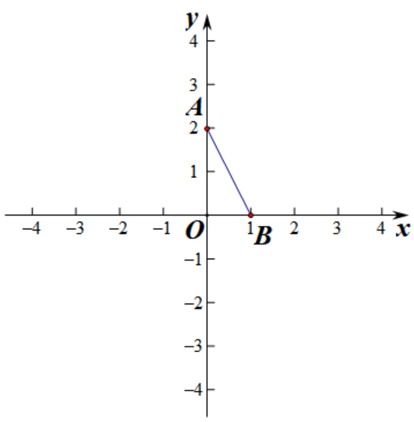
【例题 2】在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AD$，$AF = CF, BE = DE$，若 $EF = 2$，求 AC 的长。

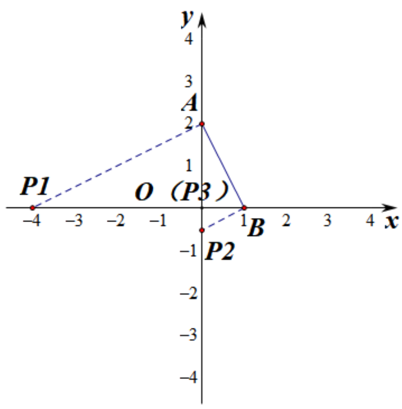




[参考解析]：连接 AE，因为 $AB = AD$，所以 $\triangle ABD$ 是等腰三角形，又因为以 $BE = DE$，所以 $AE \perp BD$，所以 $\triangle AEC$ 是直角三角形，又因为 $AF = CF$，所以 EF 是直角三角形 $\triangle AEC$ 斜边上的中线，所以 $EF = \frac{1}{2}AC = 2$，$AC = 4$。

【例题 3】已知 $A(0,2), B(1,0)$，P 是坐标轴上一点，求点 P 坐标；





[参考解析]：很明显，当 P_3 在原点时 $(0,0)$，$\triangle ABP_3$ 是直角三角形；当 $AP_1 \perp AB$ 时，

$k_{AP_1}\times k_{AB}=-1$,因为 $k_{AB}=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\dfrac{2-0}{0-1}=-2$，所以 $k_{AP_1}=-\dfrac{1}{k_{AB}}=-\dfrac{1}{-2}=\dfrac{1}{2}$，同时，

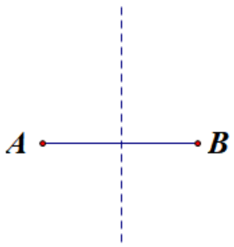
AP_1经过点 A（0,2），所以 $y_{AP_1}=\dfrac{1}{2}x+2$，令 $y_{AP_1}=\dfrac{1}{2}x+2=0$，解得 $x=-4$，所以点

$P_1(-4,0)$；同理，当 $AP_2\perp AB$ 时，$k_{AP_2}\times k_{AB}=-1$,所以 $k_{AP_2}=-\dfrac{1}{k_{AB}}=-\dfrac{1}{-2}=\dfrac{1}{2}$，同时，

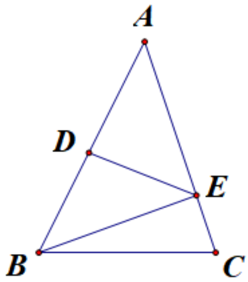
AP_2经过点 B（1,0），所以 $y_{AP_2}=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$，当 $x=0$ 时，$y_{AP_2}=-\dfrac{1}{2}$，所以点 $P_2(0,-\dfrac{1}{2})$。

综上：$P_1(-4,0)$，$P_2(0,-\dfrac{1}{2})$，$P_3(0,0)$。

第四节：线段垂直平分线

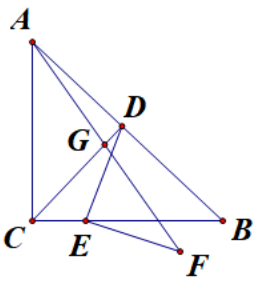
1.定义：经过已知线段的中点，且垂直这条线段的直线	
2.判定：（1）根据定义判定 （2）如果一个点到已知线段两端的距离相等，则这个点在这条线段的垂直平分线上。	
3.性质：垂直平分线上的点到线段两端距离相等	
4.应用：等腰三角形存在性问题	

