相似三角形单元测试卷

一．选择题（共10小题）

1．若$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，则$\frac{x+y}{x-y}$等于（　　）

A．－5　　B．5　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

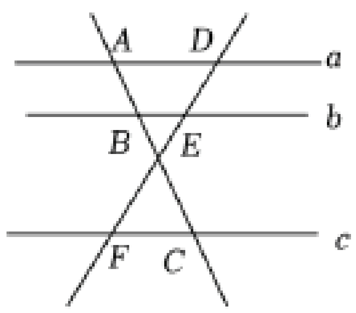
2．下列四条线段成比例的是（　　）

A．4，2，1，3　　B．1，2，2，4　　C．3，4，5，6　　D．1，2，3，5

3．点D，E是△ABC边AB，AC边上的两个点，请你再添加一个条件，使得△ABC∽△AED，则下列选项不成立的是（　　）

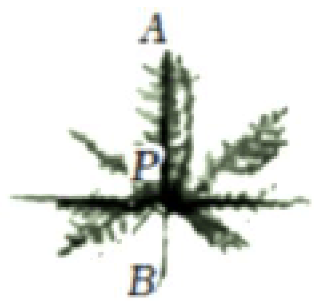
A．$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$　　B．$\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{DE}$　　C．∠C＝∠ADE　　D．∠B＝∠AED

4．如图，已知直线a∥b∥c，若AB＝2，BC＝3，EF＝2.5，则DE＝（　　）



A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{5}{3}$　　C．$\frac{4}{15}$　　D．$\frac{15}{4}$

5．大自然是美的设计师，即使是一片小小的树叶，也蕴含着“黄金分割”．如图，P为AB的黄金分割点（AP＞PB），如果AB的长度为8cm，那么AP的长度是（　　）

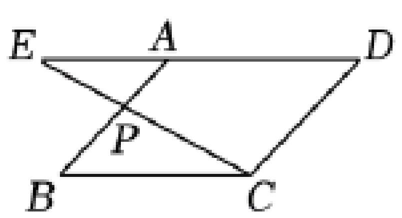


A．（$4\sqrt{5}-4$）cm　　B．（$4-2\sqrt{5}$）cm　　C．（$4\sqrt{5}+4$）cm　　D．（$4-4\sqrt{5}$）cm

6．已知两个相似三角形的相似比为4：9，那么它们的面积比为（　　）

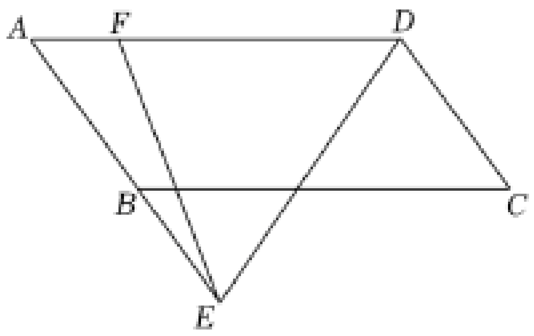
A．2：3　　B．8：18　　C．4：9　　D．16：81

7．如图，E是□ABCD的边DA的延长线上的一点，连接CE，交边AB于点P．若$\frac{AP}{CD}=\frac{2}{5}$，则△AEP与△BCP的周长之比为（　　）



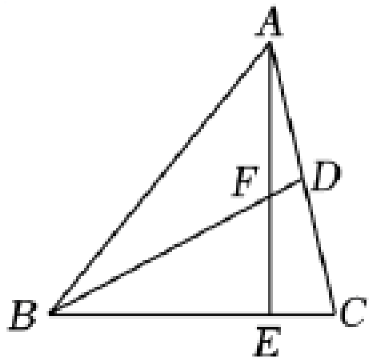
A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{4}{9}$　　C．$\frac{3}{7}$　　D．$\frac{2}{5}$

