山东省日照市2024届高三下学期一模数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知集合$A=\left\{x \mid 2x^{2}-x-1 \leq 0\right\}$，$B=\{x \mid x>0\}$，则$A \cap B=$（　　）

A．$\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$　　B．$\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　C．$[0,1]$　　D．$(0,1]$

2．已知数列$\left\{a_{n}\right\}$是公比为2的等比数列，且$a_{1}+a_{2}=3$，则$a_{5}+a_{6}$等于（　　）

A．24　　B．48　　C．72　　D．96

3．已知样本空间$\Omega=\{a, b, c, d\}$含有等可能的样本点，且$A=\{a, b\}$，$B=\{b, c\}$，则$P(A\bar{B})=$（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．1

4．已知l，m是两条不同的直线，α为平面，$m \subset \alpha$，下列说法中正确的是（　　）

A．若l与α不平行，则l与m一定是异面直线

B．若$l // \alpha$，则l与m可能垂直

C．若$l \cap \alpha=A$，且$A \notin m$，则l与m可能平行

D．若$l \cap \alpha=A$，且l与α不垂直，则l与m一定不垂直

5．今年贺岁片，《第二十条》、《热辣滚烫》、《飞驰人生2》引爆了电影市场，小明和他的同学一行四人决定去看这三部电影，则恰有两人看同一部影片的选择共有（　　）

A．9种　　B．36种　　C．38种　　D．45种

6．“$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$”是“$\alpha^{3}<\sin \alpha$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不死分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．已知函数$f(x)=2^{\sin x}-2^{\cos x}$，则（　　）

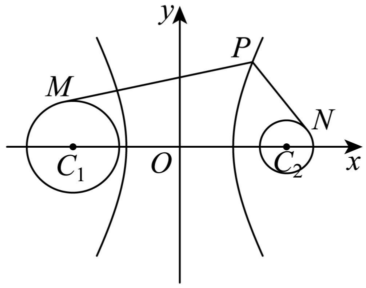
A．$f\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=f\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

B．$f(x)$不是周期函数

C．$f(x)$在区间$\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$上存在极值

D．$f(x)$在区间$(0, \pi)$内有且只有一个零点

8．过双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$的右支上一点$P$，分别向$\odot C_1:(x+4)^2+y^2=3$和$\odot C_2:(x-4)^2+y^2=1$作切线，切点分别为$M$，$N$，则$\left(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}\right)\cdot\overrightarrow{NM}$的最小值为（　）



A．28　　B．29　　C．30　　D．32

二、多选题

9．下列命题正确的是（　）

A．复数$z=-2-\mathrm{i}$的虚部为-1

B．设z为复数，$(1-\mathrm{i})z=1+\mathrm{i}$，则$|\bar{z}|=2$

C．若复数$z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$为纯虚数，则$a=0$，$b\neq0$

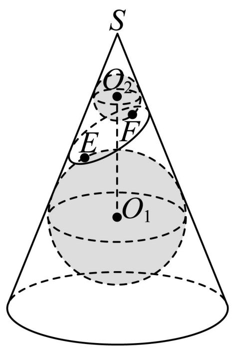
D．复数$2-\mathrm{i}$在复平面内对应的点在第二象限

10．从标有1，2，3，…，8的8张卡片中有放回地抽取两次，每次抽取一张，依次得到数字a，b，记点$A(a,b)$，$B(1,-1)$，$O(0,0)$，则（　）

A．$\angle AOB$是锐角的概率为$\frac{7}{16}$　　B．$\angle ABO$是直角的概率为$\frac{1}{32}$

C．$\triangle AOB$是锐角三角形的概率为$\frac{7}{64}$　　D．$\triangle AOB$的面积不大于5的概率为$\frac{43}{64}$

11．如图是数学家Germinal Dandelin用来证明一个平面截圆锥侧面得到的截口曲线是椭圆的模型（称为“Dandelin双球”）．在圆锥内放两个大小不同的小球，使得它们分别与圆锥的侧面、截面相切，截面分别与球O_1，球O_2切于点E，F（E，F是截口椭圆C的焦点）．设图中球O_1，球O_2的半径分别为4和1，球心距$|O_1O_2|=\sqrt{34}$，则（　）



A．椭圆C的中心不在直线O_1O_2上

B．$|EF|=4$

C．直线O_1O_2与椭圆C所在平面所成的角的正弦值为$\frac{5\sqrt{34}}{34}$

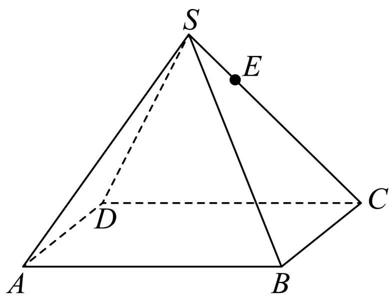
D．椭圆C的离心率为$\frac{3}{5}$

三、填空题

12．有一组按从小到大顺序排列的数据：3，5，7，8，9，10，则这组数据的40%分位数为______.

