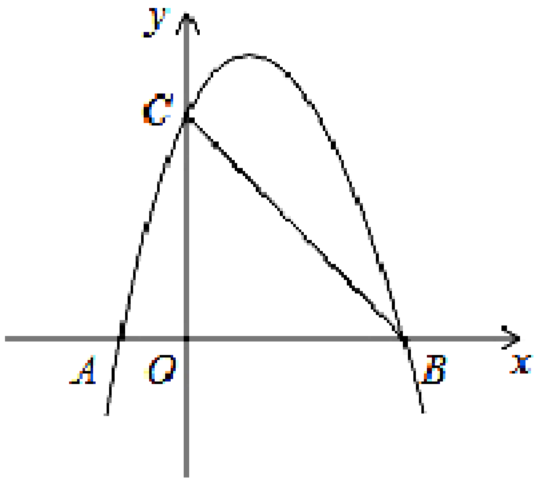
2021年九上数学同步练习2-图形的性质_三角形_等腰直角三角形-综合题专训及答案

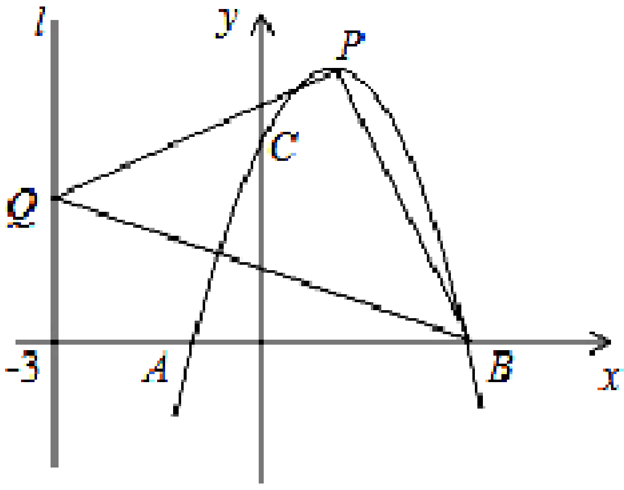
等腰直角三角形综合题专训

1、

(2020巴州.九上期中) 如图，抛物线L：$y=ax^2+bx+c$与x轴交于A、B（3，0）两点（A在B的左侧），与y轴交于点C（0，3），已知对称轴$x=1$.



图(1)



图(2)

（1）

求抛物线L的解析式;

（2）

将抛物线L向下平移h个单位长度,使平移后所得抛物线的顶点落在△OBC内(包括△OBC的边界），求h的取值范围;

（3）

设点P是抛物线L上任一点，点Q在直线l：x=﹣3上，△PBQ能否成为以点P为直角顶点的等腰直角三角形？若能，求出符合条件的点P的坐标；若不能，请说明理由.

2、

(2018顺义.九上期末) 综合实践课上，某小组同学将直角三角形纸片放到横线纸上（所有横线都平行，且相邻两条平行线的距离为1），使直角三角形纸片的顶点恰巧在横线上，发现这样能求出三角形的边长.

（1） 如图1，已知等腰直角三角形纸片△ABC，∠ACB=90°，AC=BC，同学们通过构造直角三角形的办法求出三角形三边的长，则AB=;