8．如图，在□ABCD中，E为AB延长线上一点，F为AD上一点，∠DEF＝∠C．若DE＝4，AF＝$\frac{7}{3}$，则BC的长是（　　）



A．$\frac{16}{3}$　　B．$\frac{9}{2}$　　C．6　　D．$\frac{21}{4}$

9．如图，在△ABC中，点E在BC上，且BE＝3EC．D是AC的中点，AE、BD交于点F，则AF：EF的值为（　　）



A．3：2　　B．4：3　　C．5：3　　D．5：4

10．如图，矩形ABCD中，点E在BC边上，且AE＝AD，作DF⊥AE于点F，连接DE，BF，BF的延长线交DE于点O，交CD于点G．以下结论：

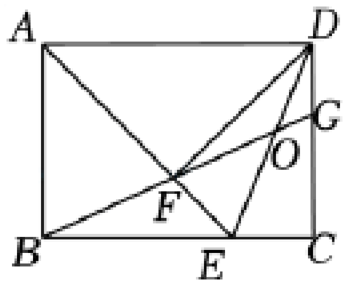
①AF＝BE；

②DE为∠FDC的角平分线；

③若AD＝$\sqrt{2}$AB，则OF：BF＝CE：CG；

④若AE平分∠BAD，DE＝2，则矩形ABCD的面积为2+$2\sqrt{2}$．

则正确结论的个数是（　　）

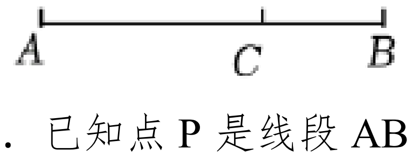


A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．①②③④

二．填空题（共6小题）

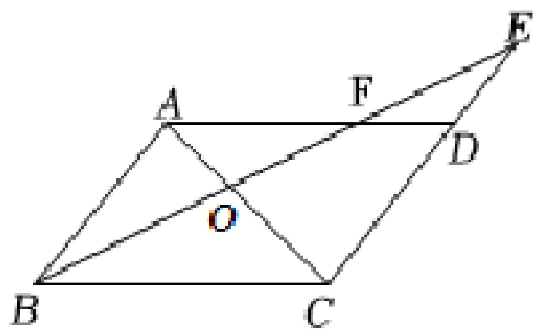
11．在1：200000的地图上，两地在地图上的距离是3.5厘米，那么这两地的实际距离为　　千米．

12．如图，若AC是BC与AB的比例中项，AB＝4，求AC＝___________．

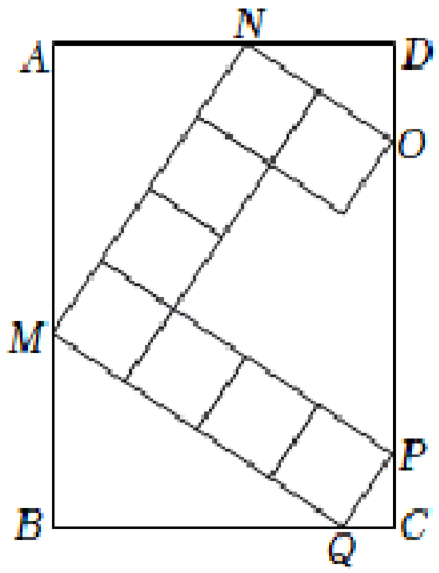


13．已知点P是线段AB的黄金分割点（AP＞BP），如果AP=$\sqrt{5}$-1，那么AB=______．

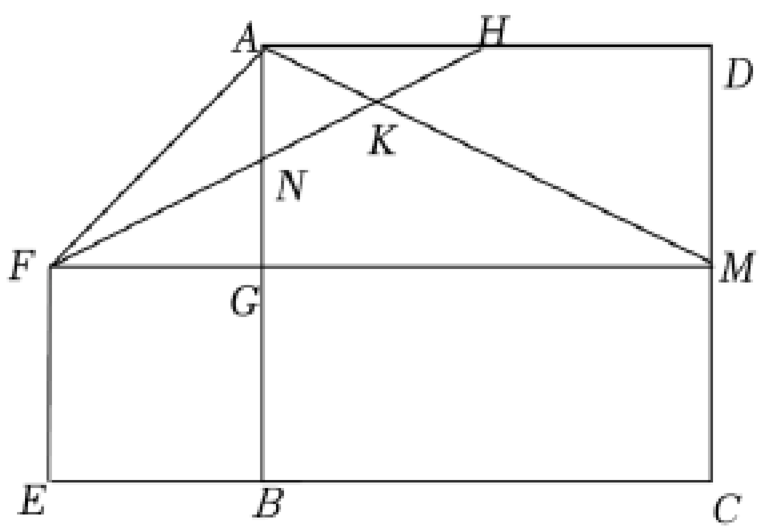
14．如图，点 F 在平行四边形 ABCD 的边上，延长 BF 交 CD 的延长线于点 E，交 AC 于点 O，若$\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle COE}}=\frac{4}{9}$，则$\frac{AF}{DF}=$______．