13．设$f\left(x\right)=x^2+ax+b\left(a,b\in\mathbf{R}\right)$满足：对任意$x_1\in\mathbf{R}$，均存在$x_2\in\mathbf{R}$，使得$f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)-2x_2$，则实数$a$的取值范围是______.

14．已知正四棱锥$S-ABCD$的所有棱长都为2；点E在侧棱SC上，过点E且垂直于SC的平面截该棱锥，得到截面多边形H，则H的边数至多为______，H的面积的最大值为______.



四、解答题

15．在锐角$\triangle ABC$中，角A，B，C．所对的边分别为a，b，c．已知$\sqrt{2}a-2b\sin A=0$且$a=5$，$c=4\sqrt{2}$

(1)求角B及边b的大小；

(2)求$\sin\left(2C+B\right)$的值．

16．已知各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且a_n，S_n，a_n^2成等差．

(1)求a_1及$\{a_n\}$的通项公式；

(2)记集合$\left\{a_n \middle| \ a_n+\frac{4}{a_n}\le 2k,k\in\mathbf{N}_+\right\}$的元素个数为$b_k$，求数列$b_k$的前50项和．

17．随着科技的不断发展，人工智能技术的应用领域也将会更加广泛，它将会成为改变人类社会发展的重要力量．某科技公司发明了一套人机交互软件，它会从数据库中检索

最贴切的结果进行应答．在对该交互软件进行测试时，如果输入的问题没有语法错误，则软件正确应答的概率为80%；若出现语法错误，则软件正确应答的概率为30%．假设每次输入的问题出现语法错误的概率为10%．

(1)求一个问题能被软件正确应答的概率；

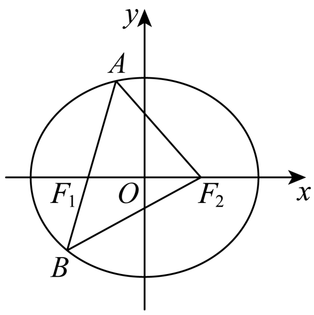
(2)在某次测试中，输入了$n(n\geq 6)$个问题，每个问题能否被软件正确应答相互独立，记软件正确应答的个数为X，$X=k(k=0,1,\cdots,n)$的概率记为$P\left(X=k\right)$，则n为何值时，$P\left(X=6\right)$的值最大？

18．已知函数$f\left(x\right)=3\ln x+ax^2-4x\left(a>0\right)$．

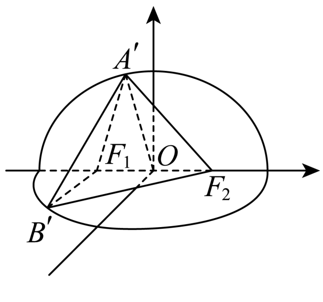
(1)讨论函数$f\left(x\right)$的单调性；

(2)当$a=\frac{1}{2}$时，若方程$f\left(x\right)=b$有三个不相等的实数根x_1,x_2,x_3，且$x_1<x_2<x_3$，证明：$x_3-x_1<4$．

19．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，离心率为$\frac{1}{2}$经过点$F_1$且倾斜角为$\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$的直线$l$与椭圆交于$A,B$两点（其中点$A$在$x$轴上方），且$\triangle ABF_2$的周长为8．将平面$xOy$沿$x$轴向上折叠，使二面角$A-F_1F_2-B$为直二面角，如图所示，折叠后$A$，$B$在新图形中对应点记为$A'$，$B'$．



折叠前



折叠后

(1)当$\theta=\frac{\pi}{3}$时，

①求证：$A'O\perp B'F_2$；

②求平面$A'F_1F_2$和平面$A'B'F_2$所成角的余弦值；

(2)是否存在$\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$，使得折叠后$\triangle A'B'F_2$的周长为$\frac{15}{2}$？若存在，求$\tan\theta$的值；若不存在，请说明理由．

参考答案：

1．D

【分析】根据题意求集合 A，再根据交集运算求解.

【详解】由题意可得：$A=\left\{x\mid 2x^2-x-1\le 0\right\}=\left\{x\mid -\frac{1}{2}\le x\le 1\right\}$，

所以 $A\cap B=\left(0,1\right]$.

故选：D.

