宣城市 2022－2023 学年度第一学期期末调研测试

高二数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 在数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=-\frac{1}{4}$，当$n\geq 2$时，$a_n=1-\frac{1}{a_{n-1}}$，则$a_3=$（　　）

A. -3　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. 5

【答案】C

【解析】

【分析】由递推关系依次求a_2,a_3即可.

【详解】因为当$n\geq 2$时，$a_n=1-\frac{1}{a_{n-1}}$，

所以$a_2=1-\frac{1}{a_1}$，又$a_1=-\frac{1}{4}$，

所以$a_2=5$，又$a_3=1-\frac{1}{a_2}$，

所以$a_3=\frac{4}{5}$，

故选：C.

2. 已知直线$l:x+2y-1=0$的倾斜角为θ，则$\cos\theta=$（　　）

A. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

【答案】A

【解析】

【分析】由直线方程求得 $\tan\theta=-\dfrac{1}{2}$，可判断出 θ 为钝角，再利用同角三角函数的基本关系可求得 $\cos\theta$ 的值.

【详解】由题意可知，直线 l 的斜率为 $k=-\dfrac{1}{2}$，即 $\tan\theta=-\dfrac{1}{2}$，$\therefore\theta$ 为钝角，则 $\cos\theta<0$，

由同角三角函数的基本关系可得 $\begin{cases}\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=-\dfrac{1}{2}\\ \sin^2\theta+\cos^2\theta=1\\ \cos\theta<0\end{cases}$，解得 $\cos\theta=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选：A.

【点睛】本题考查直线的倾斜角，考查直线倾斜角与斜率的关系，考查三角函数值的求法，是基础题.

3. 数学与建筑的结合造就建筑艺术品，如吉林大学的校门是一抛物线形水泥建筑物，如图.若将该大学的校门轮廓（忽略水泥建筑的厚度）近似看成抛物线 $y=ax^2\left(a?\ \ 0\right)$ 的一部分，且点 $A\left(2,-2\right)$ 在该抛物线上，则该抛物线的焦点坐标是（　　）

A. $\left(0,-\dfrac{1}{2}\right)$　　B. （0，－1）　　C. $\left(0,-\dfrac{1}{4}\right)$　　D. $\left(0,-\dfrac{1}{8}\right)$

【答案】A

【解析】

【分析】根据点 A 的坐标求得 a，由此求得抛物线的焦点坐标.

【详解】依题意 $A\left(2,-2\right)$ 在抛物线 $y=ax^2\left(a?\ \ 0\right)$ 上，

所以 $-2=a\times2^2\Rightarrow a=-\dfrac{1}{2}$，

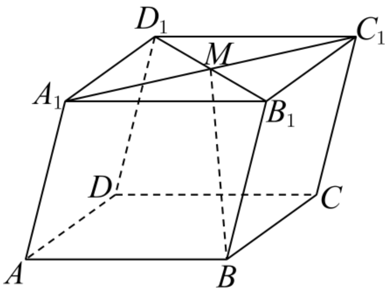
所以 $y=-\dfrac{1}{2}x^2,x^2=-2y$，

故 $2p=2,\dfrac{p}{2}=\dfrac{1}{2}$，且抛物线开口向下，

所以抛物线的焦点坐标为 $\left(0,-\dfrac{1}{2}\right)$.

故选：A

4. 如图所示，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 交点，若 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，则 $\overrightarrow{BM}=$（　　）



A. $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　B. $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

C. $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　D. $-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据空间向量基本定理结合空间向量线性运算求解.

【详解】由题意可得：$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{B_1M}=\overrightarrow{BB_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{B_1D_1}=\overrightarrow{BB_1}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{A_1D_1}-\overrightarrow{A_1B_1}\right)$

$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$.

故选：D.

5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都是正数，其公比为 4，且 $a_1a_2a_3a_4a_5=4^{10}$，则 $a_4a_6=$（　　）

A. 4^4　　B. 4^6　　C. 4^8　　D. 4^{10}

【答案】C

【解析】

【分析】根据等比数列的性质求解即可.