15．如图，一个由 8 个正方形组成"C"型模板恰好完全放入一个矩形框内，模板四周的直角顶点 M，N，O，P，Q 都在矩形 ABCD 的边上，若 8 个小正方形的面积均是 1，则边 AB 的长为 ＿＿＿＿＿．



16．如图，正方形 ABCD 的边长为 4，延长 CB 至 E 使 EB＝2，以 EB 为边在上方作正方形 EFGB，延长 FG 交 DC 于 M，连接 AMAF，H 为 AD 的中点，连接 FH 分别与 AB、AM 交于点 N、K．则下列结论：①△ANH≌△GNF；②FK＝3NK；③∠AFN＝∠HFG；④$S_{\triangle AFN}$：$S_{\triangle ADM}$＝1：4．其中正确的结论有 ＿＿＿＿＿．



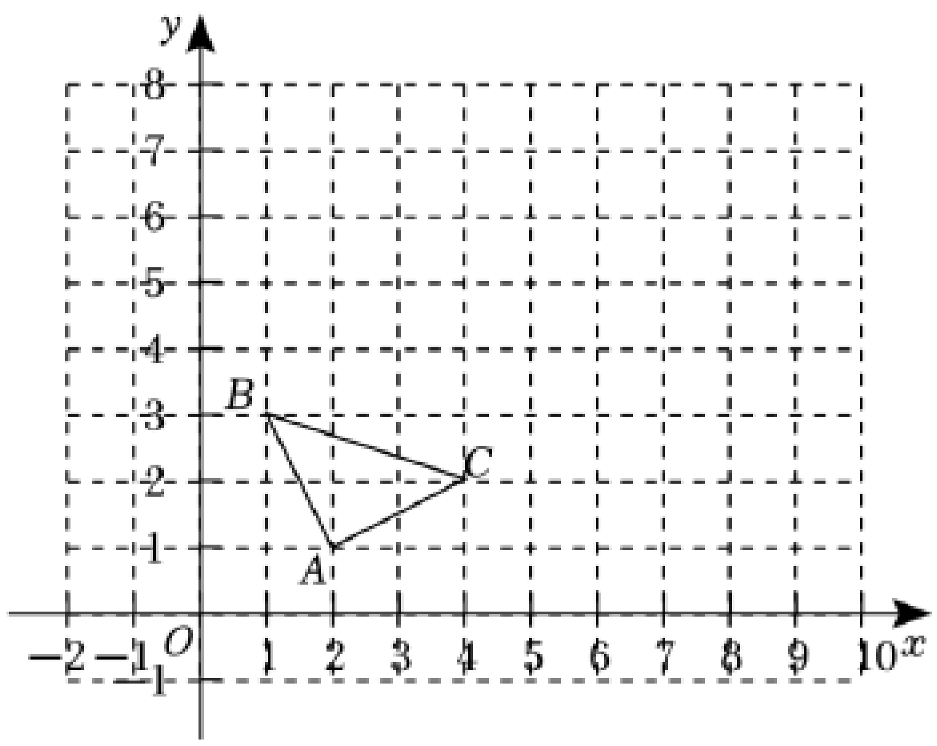
三．解答题（共 7 小题）

17．如图，在平面直角坐标系内，△ABC 三个顶点的坐标分别为 A（2，1），B（1，3），C

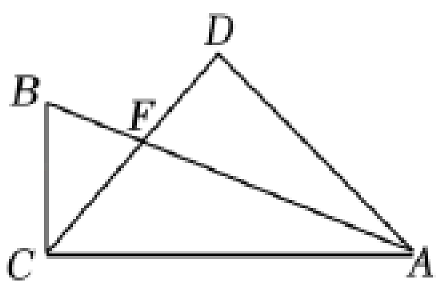
（4，2）（网格中每个小正方形的边长为 1），以点 O 为位似中心，画出△ABC的位似图形△A'B'C'，相似比为 2．

（1）请在第一象限内画出△A'B'C'；

（2）若以 A，B，C，D 为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出满足条件的点 D 的坐标．



18．如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，F 是边 AB 上一点，且 CB＝CF，过点 A 作 CF 的垂线，交 CF 的延长线于点 D，求证：△ADF∽△ACB．