2．B

【分析】由等比数列通项公式的性质得出结果.

【详解】因为数列 $\left\{a_n\right\}$ 是公比为 2 的等比数列，且 $a_1+a_2=3$，

所以 $a_5+a_6=\left(a_1+a_2\right)q^4=3´\ 2^4=48$，

故选：B.

3．A

【分析】根据题意分别求得 $P\left(A\right)$，$P(B)$，$P\left(AB\right)$，结合独立事件的定义，可判定事件 A 与 B 相互独立，再结合对立事件的概念关系可运算得解.

【详解】由题意，$P\left(A\right)=\frac{1}{2}$，$P\left(B\right)=\frac{1}{2}$，$P\left(AB\right)=\frac{1}{4}$，

$\therefore P\left(AB\right)=P\left(A\right)P\left(B\right)$，

所以事件 A 与 B 相互独立，则 A 与 $\overline{B}$ 也相互独立，

$\therefore P\left(A\overline{B}\right)=P\left(A\right)P\left(\overline{B}\right)=P\left(A\right)\left(1-P\left(B\right)\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

故选：A.

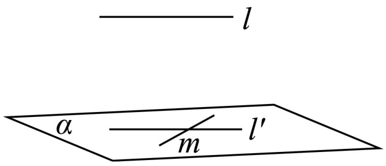
4．B

【分析】根据空间中线、面位置关系分析逐项分析判断.

【详解】对于选项 A：若 l 与 α 不平行，则 l 与 α 的位置关系有：相交或直线在平面内，且 $m\subset\alpha$，则 l 与 m 的位置关系有：平行、相交或异面，故 A 错误；

对于选项 B：若 $l/\!/\alpha$，则 l 与 m 可能垂直，

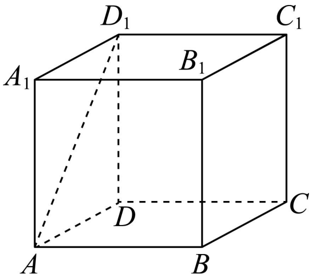
如图所示：$l/\!/l', l'\subset\alpha, l'\perp m$，可知：$l\perp m$，故 B 正确；



对于选项 C：若 $l \cap \alpha = A$，且 $A \notin m$，$m \subset \alpha$，则 l 与 m 异面，故 C 错误；

对于选项 D：若 $l \cap \alpha = A$，且 l 与 α 不垂直，则 l 与 m 可能垂直，

如图，取 α 为平面 $ABCD$，$l = AD_1, m = AB$，



符合题意，但 $l \perp m$，故 D 错误；

故选：B.

5．B

【分析】先安排 2 人看同一部影片，再安排剩余 2 人，利用排列组合知识进行求解.

【详解】从 4 人中选择 2 人看同一部影片，再从 3 部影片中选择一部安排给这两人观看，

剩余的 2 人，2 部影片进行全排列，

故共有 $C_4^2 C_3^1 A_2^2 = 6 \times 3 \times 2 = 36$ 种情况.

故选：B

6．D

【分析】根据幂函数以及正弦函数的性质，结合充分、必要条件分析判断.

【详解】若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$，例如 $\alpha = 1$，则 $\alpha^3 = 1, \sin\alpha < \sin\frac{\pi}{2} = 1$，

可知 $\alpha^3 > \sin\alpha$，即充分性不成立；

若 $\alpha^3 < \sin\alpha$，例如 $\alpha = -2$，则 $\alpha^3 = -8 < -1 \le \sin\alpha$，满足题意，

但 $-2 \notin \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$，即必要性不成立；

综上所述：“$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$”是“$\alpha^3 < \sin\alpha$”的既不充分也不必要条件.

故选：D.

7．D

【分析】对于A，由诱导公式即可判断；对于B，由三角函数周期可得$f\left(2\pi+x\right)=f\left(x\right)$，由此即可判断；对于C，由复合函数单调性即可判断；对于D，令$f\left(x\right)=2^{\sin x}-2^{\cos x}=0,x\in\left(0,\pi\right)$，解方程即可得解.