【详解】解：根据等比数列性质，有 $a_1a_5=a_2a_4=a_3^2$，

因为 $a_1a_2a_3a_4a_5=4^{10}$，所以 $a_1a_2a_3a_4a_5=a_3^5=4^{10}$，解得 $a_3=16$，

因为等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q=4$，

所以，$a_4a_6=a_5^2=\left(a_3q^2\right)^2=\left(16\times4^2\right)^2=4^8$.

故选：C

6. 古希腊数学家阿波罗尼奥斯（约公元前 262～公元前 190 年）的著作《圆锥曲线论》是古代世界光辉的科学成果，他证明过这样一个命题：平面内与两定点距离的比为常数 k（$k>0$，$k\neq1$）的点的轨迹是圆，后

人将这个圆称为阿波罗尼斯圆．在平面直角坐标系中，设 A（－3，0），B（3，0），动点 M 满足 $\frac{|MA|}{|MB|}$＝2，则动点 M 的轨迹方程为

A. $(x-5)^2+y^2=16$　　　　B. $x^2+(y-5)^2=9$

C. $(x+5)^2+y^2=16$　　　　D. $x^2+(y+5)^2=9$

【答案】A

【解析】

【分析】首先设 $M(x,y)$，代入两点间的距离求 $|MA|$ 和 $|MB|$，最后整理方程.

【详解】解析：设 $M(x,y)$，由 $\frac{|MA|}{|MB|}=2$，得 $\frac{(x+3)^2+y^2}{(x-3)^2+y^2}=4$，

可得：$(x+3)^2+y^2=4(x-3)^2+4y^2$，

即 $x^2-10x+y^2+9=0$

整理得 $(x-5)^2+y^2=16$，故动点 M 的轨迹方程为 $(x-5)^2+y^2=16$.选 A.

【点睛】本题考查了轨迹方程的求解方法，其中属于直接法，一般轨迹方程的求解有 1.直接法，2.代入法，3.定义法，4.参数法.

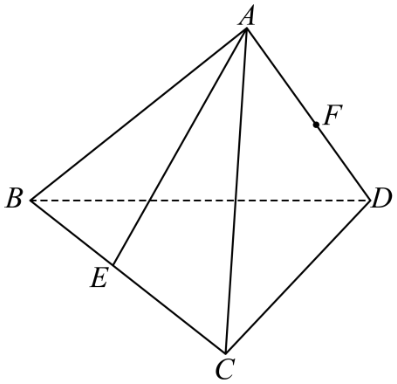
7. 已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 a，点 E，F 分别是 BC，AD 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的值为（　　）

A. a^2　　　　B. $\frac{1}{2}a^2$　　　　C. $\frac{1}{4}a^2$　　　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

【答案】C

【解析】

【分析】根据向量的线性运算得出 $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$，根据正四面体的性质得出 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AD}\right|=a$，且 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{AD}$ 三向量两两夹角为 $\frac{\pi}{3}$，即可通过向量数量积的运算率得出答案.

【详解】

$\because$ 四面体 $ABCD$ 是正四面体，

$\therefore \left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AD}\right|=a$，且 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{AD}$ 三向量两两夹角 $\frac{\pi}{3}$，

$\because$ 点 E，F 分别是 BC，AD 的中点，

$\therefore \overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$，

则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AD}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{4}\left(a^2\cos\frac{\pi}{3}+a^2\cos\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{4}a^2$，

故选：C.

8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，直线 l 经过点 F_2 且与该双曲线的右支交于 A,B 两点，若△ AF_1B 的周长为 $7a$，则该双曲线离心率的取值范围是（　）

A. $\left(1,\frac{\sqrt{7}}{2}\right]$　　B. $\left(\frac{\sqrt{11}}{2},\sqrt{7}\right)$　　C. $\left[\frac{\sqrt{7}}{2},\sqrt{7}\right]$　　D. $\left[\frac{\sqrt{7}}{2},\frac{\sqrt{11}}{2}\right)$

【答案】A

【解析】

【分析】根据双曲线定义及焦点三角形周长、焦点弦的性质有 $4a+\frac{4b^2}{a}\le 7a$，即可求离心率范围.