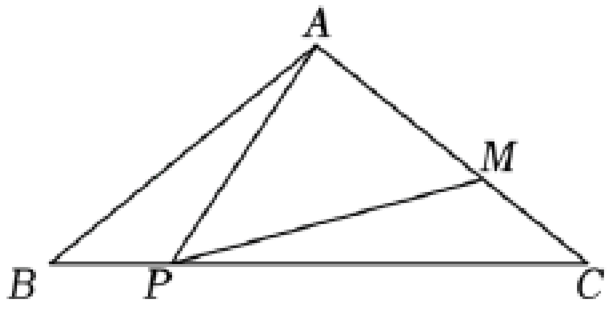


19．如图，在△ABC 中，AB＝AC＝5cm，BC＝8cm，点 P 为 BC 边上一动点（不与点 B，C 重合），过点 P 作射线 PM 交 AC 于点 M，使∠APM＝∠B．

（1）求证：△ABP∽△PCM

（2）当 BP＝2cm 时，求 CM 的值；

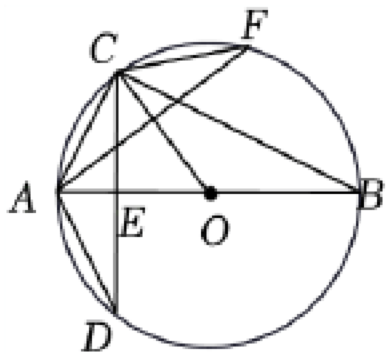
（3）当 MP⊥BC 时，求 BP 的值．



20．如图，AB是⊙O 的直径，弦 CD⊥AB，垂足为点 E，点 F 在⊙O 上．

（1）求证：∠ACD＝∠BCO；

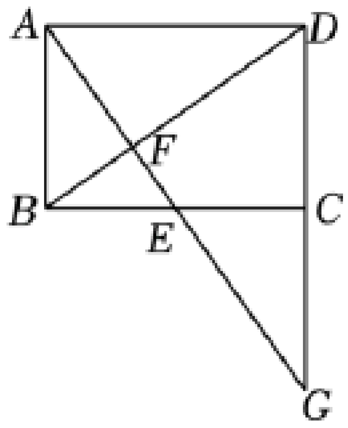
（2）若 OC⊥AF，CD＝BE＝8，求 CF 的长．



21．如图，在矩形 ABCD 中，AB=$\sqrt{2}$，点 E 是 BC 的中点，AE⊥BD 于点 F．

（1）求 BE 的长；

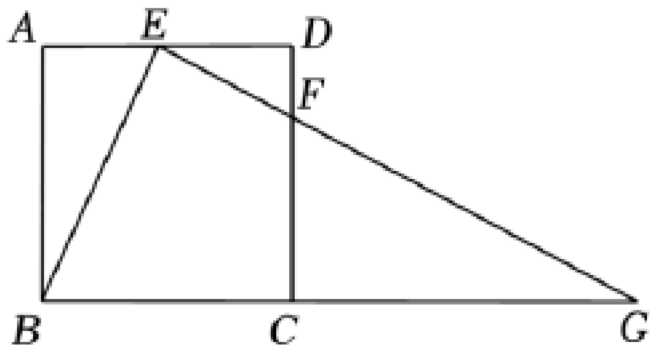
（2）延长 FE 交 DC 的延长线于点 G，求证：$\frac{AF}{FG}=\frac{EF}{AF}$.



22．如图，在正方形ABCD中，E为边AD的中点，点F在边CD上，且∠BEF＝90°，延长EF交BC的延长线于点G．

（1）求证：△ABE∽△EGB；

（2）若AB＝8，求CG的长．

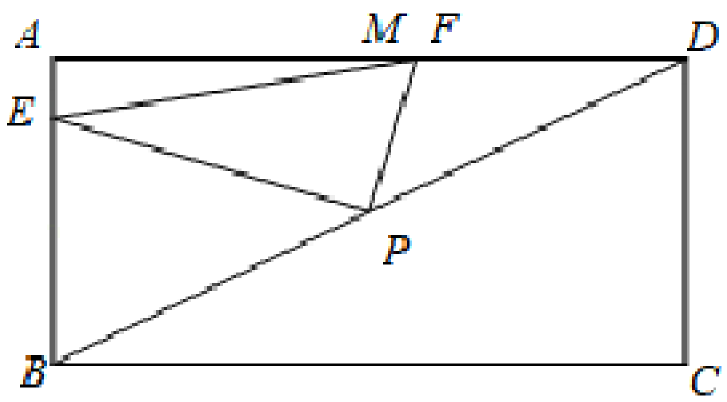


23．矩形ABCD中，BC＝2AB，M为AD边的中点，点P为对角线BD的中点，以点P为顶点作∠EPF＝90°，PE交AB边于点E，PF交AD边于点F．

（1）如图，则$\frac{PE}{PF}$＝__2__．

（2）求证：BE－2MF＝$\frac{1}{2}$AB．

（3）作射线EF与射线BD交于点G，若BE：AF＝3：4，EF＝$\sqrt{29}$，求DG的长．



答案与解析

一．选择题（共 10 小题）

1．若$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，则$\frac{x+y}{x-y}$等于（　　）