【详解】对于A，

$\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=\sin\left[\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\right]=\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right),\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\right]=\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$，

所以$f\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=2^{\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}-2^{\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}=-\left(2^{\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}-2^{\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}\right)=-f\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$，故A错误；

对于B，$f\left(2\pi+x\right)=2^{\sin\left(2\pi+x\right)}-2^{\cos\left(2\pi+x\right)}=2^{\sin x}-2^{\cos x}=f\left(x\right)$，所以$f\left(x\right)$是以$2\pi$为周期的函数，故B错误；

对于C，由复合函数单调性可知$y=2^{\sin x},y=2^{\cos x}$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上分别单调递增、单调递减，所以$f\left(x\right)$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增，所以不存在极值，故C错误；

对于D，令$f\left(x\right)=2^{\sin x}-2^{\cos x}=0,x\in\left(0,\pi\right)$，得$2^{\sin x}=2^{\cos x}$，所以$\sin x=\cos x$，即该方程有唯一解（函数$f\left(x\right)$在$\left(0,\pi\right)$内有唯一零点）$x=\frac{\pi}{4}$，故D正确.

故选：D.

8．C

【分析】求得两圆的圆心和半径，设双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$的左右焦点为$F_1\left(-4,0\right)$，$F_2\left(4,0\right)$，连接$PF_1$，$PF_2$，$F_1M$，$F_2N$，运用勾股定理和双曲线的定义，结合三点共线时，距离之和取得最小值，计算即可得到所求值.

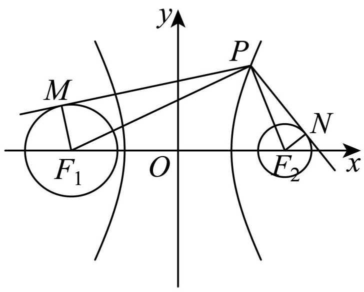
【详解】由双曲线方程$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$可知：$a=2,b=2\sqrt{3},c=\sqrt{a^2+b^2}=4$，

可知双曲线方程的左、右焦点分别为$F_1\left(-4,0\right)$，$F_2\left(4,0\right)$，

圆$C_1:\left(x+4\right)^2+y^2=3$的圆心为$C_1\left(-4,0\right)$（即$F_1$），半径为$r_1=\sqrt{3}$；

圆$C_2:\left(x-4\right)^2+y^2=1$的圆心为$C_2\left(4,0\right)$（即$F_2$），半径为$r_2=1$.

连接PF_1，PF_2，F_1M，F_2N，则$MF_1\perp PM,NF_2\perp PN$，



可得

$$\left(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}\right)\cdot\overrightarrow{NM}=\left(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}\right)\cdot\left(\overrightarrow{PM}-\overrightarrow{PN}\right)=\left|\overrightarrow{PM}\right|^2-\left|\overrightarrow{PN}\right|^2=\left(\left|PF_1\right|^2-r_1^2\right)-\left(\left|PF_2\right|^2-r_2^2\right)$$

$$=\left(\left|PF_1\right|^2-3\right)-\left(\left|PF_2\right|^2-1\right)=\left|PF_1\right|^2-\left|PF_2\right|^2-2=\left(\left|PF_1\right|-\left|PF_2\right|\right)\cdot\left(\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|\right)-2$$

$$=2a\left(\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|\right)-2\geq 2a\cdot 2c-2=2\times 2\times 2\times 4-2=30,$$

当且仅当 P 为双曲线的右顶点时，取得等号，即 $\left(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}\right)\cdot\overrightarrow{NM}$ 的最小值为30.

故选：C.

【点睛】关键点点睛：根据数量积的运算律可得 $\left(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}\right)\cdot\overrightarrow{NM}=\left|\overrightarrow{PM}\right|^2-\left|\overrightarrow{PN}\right|^2$，结合双曲线的定义整理得 $\left(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}\right)\cdot\overrightarrow{NM}=2a\left(\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|\right)-2$，结合几何性质分析求解.

9．AC

【分析】对于ACD：根据复数的相关概念和几何意义分析判断；对于B：根据复数的除法运算可得 $z=\mathrm{i}$，进而结合共轭复数的概念和复数的模长运算求解.

【详解】对于选项A：复数 $z=-2-\mathrm{i}$ 的虚部为 -1，故A正确；

对于选项B：因为 $(1-\mathrm{i})z=1+\mathrm{i}$，则 $z=\dfrac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{(1+\mathrm{i})^2}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=\mathrm{i}$，

所以 $|\bar{z}|=|-\mathrm{i}|=1$，故B错误；

对于选项C：若复数 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$ 为纯虚数，则 $a=0$，$b\neq 0$，故C正确；

对于选项D：复数 $2-\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点为 $(2,-1)$，在第四象限，故D错误；

故选：AC.