【详解】根据双曲线定义知：△ AF_1B 的周长为 $4a+2|AB|$，而 $\left|AB\right|\ge\frac{2b^2}{a}$，

所以 $4a+2\left|AB\right|\ge 4a+\frac{4b^2}{a}$，而△ AF_1B 的周长为 $7a$，

所以 $4a+\frac{4b^2}{a}\le 7a$，即 $4b^2\le 3a^2$，所以 $4\left(c^2-a^2\right)\le 3a^2$，解得 $e\le\frac{\sqrt{7}}{2}$，

双曲线离心率的取值范围是$\left(1,\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right]$.

故选：A

二、多选题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.）

9. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_1<0$，$S_7=S_{12}$，则（　　）

A. 数列$\{a_n\}$是递减数列

B. $a_{10}=0$

C. $S_n<0$时，n 的最大值是 18

D. $S_2<S_{16}$

【答案】BC

【解析】

【分析】根据等差数列的性质和前 n 项求和公式可得$a_1=-9d$、$d>0$，结合通项公式和前 n 项求和公式计算，依次判断选项即可.

【详解】设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，

由$S_7=S_{12}$，得$7a_1+\dfrac{7\times 6}{2}d=12a_1+\dfrac{12\times 11}{2}d$，

解得$a_1=-9d$，因为$a_1<0$，所以$d>0$.

A：由$d>0$，可得$a_{n+1}-a_n=d>0$

所以等差数列$\{a_n\}$为递增数列，故 A 错误；

B：$a_{10}=a_1+9d=-9d+9d=0$，故 B 正确；

C：$S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d=-9nd+\dfrac{n^2}{2}d-\dfrac{n}{2}d=\dfrac{d}{2}(n^2-19n)$，

由$S_n<0$可得$n^2-19n<0$，所以$0<n<19$，又$n\in \mathrm{N}^*$，

所以 n 的最大值是 18，故 C 正确；

D：$S_2=2a_1+d=2\times(-9d)+d=-17d$，$S_{16}=16a_1+\dfrac{16\times 15}{2}d=16\times\left(-9d\right)+\dfrac{16\times 15}{2}d=-24d$，

由$d>0$，得$S_2>S_{16}$，故 D 错误.

故选：BC.

10. 圆C:$(x+2)^2+(y-3)^2=16$，直线$l:3x+4y+19=0$，点M 在圆C 上，点N 在直线l 上，则下列结

论正确的是（　　）

A. 圆 C 关于直线 $3x-2y=0$ 对称

B. $|MN|$ 的最大值是 9

C. 从 N 点向圆 C 引切线，切线长的最小值是 3

D. 直线 $y=k(x-1)+1$ 被圆 C 截得的弦长取值范围为 $\left[2\sqrt{3},8\right]$

【答案】CD

【解析】

【分析】根据 $C(-2,3)$ 不在直线 l 上判断 A；根据 $|MN|\in[1,+\infty)$ 判断 B；根据 $CN\perp l$ 时，切线长最小求解判断 C；根据直线 $y=k(x-1)+1$ 过定点 $(1,1)$，再结合弦长公式判断 D.

【详解】解：对于 A 选项，$\because$ 圆 $C:(x+2)^2+(y-3)^2=16$，$\therefore$ 圆心 $C(-2,3)$，半径 $r=4$，

$\because 3\times(-2)-2\times3\neq0$，$\therefore$ 圆 C 不关于直线 $3x-2y=0$ 对称，故 A 选项错误；

对于 B 选项，由圆心 C 到直线 $l:3x+4y+19=0$ 的距离为：$d=\dfrac{|3\times(-2)+4\times3+19|}{\sqrt{3^2+4^2}}=5>4$，