A．－5　　B．5　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

【分析】由$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，得 $x=\frac{2}{3}y$，再代入所求的式子化简即可．

【解答】解：$\because\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，

$\therefore x=\frac{2}{3}y$，

$\therefore\frac{x+y}{x-y}=\frac{\frac{2}{3}y+y}{\frac{2}{3}y-y}=-5$．

故选：A．

【点评】此题考查了比例的性质，找出 x、y 的关系，代入所求式进行约分．

2．下列四条线段成比例的是（　　）

A．4，2，1，3　　B．1，2，2，4　　C．3，4，5，6　　D．1，2，3，5

【分析】对于四条线段 a、b、c、d，如果其中两条线段的比与另两条线段的比相等，我们就说这四条线段是成比例线段，根据定义判断即可．

【解答】解：A、$\because\frac{1}{2}\neq\frac{3}{4}$，故选项不符合题意；

B、$\because\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$，故选项符合题意；

C、$\because\frac{3}{4}\neq\frac{5}{6}$，故选项不符合题意；

D、$\because\frac{1}{2}\neq\frac{3}{5}$，故选项不符合题意．

故选：B.

【点评】本题考查了比例线段，判定四条线段是否成比例，只要把四条线段按大小顺序排列好，判断前两条线段之比与后两条线段之比是否相等即可，求线段之比时，要先统一线段的长度单位，最后的结果与所选取的单位无关系.

3．点 D，E 是△ABC 边 AB，AC 边上的两个点，请你再添加一个条件，使得△ABC∽△AED，则下列选项不成立的是（　　）

A．$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$　　B．$\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{DE}$　　C．∠C＝∠ADE　　D．∠B＝∠AED

【分析】根据相似三角形的判定可得出答案.

【解答】解：A．∵$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$，∠A＝∠A，

∴△ABC∽△AED，

故 A 选项不符合题意；

B．由$\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{DE}$，∠A＝∠A 不能判定△ABC∽△AED，故 B 选项符合题意；

C．∵∠C＝∠ADE，∠A＝∠A，

∴△ABC∽△AED，

故 C 选项不符合题意；

D．∵∠B＝∠AED，∠A＝∠A，

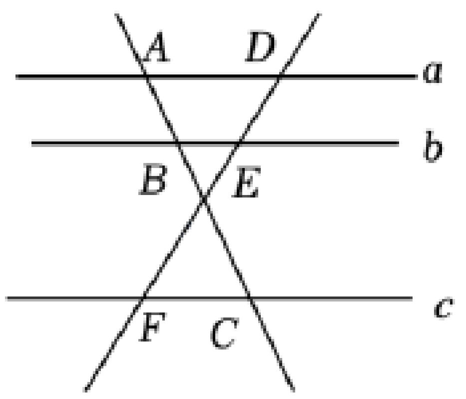
∴△ABC∽△AED.

故 D 选项不符合题意.

故选：B.

【点评】此题考查了相似三角形的判定的理解及运用，熟练应用相似三角形的判定是解题关键.

4．如图，已知直线 a∥b∥c，若 AB＝2，BC＝3，EF＝2.5，则 DE＝（　　）



A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{5}{3}$　　C．$\frac{4}{15}$　　D．$\frac{15}{4}$

【分析】根据三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例列出比例式解答即可.

【解答】解：∵a∥b∥c，

∴$\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$，

∵AB=2，BC=3，EF=2.5,

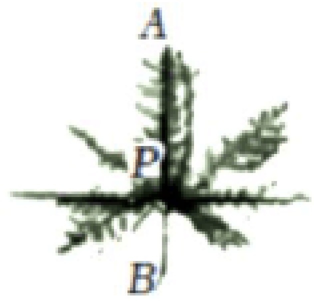
∴$\frac{2}{3}=\frac{DE}{2.5}$,

解得 DE=$\frac{5}{3}$.