10．ACD

【分析】A选项，先得到 $8\times 8=64$ 种情况，数形结合得到要想 $\angle AOB$ 为锐角，则点A应在直线 $l:y=x$ 下方，共有28个点满足要求，得到 $\angle AOB$ 是锐角的概率；B选项，求出直线 $y=x-2$，要想 $\angle ABO$ 为直角，则点A在 $y=x-2$ 上，列举出满足要求的点的个数，B正确；

C 选项，要想 $\triangle AOB$ 为锐角三角形，则点 A 落在直线 $l: y=x$ 与直线 $m: y=x-2$ 之间，列举出满足要求的点，得到概率；D 选项，要想 $\triangle AOB$ 的面积不大于 5，则点 A 在 $x+y-10=0$ 上，或 $x+y-10=0$ 的下方，即 $x+y-10\le 0$，列举出满足要求的点，得到答案.

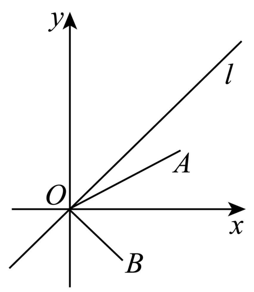
【详解】A 选项，标有 1，2，3，…，8 的 8 张卡片中有放回地抽取两次，每次抽取一张，共有 $8\times 8=64$ 种情况，

设 l 与直线 OB 垂直，因为 $k_{OB}=-1$，则直线 $l: y=x$，

其中 64 个点中，有 8 个落在直线 $l: y=x$ 上，剩余 56 个点中，一半在 $l: y=x$ 上方，一半在 $l: y=x$ 下方，

要想 $\angle AOB$ 为锐角，则点 A 应在直线 $l: y=x$ 下方，

其中满足要求的有 28 个点，



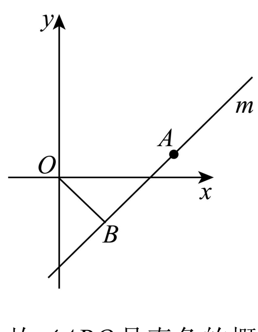
故 $\angle AOB$ 是锐角的概率为 $\frac{28}{64}=\frac{7}{16}$，A 正确；

B 选项，过点 B 作直线 $m\perp OB$，

则 A 点落在直线 m 上，满足 $\angle ABO$ 为直角，

其中 $k_{OB}=-1$，故直线 m 的斜率为 1，直线 m 的方程为 $y+1=x-1$，即 $y=x-2$，

落在 $y=x-2$ 上的点的坐标有 $(3,1),(4,2),(5,3),(6,4),(7,5),(8,6)$，共 6 个，

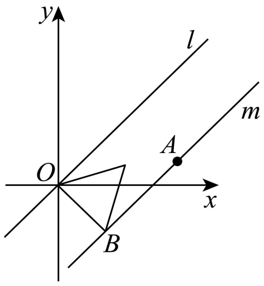


故 $\angle ABO$ 是直角的概率为 $\frac{6}{64}=\frac{3}{32}$，B 错误；

C 选项，要想 $\triangle AOB$ 为锐角三角形，则点 A 落在直线 $l: y=x$ 与直线 $m: y=x-2$ 之间，

根据点的坐标特征，应落在 $y=x-1$ 上，

满足要求的点有$(2,1),(3,2),(4,3),(5,4),(6,5),(7,6),(8,7)$，共 7 个，



故$\triangle AOB$是锐角三角形的概率为$\dfrac{7}{64}$，C 正确；

D 选项，直线OB的方程为$x+y=0$，$|OB|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$，

设直线$n: x+y+C=0$，

设直线n与直线OB的距离为d，

则$d=\dfrac{|C|}{\sqrt{1+1}}=\dfrac{|C|}{\sqrt{2}}$，

令$\dfrac{1}{2}|OB|\cdot d=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\cdot\dfrac{|C|}{\sqrt{2}}\le 5$，解得$-10\le C\le 10$，

故要想$\triangle AOB$的面积不大于 5，则点 A 在$x+y-10=0$上，或$x+y-10=0$的下方，

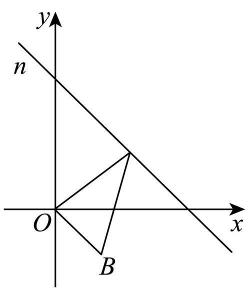
即$x+y-10\le 0$，

满足要求的点有$(1,1),(1,2),\cdots,(1,8),(2,1),(2,2),\cdots,(2,8),(3,1),(3,2),\cdots,(3,7)$，

$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5)$，

$(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(7,1),(7,2),(7,3),(8,1),(8,2)$，

共$8+8+7+6+5+4+3+2=43$个，



$\triangle AOB$的面积不大于 5 的概率为$\dfrac{43}{64}$，D 正确.

故选：ACD

11．ACD

【分析】根据给定的几何体，作出轴截面，结合圆的切线性质及勾股定理求出椭圆长轴和焦