$\therefore |MN|$ 的最小值是 $d-r=1$，故 $|MN|\in[1,+\infty)$，故 B 选项错误；

对于 C 选项，从 N 点向圆 C 引切线，当 $CN\perp l$ 时，切线长最小，最小值是 $\sqrt{5^2-4^2}=3$，故 C 正确；

对于 D 选项，直线 $y=k(x-1)+1$ 过定点 $(1,1)$，该定点在圆 C 内，

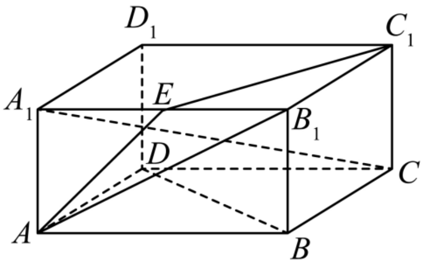
所以直线 $y=k(x-1)+1$ 被圆 C 截得的弦长最长时，所截弦长为过点 $(1,1)$ 和圆心的圆 C 的直径，即弦长的最大值为 8，

最短的弦长为垂直与该直径的弦长，$(1,1)$ 和圆心 $C(-2,3)$ 的距离为 $\sqrt{(1-(-2))^2+(1-3)^2}=\sqrt{13}$，最短弦长为 $2\sqrt{4^2-13}=2\sqrt{3}$，

故直线 $y=k(x-1)+1$ 被圆 C 截得的弦长取值范围为 $\left[2\sqrt{3},8\right]$，D 正确.

故选：CD.

11. 如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2$，$AA_1=1$，E 为棱 A_1B_1 的中点，则（　　）



A. $AB_1//$面BC_1D　　　　B. $A_1C\perp BD$

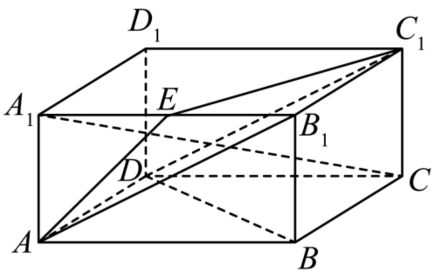
C. 平面AC_1E截该长方体所得截面面积为$\frac{3\sqrt{5}}{2}$　　　　D. 三棱锥$A-B_1C_1E$的体积为$\frac{1}{3}$

【答案】ABD

【解析】

【分析】对于A：根据长方体的性质得出$AB_1//DC_1$，即可证明；对于B：根据底面$ABCD$是正方体，得出$BD\perp AC$，根据三垂线定理结合长方体性质即可证明；对于C：根据长方体对称性易知平面AC_1E截该长方体所得截面面积为$2S_{\vartriangle AEC_1}$，根据已知得出AE，EC_1，AC_1，即可根据余弦定理得出$\cos\angle AEC_1$，即可根据同角三角函数公式得出$\sin\angle AEC_1$，即可根据三角形面积公式得出答案验证；对于D：根据已知直接利用三棱锥的体积公式得出答案；

【详解】对于选项A：连接C_1D，



$\because ABCD-A_1B_1C_1D_1$为长方体，$\therefore AD//B_1C_1$，$AD=B_1C_1$，$\therefore$四边形$ADC_1B_1$是平行四边形，

$\therefore AB_1//DC_1$，

$\because AB_1\not\subset$平面BC_1D，$DC_1\subset$平面BC_1D，

$\therefore AB_1//$面BC_1D，故选项A正确；

对于选项B：

$\because AB=BC=2$，

$\therefore BD\perp AC$，

$\because A_1A\perp$平面$ABCD$，

$\therefore A_1C$在平面$ABCD$上的投影为AC，

$\therefore A_1C\perp BD$，故选项 B 正确；

对于选项 C：

根据长方体对称性易知平面AC_1E截该长方体所得截面面积为$2S_{\triangle AEC_1}$，

$\because AB=BC=2$， $AA_1=1$，

$\therefore AE=\sqrt{2}$， $EC_1=\sqrt{5}$， $AC_1=3$，

$\therefore \cos\angle AEC_1=\dfrac{2+5-9}{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，

由$\therefore \cos^2\angle AEC_1+\sin^2\angle AEC_1=1$， $\sin\angle AEC_1>0$可得$\sin\angle AEC_1=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，

则$2S_{\triangle AEC_1}=2\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times\dfrac{3\sqrt{10}}{10}=3$，故 C 错误；

对于选项 D：

三棱锥$A-B_1C_1E$的底面积$S_{\triangle B_1C_1E}=\dfrac{1}{2}\times1\times2=1$，高为$h=1$，

则三棱锥$A-B_1C_1E$的体积为$V_{A-B_1C_1E}=\dfrac{1}{3}\times1\times1=\dfrac{1}{3}$，故 D 正确；

故选：ABD.