故选：B.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例，解题的关键是掌握定理及其推论并灵活运用．平行线分线段成比例定理：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例．推论：平行于三角形一边的直线截其他两边（或两边的延长线），所得的对应线段成比例．

5．大自然是美的设计师，即使是一片小小的树叶，也蕴含着“黄金分割”．如图，P 为 AB 的黄金分割点（AP＞PB），如果 AB 的长度为 8cm，那么 AP 的长度是（　　）



A．（$4\sqrt{5}-4$）cm　B．（$4-2\sqrt{5}$）cm　C．（$4\sqrt{5}+4$）cm　D．（$4-4\sqrt{5}$）cm

【分析】根据黄金分割的定义，可得 AP=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$AB，然后进行计算即可解答．

【解答】解：∵P 为 AB 的黄金分割点（AP＞PB），AB=8cm，

∴AP=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$AB=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times 8$=（$4\sqrt{5}-4$）cm，

故选：A.

【点评】本题考查了黄金分割，熟练掌握黄金分割的定义是解题的关键．

6．已知两个相似三角形的相似比为 4：9，那么它们的面积比为（　　）

A．2：3　B．8：18　C．4：9　D．16：81

【分析】根据相似三角形的面积比等于相似比的平方可直接得出结果．

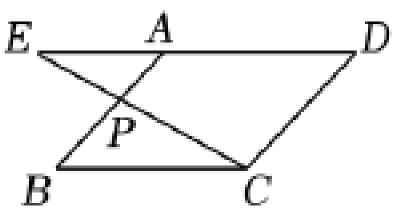
【解答】解：∵两个相似三角形的相似比是 4：9，

∴它们的面积为 16：81．

故选：D.

【点评】此题主要考查了相似三角形的性质：相似三角形的面积比等于相似比的平方．

7．如图，E 是□ABCD 的边 DA 的延长线上的一点，连接 CE，交边 AB 于点 P．若$\frac{AP}{CD}=\frac{2}{5}$，则△AEP 与△BCP 的周长之比为（　　）



$\dfrac{2}{3}$　　　　B. $\dfrac{4}{9}$　　　　C. $\dfrac{3}{7}$　　　　D. $\dfrac{2}{5}$

【分析】由四边形　　　是平行四边形，得 AB=CD，则$\dfrac{AP}{CD}=\dfrac{AP}{AB}=\dfrac{2}{5}$，可推导出$\dfrac{AP}{BP}=\dfrac{2}{3}$，由 AE∥BC，得△AEP∽△BCP，则$\dfrac{\triangle AEP的周长}{\triangle BCP的周长}=\dfrac{AP}{BP}=\dfrac{2}{3}$.

【解答】解：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AB=CD，AD∥BC，

∴$\dfrac{AP}{CD}=\dfrac{2}{5}$，

∴$\dfrac{AP}{AB}=\dfrac{2}{5}$，

∴$\dfrac{AP}{BP+AP}=\dfrac{2}{5}$，

∴$\dfrac{AP}{BP}=\dfrac{2}{3}$，

∵AE∥BC，

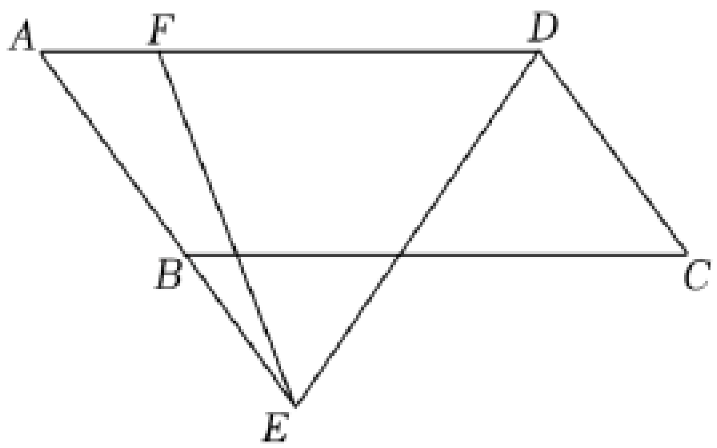
∴△AEP∽△BCP，

∴$\dfrac{\triangle AEP的周长}{\triangle BCP的周长}=\dfrac{AP}{BP}=\dfrac{2}{3}$，

故选：A.

【点评】此题重点考查平行四边形的性质、相似三角形的判定与性质等知识，根据“平行于三角形一边的直线和其它两边或两边的延长线相交所构成的三角形与原三角形相似”证明△AEP∽△BCP 是解题的关键.