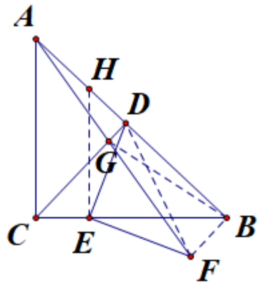
【例题 1】在$\triangle ABC$中，DE垂直平分线段AB，若$AC=5, BC=4$，求$\triangle BEC$的周长；



[参考解析]：DE垂直平分AB，所以$AE=BE$，$\triangle BEC$周长等于$BE+EC+BC=AE+EC+BC=AC+BC=5+3=8$.

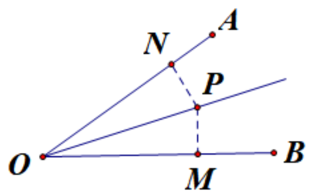
【例题 2】在等腰$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$AC=BC, CD\perp AB$，点E在线段BC上，$DE\perp EF$，$DE=EF$，连接AF，与CD相交于点G，求证：$AG=FG$；



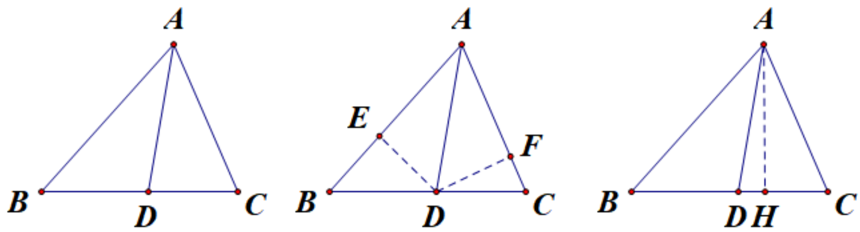


[参考解析]：连接BF，BG，过E作$EH\perp BC$，根据手拉手模型，可以证明得到$\triangle EDH\cong\triangle EFB$，所以$\angle EBF=\angle EHD=45°$，则：
$\angle ABF=\angle EBF+\angle ABC=45°+45°=90°$，因为$CD$垂直平分$AB$，所以$AG=BG$，所以$\angle GAB=\angle GBA$，又因为$\angle GAB+\angle GFB=\angle GBA+\angle GBF=90°$，所以$\angle GFB=\angle GBF$，所以$BG=FG$，结合$AG=BG$，所以$AG=FG$。

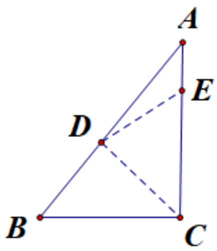
第四节：角平分线

1. 定义：略	
2. 判定：（1）根据定义判定 （2）如果一个点到角两边的距离相等，则这个点在这个角的平分线上。	
3. 性质：角平分线上的点到角两边的距离相等	
4. 应用：三角形角平分线问题	

【例题 1】（1）已知 AD 平分 $\angle BAC$，求证：$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{CD}$



（2）在直角三角形 ABC 中，$AC=3, AC=4, AB=5$，将 $\triangle BCD$ 沿 CD 翻折得到 $\triangle ECD$，若 E 刚好落在 AC 上，求 BD 的长；