12. 已知O为坐标原点，F_1，F_2分别是渐近线方程为$x\pm2y=0$的双曲线E的左、右焦点，M为双曲线E上任意一点，MN平分$\angle F_1MF_2$，且$\overrightarrow{F_1N}\cdot\overrightarrow{MN}=0$，$|ON|=4$，则（　　）

A. 双曲线E的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$

B. 双曲线E的离心率为$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

C. 点M到两条渐近线的距离之积为$\dfrac{16}{5}$

D. 若直线MF_1与双曲线E的另一支交于点P,Q为MP的中点，则$k_{OQ}\times k_{PM}=\dfrac{1}{4}$

【答案】BCD

【解析】

【分析】不妨设 M 为双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右支上一点，延长 MF_2， F_1N 交于点 G，进而得 $|MF_1|=|MG|$， $|NF_1|=|NG|$，再结合双曲线的定义，中位线定理得 $a=4$， $b=2$，进而判断 AB；设 $M\left(x_1,y_1\right)$，则 $\frac{x_1^2-4y_1^2}{16}=1$，再直接计算点 M 到两条渐近线的距离之积判断 C；设 $P\left(x_2,y_2\right)$， $Q(x,y)$，根据点差法求解判断 D.

【详解】解：不妨设 M 为双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右支上一点，

延长 MF_2， F_1N 交于点 G，如图，

因为 MN 平分 $\angle F_1MF_2$，且 $\overrightarrow{F_1N}\cdot\overrightarrow{MN}=0$，即 $\overrightarrow{F_1N}\perp\overrightarrow{MN}$，

所以，在 $\mathrm{Rt}\triangle MF_1N$ 与 $\mathrm{Rt}\triangle MGN$ 中， $\begin{cases}\angle F_1MN=\angle NMG\\ MN=MN\\ \angle F_1NM=\angle GNM=90^\circ\end{cases}$，

所以， $\mathrm{Rt}\triangle MF_1N\cong\mathrm{Rt}\triangle MGN$，故 $|MF_1|=|MG|$， $|NF_1|=|NG|$

根据双曲线的定义得， $|MF_1|-|MF_2|=|MG|-|MF_2|=|GF_2|=2a$，

在 $\triangle F_1GF_2$ 中， ON 为其中位线， $|ON|=4$

所以， $|ON|=\frac{1}{2}|GF_2|=a=4$，

因为双曲线 E 的渐近线方程为 $x\pm 2y=0$，

所以 $\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$，得 $b=2$， $c^2=b^2+a^2=20$， $c=2\sqrt{5}$

所以双曲线 E 的标准方程为 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$，离心率为 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

所以 A 不正确，B 正确；

设 $M\left(x_1,y_1\right)$，则 $\frac{x_1^2}{16}-\frac{y_1^2}{4}=1$，即 $\frac{x_1^2-4y_1^2}{16}=1$

所以，点 M 到两条渐近线的距离之积为 $\frac{|x_1+2y_1|}{\sqrt{1+4}}\cdot\frac{|x_1-2y_1|}{\sqrt{1+4}}=\frac{x_1^2-4y_1^2}{5}=\frac{16}{5}$，所以 C 正确；