8．如图，在　ABCD 中，E 为 AB 延长线上一点，F 为 AD 上一点，∠DEF=∠C．若 DE=4，AF=$\dfrac{7}{3}$，则 BC 的长是（　　）



A．$\dfrac{16}{3}$　　　　B．$\dfrac{9}{2}$　　　　C．6　　　　D．$\dfrac{21}{4}$

【分析】由平行四边形的性质得出 AD=BC，∠A=∠C，结合已知得出△DFE∽△DEA，利用相似三角形的性质结合题意求出 AD 的长度，即可得出 BC 的长度．

解：∵四边形　　　是平行四边形，

∴AD=BC，∠A=∠C，

∵∠DEF=∠C，

∴∠DEF=∠A,

∵∠EDF=∠ADE,

∴△DFE∽△DEA,

∴$\frac{DE}{DF}=\frac{AD}{DE}$，

∵DE=　，AF=$\frac{7}{3}$，

∴DF=AD－AF=AD－$\frac{7}{3}$，

∴$\frac{4}{AD-\frac{7}{3}}=\frac{AD}{4}$，

∴4^2=（AD－$\frac{7}{3}$）□AD,

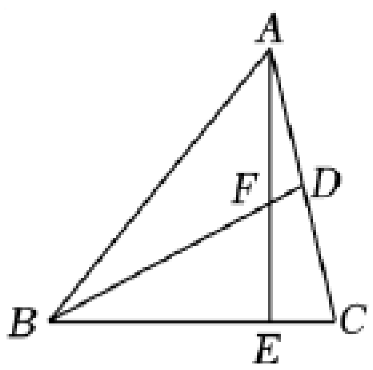
∴AD=$\frac{16}{3}$或AD=－3（舍去），

∴BC的长是$\frac{16}{3}$，

故选：A.

【点评】本题考查了平行四边形的性质及相似三角形的判定与性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解决问题的关键.

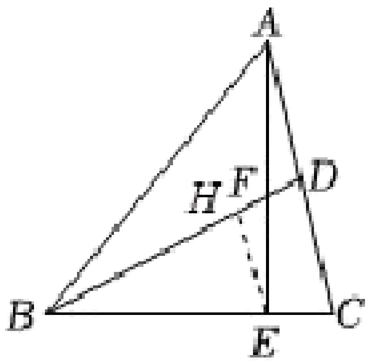
9．如图，在△ABC中，点E在BC上，且BE=3EC．D是AC的中点，AE、BD交于点F，则AF：EF的值为（　　）



A．3：2　　B．4：3　　C．5：3　　D．5：4

【分析】过E点作EH∥AC交BD于H，如图，根据平行线分线段成比例定理，由EH∥CD得到$\frac{EH}{CD}=\frac{3}{4}$，由于AD=CD，则$\frac{EH}{AD}=\frac{3}{4}$，然后利用EH∥AD，根据平行线分线段成比例定理得$\frac{AF}{EF}$的值.

【解答】解：过E点作EH∥AC交BD于H，如图，



∥CD，

∴$\frac{EH}{CD}=\frac{BE}{BC}$，

∵BE= EC，

∴$\frac{EH}{CD}=\frac{3EC}{4EC}=\frac{3}{4}$，

∵D 是 AC 的中点，

∴AD＝CD，

∴$\frac{EH}{AD}=\frac{3}{4}$，

∵EH∥AD，

∴$\frac{AF}{EF}=\frac{AD}{EH}=\frac{4}{3}$.

故选：B.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例．

10．如图，矩形 ABCD 中，点 E 在 BC 边上，且 AE＝AD，作 DF⊥AE 于点 F，连接 DE，BF，BF 的延长线交 DE 于点 O，交 CD 于点 G．以下结论：

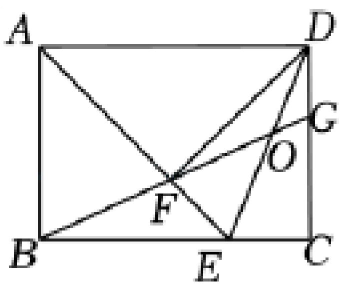
AF＝BE;

②DE 为∠FDC 的角平分线；

③若 AD＝$\sqrt{2}$AB，则 OF：BF＝CE：CG；

④若 AE 平分∠BAD，DE＝2，则矩形 ABCD的面积为 2+$2\sqrt{2}$.