[参考解析]：（1）作 $DE\perp AB, DF\perp AB, AH\perp BC$，根据角平分线的性质，$DE=DF$，于是；

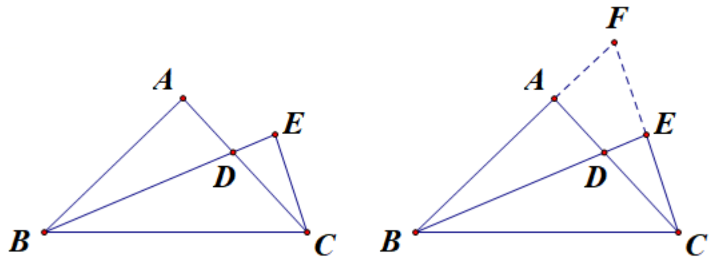
$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{\frac{1}{2}AB\times DE}{\frac{1}{2}AC\times DF}=\frac{\frac{1}{2}BD\times AH}{\frac{1}{2}CD\times AH}=\frac{AB\times DE}{AC\times DF}=\frac{BD}{CD}$$，因为 $DE=DF$，所以 $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{CD}$。

（3）根据（1）的结论，和翻折的性质，$\angle BCD=\angle ACD$，于是 $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{4}{3}$，我们设 $AD=4k$，$BD=3k$，则 $AB=BD+AD=3k+4k=7k=5$，解得：$k=\dfrac{5}{7}$，所以 $BD=3k=3\times\dfrac{5}{7}=\dfrac{15}{7}$。

【例题 2】在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，BE 平分 $\angle ABC$，$CE \perp BE$。

（1）探究线段 BD，CE 之间的数量关系；

（2）探究线段 BD，CD 之间的数量关系；



[参考解析]：（1）延长 BA,CE 相交于点 F，因为 BE 平分 $\angle ABC$，$CE \perp BE$，所以 $\angle CBE = \angle FBE$，$\angle BEC = \angle BEF = 90°$，再加上 $BE = BE$，我们可以得到 $\triangle BEF \cong \triangle BEC$，$EF = EC$，$CF = 2CE$，因为 $\angle FBE + \angle F = \angle FBE + \angle ADB = 90°$，所以 $\angle F = \angle ADB$，又因为 $\angle FAC = \angle DAB = 90°$，$AC = AB$，这样我们就可以证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAF$，此时 $BD = CF = 2CE$。

（2）因为 BE 平分 $\angle ABC$，所以 $\dfrac{AD}{CD} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$，设 $AD = k, CD = \sqrt{2}k$，所以

$AB = AC = AD + CD = k + \sqrt{2}k$，$BD^2 = AB^2 + AD^2 = (k + \sqrt{2}k)^2 + k^2 = (4 + 2\sqrt{2})k^2$，

这样，$k^2 = \dfrac{BD^2}{4 + 2\sqrt{2}}$，因为 $k = \dfrac{CD}{\sqrt{2}}$，代入得：$(\dfrac{CD}{\sqrt{2}})^2 = \dfrac{BD^2}{4 + 2\sqrt{2}}$，化简处理后得：

$CD^2 = \dfrac{BD^2}{2 + \sqrt{2}}$，或写成$(2 + \sqrt{2})$ $CD^2 = BD^2$

第二章 一元一次不等式和一元一次不等式组

不等式性质 1	不等式两边加(或减)同一个数(或式子)，不等号的方向不变；
不等式性质 2	不等式两边都乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变；
不等式性质 3	不等式两边乘(或除以)同一个负数，不等号的方向改变；

【例题 1】若 $a>b$，下列不等式不一定成立的是（　　）

A. $a+c>b+c$　　B. $-2a<-2b$　　C.（m^2+1）$a>$（m^2+1）b　　D. $a^2>b^2$

[**参考解析**]：根据不等式性质 1，不等式两边同时加上同一个数或式，不等号不改变方向，A 正确；
根据不等式性质 3，不等式两边同时乘以或除以一个负数，不等号改变方向，B 正确；
根据不等式性质 2，不等式两边同时乘以或除以一个正数，不等号不改变方向，C 正确；
不等式性质中，没有平方后不改变方向这一条，因此 D 错误。实际情况也是如此，比如 $0>-1$，但 $0^2<(-1)^2$。