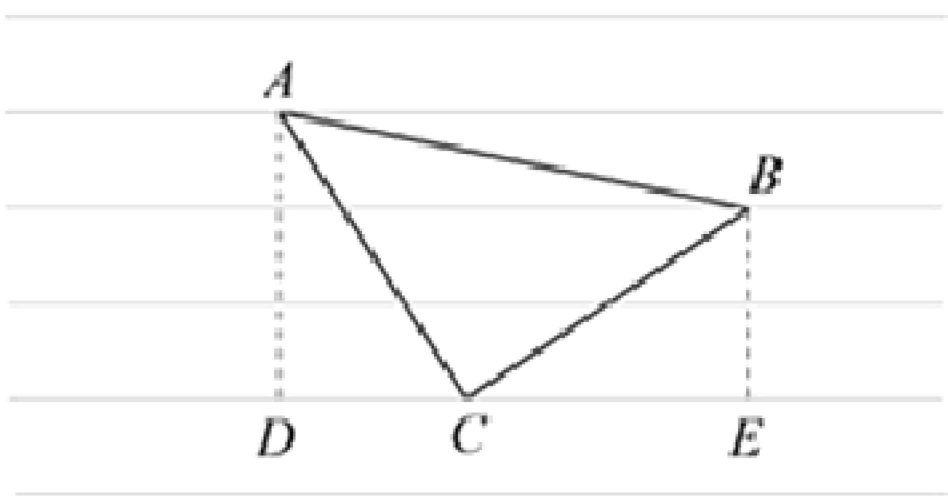


图1

（2） 如图 2，已知直角三角形纸片△DEF，∠DEF=90°，EF=2DE，求出 DF 的长；

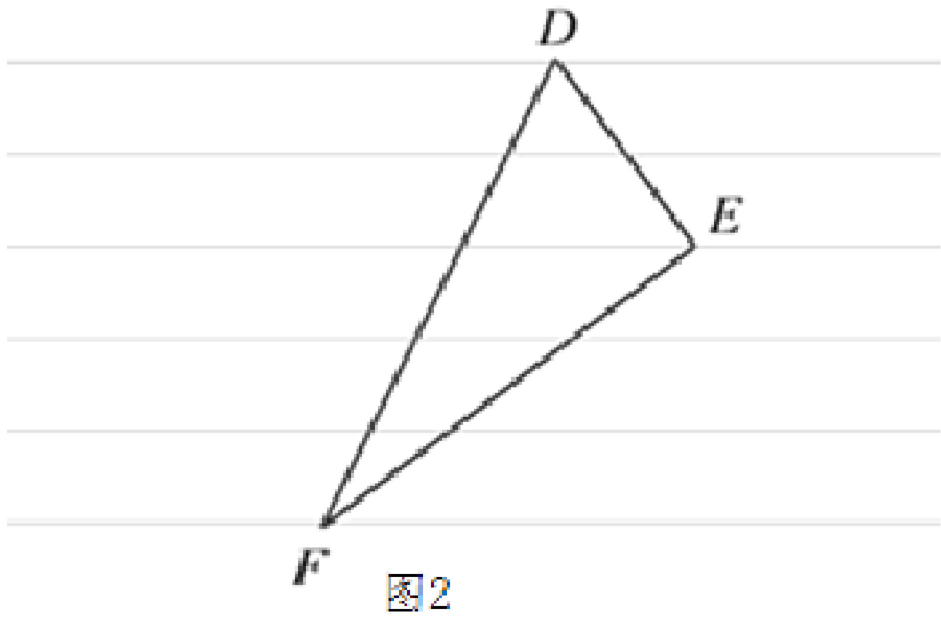
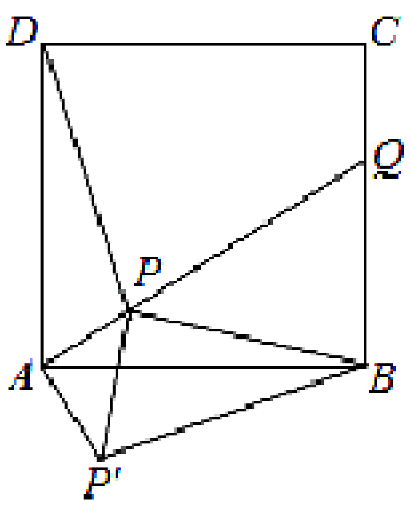


图2

（3） 在（2）的条件下，若横格纸上过点 E 的横线与 DF 相交于点 G，直接写出 EG 的长.

3、

(2017 上杭.九上期末) 如图，点 P 是正方形 ABCD 内一点，点 P 到点 A、B 和 D 的距离分别为 1，$2\sqrt{2}$，$\sqrt{10}$，△ADP 沿点 A 旋转至△ABP′，连结 PP′，并延长 AP 与 BC 相交于点 Q.



（1） 求证：△APP′ 是等腰直角三角形；

（2） 求∠BPQ 的大小.

4、

(2017 黄岛.九上期末) 问题提出：如图（1），在边长为 a（a＞2）的正方形 ABCD 各边上分别截取 AE=BF=CG=DH=1，当∠AFQ=∠BGM=∠CHN=∠DEP=45°时，求 $S_{正方形MNPQ}$.

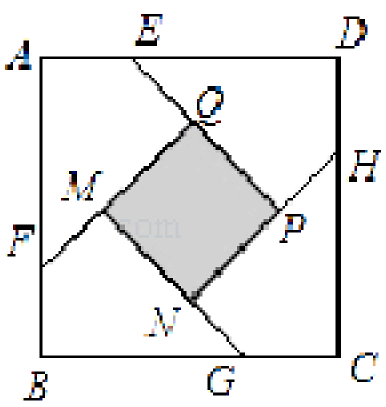
问题探究：分别延长 QE，MF，NG，PH，交 FA，GB，HC，ED 的延长线于点 R，S，T，W，可得△RQF，△SMG，△TNH，△WPE 是四个全等的等腰直角三角形（如图（2））.

（1） 若将上述四个等腰三角形拼成一个新的正方形（无缝隙，不重叠），则新正方形的边长为；这个新正方形与原正方形 ABCD 的面积有何关系；（填“＞”，“=”“或＜”）；通过上述的分析，可以发现 $S_{正方形MNPQ}$ 与 $S_{\triangle FSB}$ 之间的关系是：

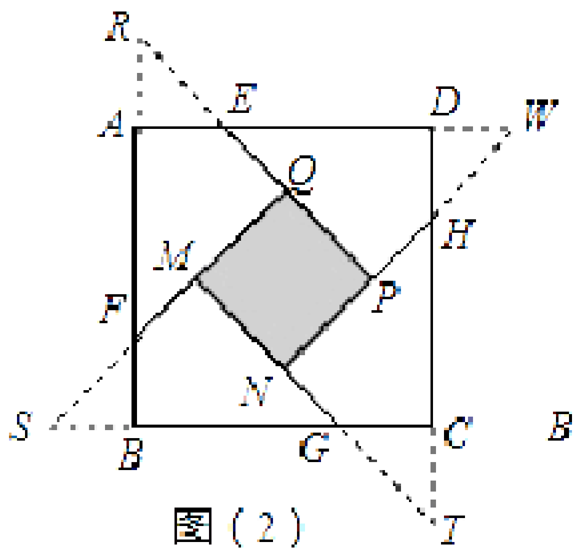
（2） 问题解决：求 $S_{正方形MNPQ}$.

（3） 拓展应用：如图（3），在等边△ABC 各边上分别截取 AD=BE=CF=1，再分别过点 D，E，F 作 BC，AC，AB 的垂线，得到等边△PQR，求 $S_{\triangle PQR}$.

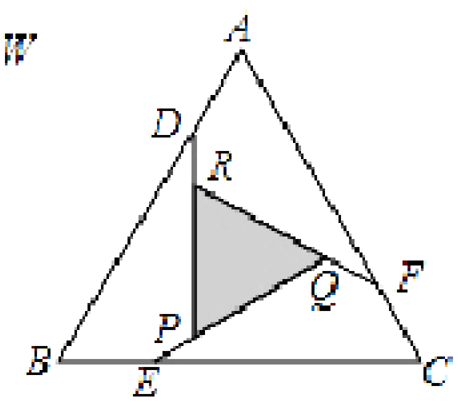
（请仿照上述探究的方法，在图 3 的基础上，先画出图形，再解决问题）.