则正确结论的个数是（　　）



A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．①②③④

【分析】①根据 AAS证明△ADF≌△AEB便可判断①的正误；

②根据 HL 证明 Rt△DEF≌Rt△DEC，便可判断②的正误；

③连接 CF，由 AD＝$\sqrt{2}$AB，得∠DAF＝∠BAE＝∠AEB＝45°，进而证明 BF＝FG，再

∽△FCG，由相似三角形的性质得 OF：BF＝CE：CG，便可判断　的正误；④设 AB＝BE＝CD＝x，得 BC＝AD＝AE＝$\sqrt{2}$AB＝$\sqrt{2}$x，在　△CDE 中由勾股定理列出方程求得 x，再根据矩形面积公式求得矩形的面积便可判断④的正误．

【解答】解：①∵四边形 ABCD 是矩形，DF⊥AE，

∴AD∥BC，∠AFD＝∠ABE＝90°，

∴∠DAF＝∠AEB，

∵AD＝AE，

∴△ADF≌△AEB（AAS），

∴AF＝BE，

故①正确，符合题意；

②∵△ADF≌△AEB，

∴DF＝AB＝DC，∠AFD＝∠ABE＝90°，

∴∠DFE＝90°＝∠DCF，

∵DE＝DE，

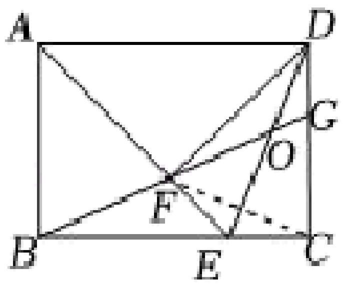
∴Rt△DEF≌Rt△DEC（HL），

∴∠EDF＝∠EDC，

∴DE 为∠FDC 的角平分线，

故②正确，符合题意；

③连接 CF，



∵AD＝$\sqrt{2}$AB，AB＝DF，

∴AD＝$\sqrt{2}$DF，

∴∠ADF＝45°，

∴∠DAF＝∠BAE＝∠AEB＝45°，AF＝AB＝BE，

∴∠CEF＝135°，∠ABF＝∠AFB＝67.5°，

∴∠CBF＝22.5°

∵△DEC≌△DEF，

∴CE＝EF，∠OEF＝∠OEC＝67.5°，

∴∠CEF＝∠EFC＝22.5°，

∴∠CBF＝∠ECF，∠CFG＝∠CBF+∠BCF＝45°，∠FCG＝90°－22，5＝67.5°，

∴BF＝CF，∠CGF＝180°－67.5°－45°＝67.5°，

＝∠CGF，

∴CF＝FG＝BF，

∵∠OFE＝∠OFC ∠EFC＝67.5°＝∠OEF＝∠FCG＝∠FGC，

∴△OEF∽△FCG，

∴$\frac{OF}{FG}=\frac{EF}{CG}$，

∴$\frac{OF}{BF}=\frac{CE}{CG}$，

故 正确，符合题意；

④∵AE 平分∠BAD,

∴∠BAE=∠DAE=45°，

∴AB=BE,

设 AB=BE=CD=x,

∴BC＝AD＝AE=$\sqrt{2}$AB=$\sqrt{2}$ x,

∴CE＝BC－BE=（$\sqrt{2}$－1）x,

∵$CE^2+CD^2=DE^2$，DE＝2，

∴$[(\sqrt{2}-1)x]^2+x^2=4$，

解得 $x^2=2+\sqrt{2}$，

∴矩形 ABCD 的面积为：$\sqrt{2}x\cdot x=\sqrt{2}x^2=2+2\sqrt{2}$，

故④正确，符合题意；

故选：D．

【点评】本题考查了矩形的性质，全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，解直角三角形，关键是综合应用这些知识解题．

二．填空题（共 小题）

11．在 1:200000 的地图上，两地在地图上的距离是 3.5厘米，那么这两地的实际距离为 7 千米．

【分析】直接利用比例尺进而计算得出答案．

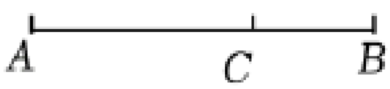
【解答】解：∵在 1：200000 的地图上，两地在地图上的距离是 3.5厘米，

∴这两地的实际距离是：3.5×200000cm＝700000cm＝7km.

故答案为：7．

【点评】此题主要考查了比例线段，正确应用比例尺是解题关键，注意单位的换算问题．

12．如图，若 AC 是 BC 与 AB 的比例中项，AB=4，求 AC=$2\sqrt{5}-2$．



【分析】若 AC 是 BC 与 AB 的比例中项，则 $AC^2=BC\cdot AB$，设 AC=x，则 BC=4－x，代