【例题 2】在函数 $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$ 中，自变量 x 取值范围是（　　）

A. $x\geq 0$　　B. $x\neq 1$　　C. $x\geq 0$且$x\neq 1$　　D. $x\geq 0$或$x\neq 1$

[**参考解析**]：根据二次根式性质，被开方数为非负数，因此 $x\geq 0$，同时分母不能为 0，因此 $x-1\neq 0$，从而 $x\neq 1$，以上两个条件必须同时满足，要用“且”。“或”表示满足其中一个即可，但本题中必须同时满足，因此要用且，从而本题选 C。

【例题 3】若不等式 $x-2m>-3$ 的解是 $x>1$，求 m 的值；
[**参考解析**]：先解出不等式，$x>2m-3$，再与 $x>1$ 比对，由于它们都是原不等式的解，从而不等式解的右边应该完全相同，所以 $2m-3=1$，因此 $m=2$。

【例题 4】若不等式 $mx-3>2x+m$ 的解是 $x<\dfrac{m+3}{m-2}$，求 m 的取值范围；

[**参考解析**]：先处理不等式，$(m-2)x>m+3$，再与 $x<\dfrac{m+3}{m-2}$ 比对，发现不等式两边同时除了 $(m-2)$，且不等号方向发生了改变，根据不等式的性质，$(m-2)<0$，因此可以得出 $m<2$。

【例题 5】对于不等式组 $\begin{cases}2x\geq -4\\2x<x+m\end{cases}$，回答下列问题：

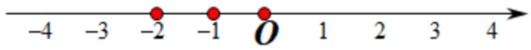
（1）若不等式组有解，求 m 的取值范围；
（2）若不等式组无解，求 m 的取值范围；
（3）若不等式组恰有 3 个整数解，求 m 的取值范围；
[**参考解析**]：（1）先解不等式组得到：$-2\leq x<m$，若有解，-2 在数轴上的位置应该在 m

的左边才对，因此可以初步判断出 $-2<m$，接下来要判断 -2 能否等于 m，此时，我们令 $-2=m$，并代入 $-2\le x<m$ 中，得到 $-2\le x<2$，发现此时无解，因此 -2 不能等于 m，因此我们可以确定答案：$-2<m$，即 $m>-2$；

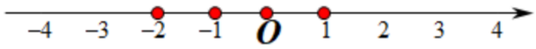
（2）当 -2 在数轴上的位置在 m 的右边时，不等式就无解，初步判断出 $-2>m$，接下来要判断 -2 能否等于 m，此时，我们令 $-2=m$，并代入 $-2\le x<m$ 中，得到 $-2\le x<2$，发现此时无解，满足题目条件，因此 m 可以等于 -2，因此我们可以确定答案：$-2\ge m$，即：$m\le -2$；

（3）对于 $-2\le x<m$，

第一步，在数轴上从数字端向子母端，写出 3 个满足条件的值：



第二步，再多写一个数字：

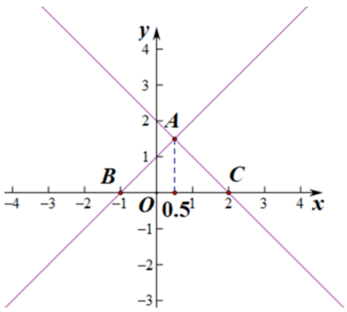


第三步，m 必在 0，1 之间，初步判断 $0<m<1$，接下来要看 m 能否等于 0，或能否等于 1，但只能等于其中一个数字，不能两个都等于，因此我们假设 m 能等于 0，此时，我们令 $m=0$，并代入 $-2\le x<m$ 中，得到 $-2\le x<0$，对于 $-2\le x<0$，发现其只有 2 个整数解，因此 m 不能等于 0，那就必然等于 1，$-2\le x<1$ 中确实有 3 个整数解。因此，我们可以得出答案：$0<m\le 1$。