图（1）

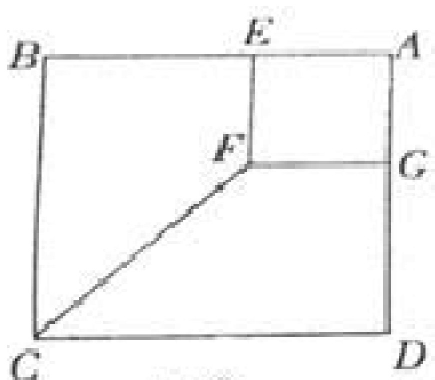


图（2）



图（3）

5、
(2019 焦作.九上期末)
（1） 问题发现：如图①，



图①

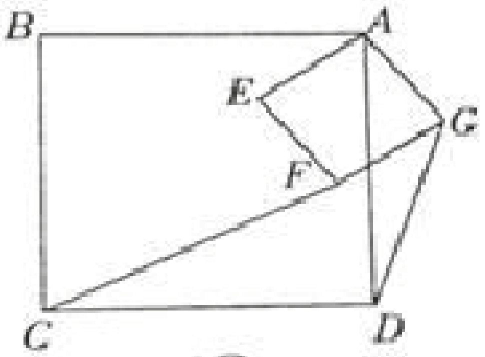
正方形 AEFG 的两边分别在正方形 ABCD 的边 AB 和 AD 上，连接 CF.

①写出线段 CF 与 DG 的数量关系；

②写出直线 CF 与 DG 所夹锐角的度数.

（2） 拓展探究：

如图②，

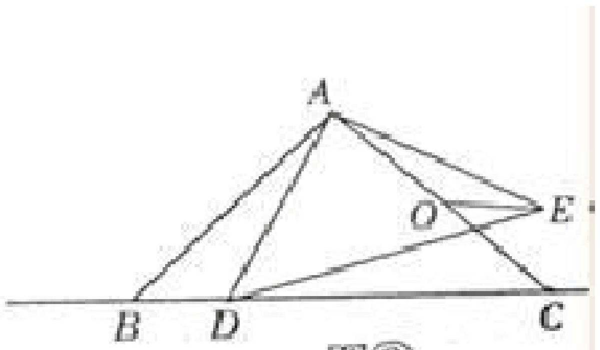


图②

将正方形AEFG绕点A逆时针旋转，在旋转的过程中，（1）中的结论是否仍然成立，请利用图②进行说明.

（3） 问题解决

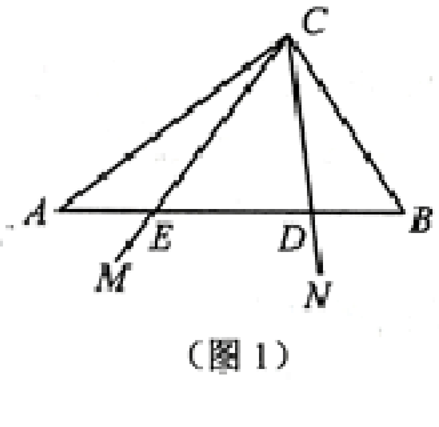
如图③，



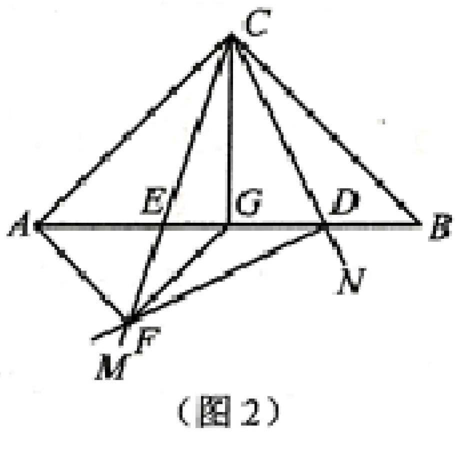
图③

△ABC和△ADE都是等腰直角三角形，∠BAC=∠DAE=90°， AB=AC=4，O为AC的中点.若点D在直线BC上运动，连接OE，则在点D的运动过程中，线段OE的长的最小值.（直接写出结果）

6、
(2019巴南.九上期末) 如图1，在 $\triangle ABC$中， $\angle BCA=90^{\circ}$， $\angle MCN=45^{\circ}$，将 $\angle MCN$绕点 C旋转，边 AB分别交边 CN、 CM于 D、 E两点.



（图1）



（图2）

（1） 若 $AC=8$， $BC=6$，求 CD的最小值;
（2） 如图2，设 $AC=BC$，点 G是 AB的中点，连接 CG，当 $\angle MCN$旋转到 CN与 AB的交点 D是 BG的中点时，过点 D作 CD的垂线交CM于点 F，连接 GF、 AF，求证： $CG=\sqrt{2}FG$.
7、

(2020湖州.九上期中)(2019九上·萧山开学考)如图1，在△ABC中，∠ABC=90°，BA=BC.将线段AB绕点A逆时针旋转90°得到线段AD，E是边BC上的一动点，连结DE交AC于点F，连结BF.