【例题 6】不等式组 $\begin{cases}2x+y=2m-1\\x+2y=m+4\end{cases}$ 的解满足 $x-y<3$，求 m 的取值范围；

[参考解析]：做题时不能一开始就去解二元一次组，而是要先观察方程组和 $x-y<3$ 是否有何种关联，如果没有任何关联才需要去解方程组。本题中方程组左边相减刚好是 $x-y$，因此 $x-y=m-5<3$，所以 $m<8$。

【例题 7】图像法解不等式组：$0\le -x+2<x+1$：



[参考解析]：先画出 $y_1=0,y_2=-x+2,y_3=x+1$ 的图像，其中 $y_1=0$ 表示 x 轴。我们以不等式组 $0\le -x+2<x+1$ 中间这个函数图像为参考对象，先解出 $y_2=-x+2,y_1=0$

交点横坐标，本题中为 2，再解出 $y_2=-x+2, y_3=x+1$ 的交点横坐标，本题中为 $\frac{1}{2}$；

$0\le -x+2$ 表示 $y_2=-x+2$ 的图像在 $y_1=0$ 图像的上方（$\ge$ 或 $>$ 表示在上方），$-x+2<x+1$ 表示 $y_2=-x+2$ 的图像在 $y_3=x+1$ 的下方（$\le$ 或 $<$ 表示在下方），同时满足这两个条件的 $y_2=-x+2$ 的图形是 AC 这一部分（注意这里的 AC 不是线段，因此 A 的点不包含在内），然后再看 AC 所对应的横坐标的值，发现：这些横坐标在 $\frac{1}{2}$（不包含在内）到 2（包含在内）之间，因此，本题答案是 $\frac{1}{2}<x\le 2$。

【例题 8】（1）若 $a\ge 0, b\ge 0$，求证：$a+b\ge 2\sqrt{ab}$；

（2）若 $t<0$，求 $-t-\frac{16}{t}$ 的取值范围（本小问改编自成都中考二次函数）

[参考解析]：（1）证明：因为 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a+b-2\sqrt{ab}\ge 0$，所以 $a+b\ge 2\sqrt{ab}$，$a=b$ 时，取等号；因为 $\sqrt{a},\sqrt{b}$ 均要求被开方数为非负数，因此 $a\ge 0, b\ge 0$。

（2）因为 $t<0$，所以 $-t>0,-\frac{16}{t}>0$，所以 $-t-\frac{16}{t}=(-t)+(-\frac{16}{t})\ge 2\sqrt{16}=8$。

【例题 9】某运输公司承担了某标段的土方运输任务，公司已派出大小两种型号的渣土运输车运输土方．已知一辆大型渣土运输车和一辆小型渣土运输车每次共运 15 吨；3 辆大型渣土运输车和 8 辆小型渣土运输车每次共运 70 吨．

（1）一辆大型渣土运输车和一辆小型渣土运输车每次各运土方多少吨？

（2）该渣土运输公司决定派出大小两种型号渣土运输车共 20 辆参与运输土方，若每次运输土方总量不小于 148 吨，且小型渣土运输车至少派出 7 辆，问该渣土运输公司有几种派出方案？

（3）在（2）的条件下，已知一辆大型渣土运输车运输花费 500 元/次，一辆小型渣土运输车运输花费 300 元/次，为了节约每次开支，该公司应选择哪种方案划算？

[参考解析]：第（1）问是二元一次方程组问题，我们利用八年级知识即可求解：

设大型车每次运输 x 吨，小型车每次运输 y 吨，由题意可得：

$\begin{cases}x+y=15\\3x+8y=70\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=10\\y=5\end{cases}$，所以，大型车每次运 10 吨，小型车每次运 5 吨。

第（2）问是利用一元一次不等式组解题，因此，我们设置未知数时只能引入一个未知数。所以，我们设派出大型运输车 m 辆，小型车为 $(20-m)$ 辆，由题意知道：