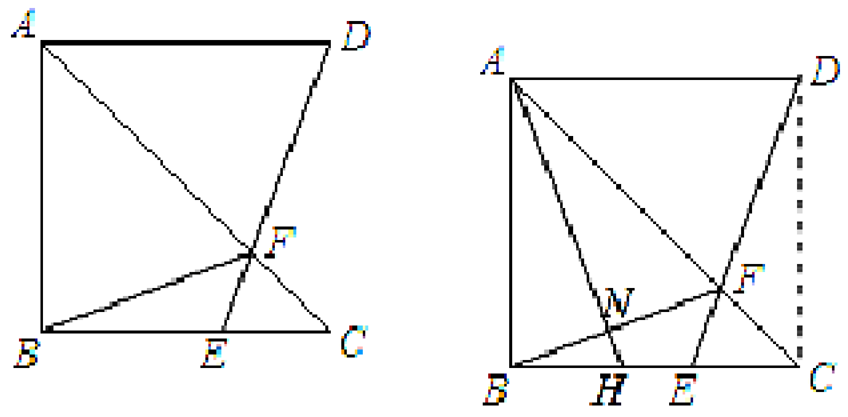


图1 图2

（1） 求证：FB=FD；
（2） 如图2，连结CD，点H在线段BE上（不含端点），且BH=CE，连结AH交BF于点N.

①判断AH与BF的位置关系，并证明你的结论；

②连接CN.若AB=2，请直接写出线段CN长度的最小值.

8、
(2017离石.九上期中)如图，已知△BAD和△BCE均为等腰直角三角形，∠BAD=∠BCE=90°，点M为DE的中点，过点E与AD平行的直线交射线AM于点N.

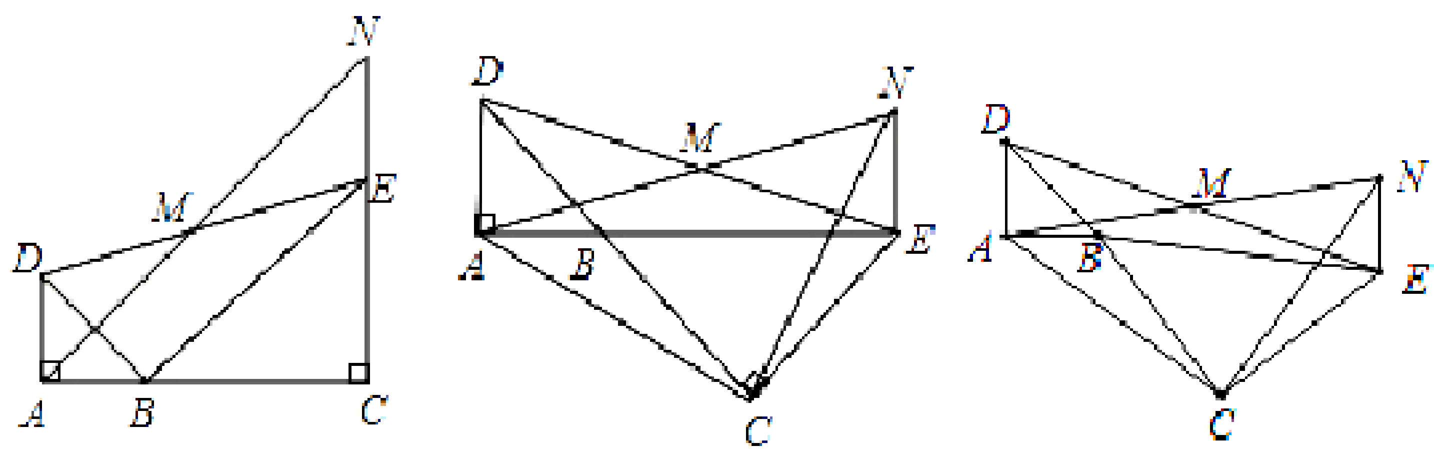
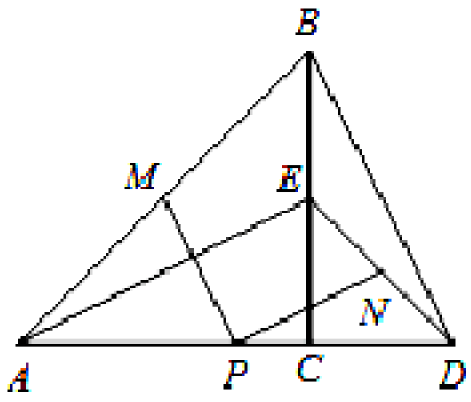
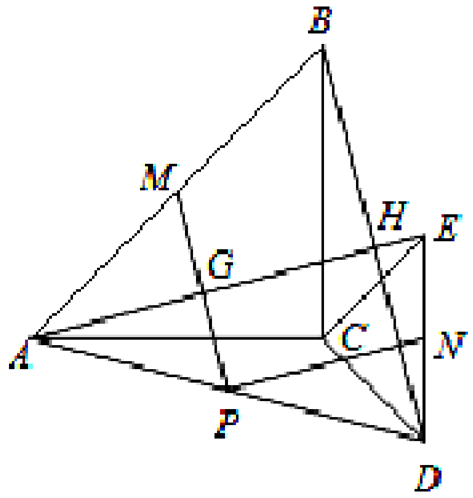


图1 图2 图3

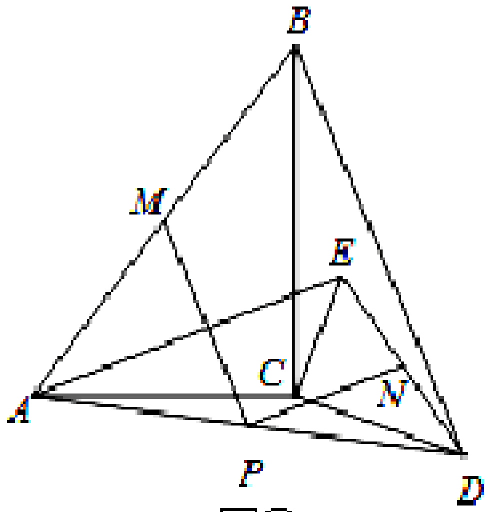
（1） 当A，B，C三点在同一直线上时（如图1），求证：M为AN的中点；
（2） 将图1中的△BCE绕点B旋转，当A，B，E三点在同一直线上时（如图2），求证：△ACN为等腰直角三角形；
（3） 将图1中△BCE绕点B旋转到图3位置时，（2）中的结论是否仍成立？若成立，试证明之，若不成立，请说明理由.
9、
(2018辽阳.九上期中)如图①，△ABC与△CDE是等腰直角三角形，直角边AC、CD在同一条直线上，点M、N分别是斜边AB、DE的中点，点P为AD的中点，连接AE、BD.



图①



图②



图③

（1） 猜想 PM 与 PN 的数量关系及位置关系，请直接写出结论；
（2） 现将图①中的△CDE 绕着点 C 顺时针旋转 α（0°＜α＜90°），得到图②，AE 与 MP、BD 分别交于点 G、H. 请判断（1）中的结论是否成立？若成立，请证明；若不成立，请说明理由；
（3） 若图②中的等腰直角三角形变成直角三角形，使 BC=kAC，CD=kCE，如图③，写出 PM 与 PN 的数量关系，并加以证明.

10、
(2019 青岛.九上期中) 在 Rt△ABC 中，∠BAC=90°，过点 B 的直线 MN∥AC，D 为 BC 边上一点，连接 AD，作 DE⊥AD 交 MN 于点 E，连接 AE.

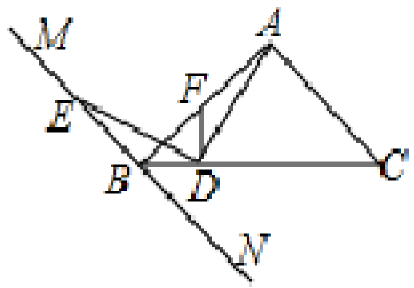


图1

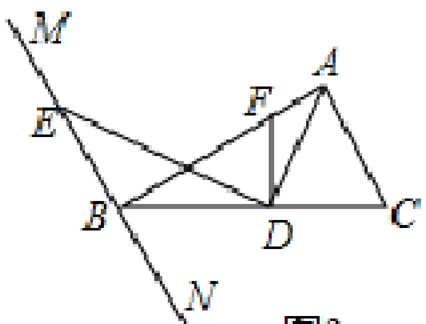
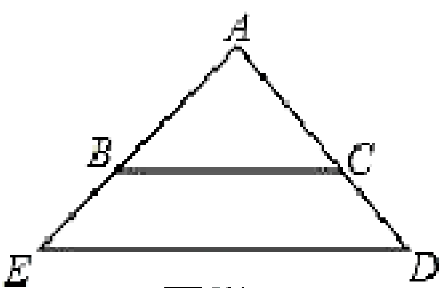


图2

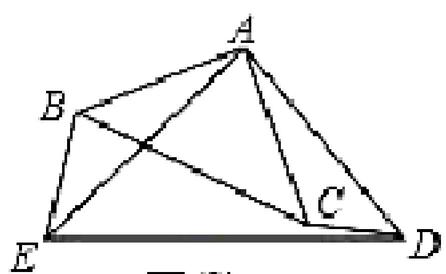
（1） 如图①，当∠ABC=45°时，求证：AD=DE；理由；
（2） 如图②，当∠ABC=30°时，线段 AD 与 DE 有何数量关系？并请说明理由；

（3） 当∠ABC=α 时，请直接写出线段 AD 与 DE 的数量关系.（用含 α 的三角函数表示）

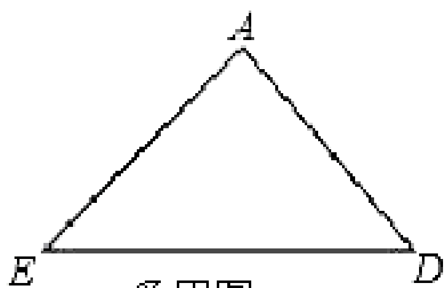
11、
(2021 安阳.九上期中) 如图



图(1)



图(2)



备用图

（1） 问题发现：

如图①，△ABC 和△AED 都是等腰直角三角形，∠BAC=∠EAD=90°，点 B 在线段 AE 上，点 C 在线段 AD 上，请直接写出线段 BE 与线段 CD 的数量与位置关系是关系：；

（2） 操作探究：

如图②，将图①中的△ABC 绕点 A 顺时针旋转 α（0°＜α＜360°），（1）小题中线段 BE 与线段 CD 的关系是否成立？如果不成立，说明理由，如果成立，请你结合图②给出的情形进行证明；

（3） 解决问题：

将图①中的△ABC 绕点 A 顺时针旋转 α（0°＜α＜360°），若 DE=2AC，在旋转的过程中，当以 A、B、C、D 四点为顶点的四边形是平行四边形时，在备用图中画出其中的一个情形，并写出此时旋转角 α 的度数是度.

12、
(2017 港南.九上期中) 已知抛物线 C_1：$y=ax^2+4ax+4a+b$（$a\neq0$，$b>0$）的顶点为 M，经过原点 O 且与 x 轴另一交点为 A.
（1）

求点 A 的坐标；

（2）

若△AMO 为等腰直角三角形，求抛物线 C_1 的解析式；

（3）

现将抛物线 C_1 绕着点 P（m，0）旋转 180°后得到抛物线 C_2，若抛物线 C_2 的顶点为 N，当 b=1，且顶点 N 在抛物线 C_1 上时，求 m 的值.

13、
(2020 莲湖.九上期中) 【定义学习】

定义:如果四边形有一组对角为直角,那么我们称这样的四边形为“对直四边形”.

（1） 【判断尝试】在 A、矩形；B、菱形；C、正方形中；一定是“对直四边形”的是.(填字母序号)
（2） 【操作探究】在菱形 ABCD 中，AB=2，∠B=60°，AE⊥BC 于点 E,请用尺规作图法在边 AD 和 CD 上各找一点 F，使得由点 A、E、C、F 组成的四边形为“对直四边形”，连接 EF，并直接写出 EF 的长.(保留作图痕迹，不写作法)

①当点 F 在边 AD 上时.

②当点 F 在边 CD 上时.

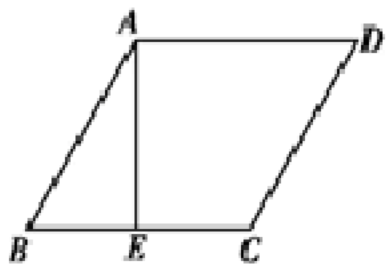


图 1

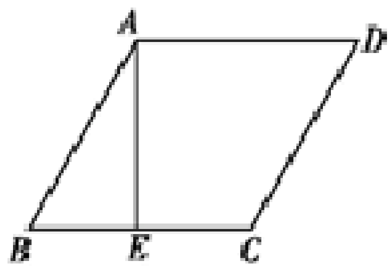
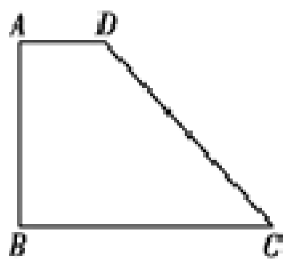


图 2

（3）【实践应用】某加工厂有一批四边形板材，形状如图所示，已知 AB=3 米，AD=1 米，∠C=45°，∠A=∠B=90°.现根据客户要求，需将每张四边形板材进一步分割成两个等腰三角形板材和一个“对直四边形”板材，且这两个等腰三角形的腰长相等,要求充分利用材料且无剩余，

求分割后得到的等腰三角形的腰长.



14、
(2017 新疆维吾尔自治区.九上期中) 一位同学拿了两块 45°的三角尺△MNK，△ACB 做了一个探究活动:将△MNK 的直角顶点 M 放在△ABC 的斜边 AB 的中点处，设 AC=BC=a.

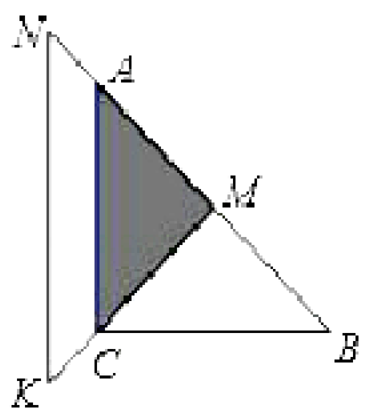


图1

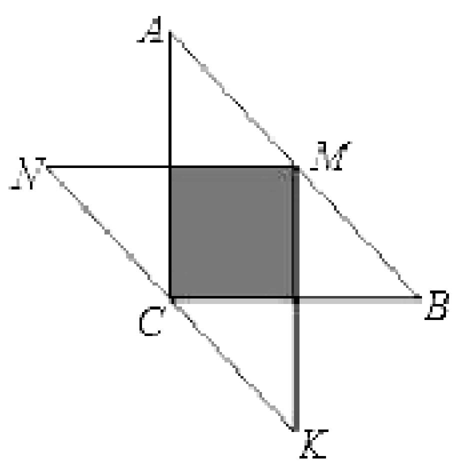


图2

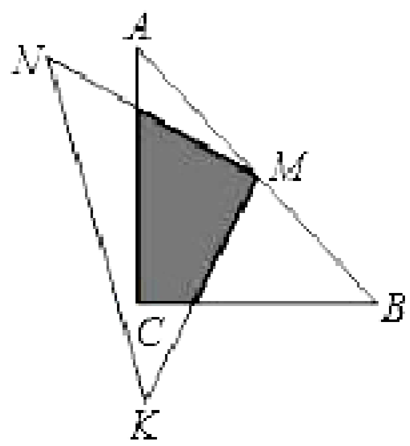


图3

（1）

如图 1，两个三角尺的重叠部分为△ACM，则重叠部分的面积为，周长为;

（2）

将图 1 中的△MNK 绕顶点 M 逆时针旋转 45°，得到图 2，此时重叠部分的面积为，周长为;

（3）

如果将△MNK 绕 M 旋转到不同于图 1，图 2 的位置，如图 3 所示，猜想此时重叠部分的面积为多少？并试着加以验证.

15、
(2020 淅川.九上期末) 如图，在 $\triangle ABC$和 $\triangle ADE$中，$\angle BAC=\angle DAE=90°$，点 P为射线 BD， CE的交点.

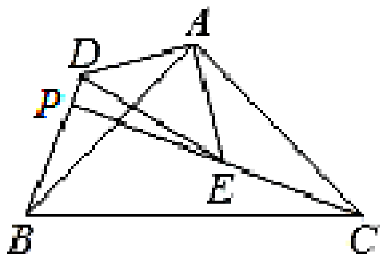


图1

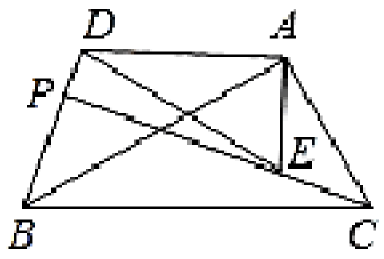


图2

（1） 问题提出：如图 1，若 $AD=AE$， $AB=AC$.

① $\angle ABD$与 $\angle ACE$的数量关系为;

② $\angle BPC$的度数为.

（2） 猜想论证：如图 2，若 $\angle ADE=\angle ABC=30°$，则（1）中的结论是否成立？请说明理由.

等腰直角三角形综合题答案

1.答案：

解：∵抛物线的对称轴x=1，B（3，0），

∴A（-1，0）

∵抛物线$y=ax^2+bx+c$过点C（0，3）

∴当x=0时，c=3.

又∵抛物线$y=ax^2+bx+c$过点A（-1，0），B（3，0）

$\therefore\begin{cases}a-b+3=0\\9a+3b+3=0\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}a=-1\\b=2\end{cases}$

∴抛物线的解析式为：$y=-x^2+2x+3$

解：∵C（0，3），B（3，0），

∴直线BC解析式为$y=-x+3$，

∵$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$，

∴顶点坐标为（1，4）

∵对于直线BC：$y=-x+1$，当$x=1$时，$y=2$；将抛物线L向下平移h个单位长度，

∴当$h=2$时，抛物线顶点落在BC上；

当$h=4$时，抛物线顶点落在OB上，

∴将抛物线L向下平移h个单位长度，使平移后所得抛物线的顶点落在△OBC内（包括△OBC的边界），

则$2\le h\le 4$

解：设P（m，-m^2+2m+3），Q（-3，n），

①当P点在x轴上方时，过P点作PM垂直于y轴，交y轴与M点，过B点作BN垂直于MP的延长线于N点，如图所示

∵B（3，0），

∵△PBQ是以点P为直角顶点的等腰直角三角形，

∴∠BPQ=90°，BP=PQ，

则∠PMQ=∠BNP=90°，∠MPQ=∠NBP，

在△PQM和△BPN中，$\begin{cases}\angle PMQ=\angle BNP\\ \angle MPQ=\angle NBP\\ PQ=BP\end{cases}$，

∴△PQM≌△BPN（AAS），

∴PM=BN，

∵PM=BN=-m^2+2m+3，根据B点坐标可得PN=3-m，且PM+PN=6，

∴-m^2+2m+3+3-m=6，

解得：m=1或m=0，

∴P（1，4）或P（0，3）．

②当P点在x轴下方时，过P点作PM垂直于l于M点，过B点作BN垂直于MP的延长线与N点，

同理可得△PQM≌△BPN，

∴PM=BN，

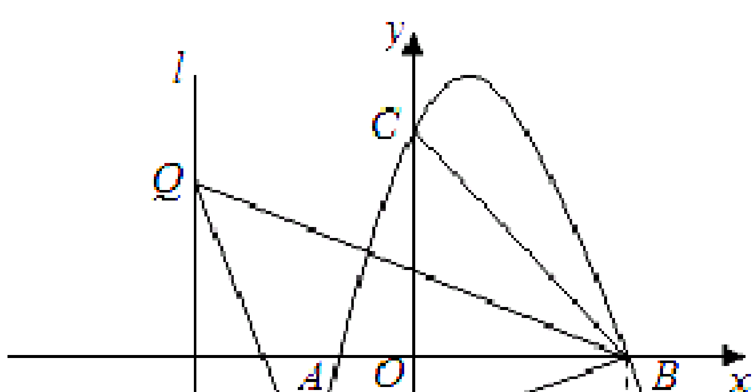
∴PM=6-（3-m）=3+m，BN=m^2-2m-3，

则3+m=m^2-2m-3，

解得m=$\frac{3+\sqrt{33}}{2}$ 或 $\frac{3-\sqrt{33}}{2}$ ．

∴P（$\frac{3+\sqrt{33}}{2}$，$\frac{-\sqrt{33}-9}{2}$）或（$\frac{3-\sqrt{33}}{2}$，$\frac{\sqrt{33}-9}{2}$）．

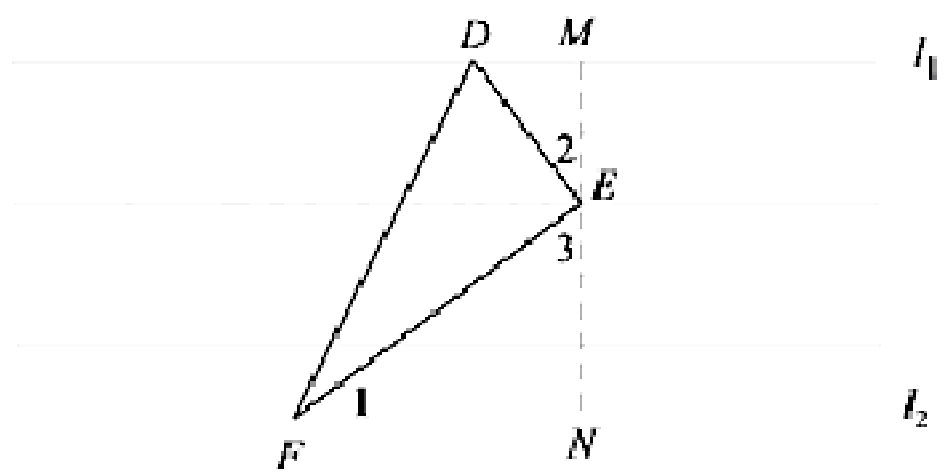
综上可得，符合条件的点P的坐标是（1，4），（0，3），（$\frac{3+\sqrt{33}}{2}$，$\frac{-\sqrt{33}-9}{2}$）和（$\frac{3-\sqrt{33}}{2}$，$\frac{\sqrt{33}-9}{2}$



2. 答案：

【第1空】$\sqrt{26}$

过点E作横线的垂线，交l_1，l_2于点M，N，



∴∠DME=∠EDF= 90°，

∵∠DEF=90°，

∴∠2+∠3=90°，

∵∠1+∠3=90°，

∴∠1=∠2，

∴△DME∽△ENF，

∴ $\frac{DM}{EN}=\frac{ME}{NF}=\frac{DE}{EF}$ ，

∵EF=2DE，

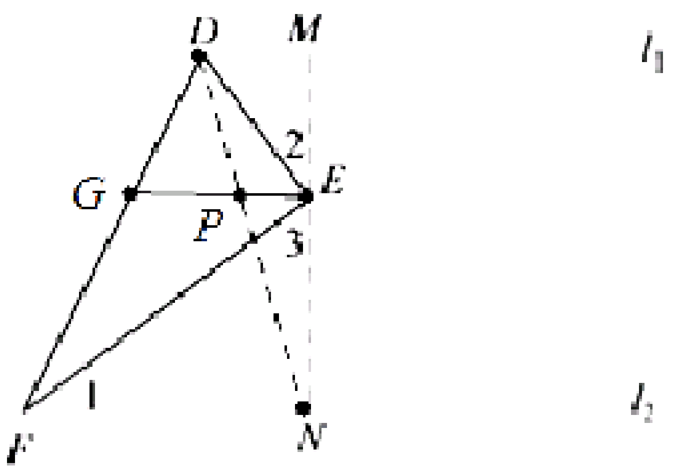
∴ $\frac{DM}{EN}=\frac{ME}{NF}=\frac{DE}{EF}=\frac{1}{2}$ ，

∵ME=2，EN=3，

∴NF=4，DM=1.5，

根据勾股定理得DE=2.5，EF=5， $DF=\frac{5}{2}\sqrt{5}$

连接DN，交EG于点P，



∵EG//DM，∴△DMN∽△PEN，

∴PE：DM=EN：MN，即PE：1.5=3：5，∴PE=0.9，

同理PG=1.6，∴EG=PE+PG=2.5.

3. 答案：

证明：∵四边形ABCD为正方形，∴AB=AD，∠BAD=90°，

∵△ADP沿点A旋转至△ABP′，

∴AP=AP′，∠PAP′=∠DAB=90°，

∴△APP′是等腰直角三角形

解：∵△APP′是等腰直角三角形，

∴PP′= $\sqrt{2}$ PA= $\sqrt{2}$ ，∠APP′=45°，

∵△ADP沿点A旋转至△ABP′，

∴PD=P′B= $\sqrt{10}$ ，

在△PP′B中，PP′= $\sqrt{2}$ ，PB=2 $\sqrt{2}$ ，P′B= $\sqrt{10}$ ，

∵（ $\sqrt{2}$ ）^{2}+（2 $\sqrt{2}$ ）^{2}=（ $\sqrt{10}$ ）^{2}，

∴PP′^{2}+PB^2=P′B^2，

∴△PP′B为直角三角形，∠P′PB=90°，

∴∠BPQ=180°﹣∠APP′﹣∠P′PB=180°﹣45°﹣90°=45°

4. 答案：

【第1空】a

【第2空】=

【第3空】$S_{正方形MNPQ}=4S_{\triangle FSB}$

解：∵$S_{\triangle FSB}=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$，∴$S_{正方形MNPQ}=4S_{\triangle FSB}=4\times\frac{1}{2}=2$

解：如图所示，△PDH，△QWEI，△RFG是三个全等的三角形，可以拼成一个和△ABC一样的等边三角形（无缝

∴$S_{\triangle PRQ}=S_{\triangle ADG}+S_{\triangle BHE}+S_{\triangle CFI}=3S_{\triangle ADG}$，

如图，过点G作GJ⊥BA于J，

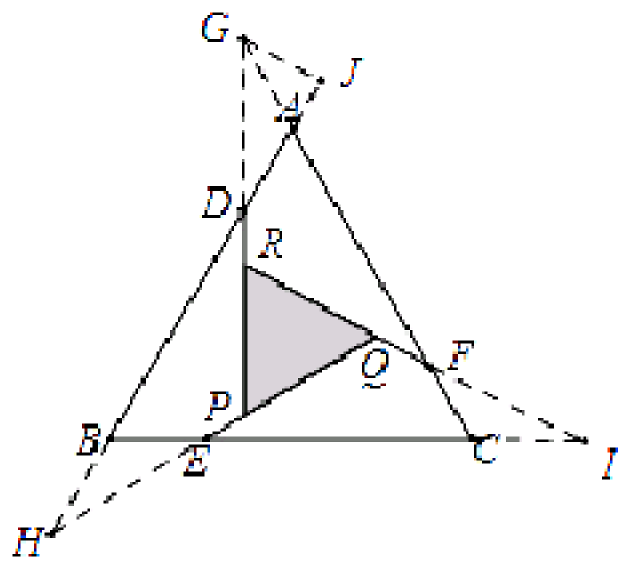
根据∠ADG=∠BDP=30°，∠DAF=60°=∠GAJ可得，∠ADG=∠AGD=30°，

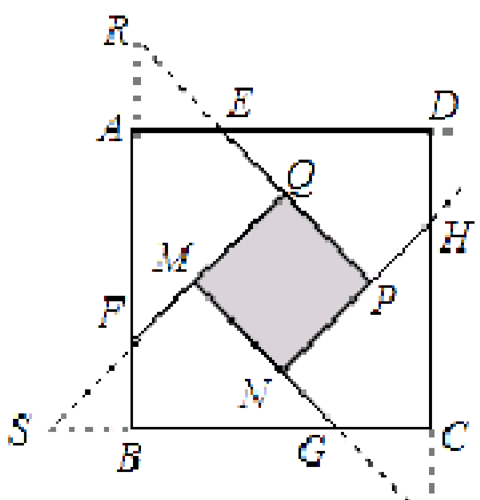
∴AD=AG=1，

∴$GJ=\frac{\sqrt{3}}{2}AG=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$S_{\triangle ADG}=\frac{1}{2}AD\times GJ=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

∴$S_{\triangle PQR}=3S_{\triangle ADG}=3\times\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3}{4}\sqrt{3}$．





图（2）

5. 答案：

①$CF=\sqrt{2}DG$，②45。