设 $P\left(x_2,y_2\right)$， $Q(x,y)$，因为 P， M 在双曲线 E 上，

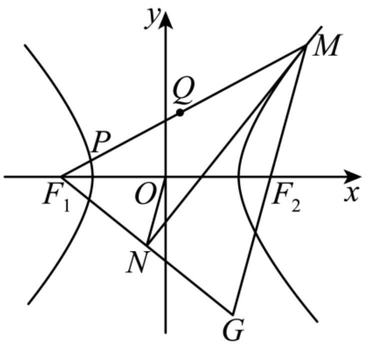
所以 $\frac{x_1^2}{16}-\frac{y_1^2}{4}=1$①， $\frac{x_2^2}{16}-\frac{y_2^2}{4}=1$②，

①−②并整理得，$\frac{x_1+x_2}{y_1+y_2}=\frac{4(y_1-y_2)}{x_1-x_2}$，即 $\frac{2x}{2y}=\frac{4(y_1-y_2)}{x_1-x_2}$，

因为 $k_{MP}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2},k_{OQ}=\frac{y}{x}$

所以 $k_{ON}\cdot k_{MP}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\cdot\frac{y}{x}=\frac{1}{4}$，所以 D 正确.

故选：BCD.



【点睛】关键点点睛：本题解题的关键在于延长 MF_2，F_1N 交于点 G，进而结合几何关系得到 N 为 F_1G 的中点，进而求得双曲线的解析式.

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 若直线 $ax+y=0$ 与直线 $4x+ay+a-2=0$ 平行，则 $a=$______.

【答案】-2

【解析】

【分析】根据两条直线平行列方程，由此求得 a 的值.

【详解】解：将直线 $ax+y=0$ 变形为 $a^2x+ay=0$，

因为直线 $ax+y=0$ 与直线 $4x+ay+a-2=0$ 平行，

所以 $\begin{cases}a^2=4\\a-2\neq 0\end{cases}$，解得 $a=-2$.

故答案为：-2

14. 数列 $\left\{\frac{2}{a_n+1}\right\}$ 是等差数列，且 $a_1=1$，$a_4=-\frac{1}{2}$，那么 $a_{2022}=$______.

【答案】$-\frac{1010}{1011}$

【解析】

【分析】根据等差数列的通项公式，进而写出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，可得答案.

【详解】解：令 $b_n=\dfrac{2}{a_n+1}$，因为 $a_1=1$，$a_4=-\dfrac{1}{2}$，

所以 $b_1=1$，$b_4=4$，则 $\{b_n\}$ 的公差为 $\dfrac{4-1}{4-1}=1$，

所以 $b_n=n$，故 $a_n=\dfrac{2}{n}-1$，

所以 $a_{2022}=\dfrac{2}{2022}-1=\dfrac{1}{1011}-1=-\dfrac{1010}{1011}$.

故答案为：$-\dfrac{1010}{1011}$.

15. 若圆 $x^2+y^2=1$ 与圆 $x^2+y^2-6x-8y-a=0$ 恰有两条公切线，则实数 a 的取值范围为______.

【答案】$(-9,11)$

【解析】

【分析】由题知圆 $x^2+y^2=1$ 与圆 $x^2+y^2-6x-8y-a=0$ 相交，进而根据位置关系求解即可.

【详解】解：由题知圆 $x^2+y^2=1$ 的圆心为 $(0,0)$，半径为 $r=1$，

圆 $x^2+y^2-6x-8y-a=0$ 的圆心为 $(3,4)$，半径为 $R=\sqrt{25+a}>0$，

因为圆 $x^2+y^2=1$ 与圆 $x^2+y^2-6x-8y-a=0$ 恰有两条公切线，

所以圆 $x^2+y^2=1$ 与圆 $x^2+y^2-6x-8y-a=0$ 相交，

所以 $\left|\sqrt{25+a}-1\right|=|R-r|<\sqrt{3^2+4^2}=5<R+r=\sqrt{25+a}+1$，

所以，$\begin{cases}\left|\sqrt{25+a}-1\right|<5\\ 5<\sqrt{25+a}+1\end{cases}$，解得 $-9<a<11$.

所以，实数 a 的取值范围为 $(-9,11)$

故答案为：$(-9,11)$

16. 在四棱锥 $A-BCDE$ 中，$AB\perp$ 平面 $BCDE$，$BC\perp CD$，$BE\perp DE$，$\angle CBE=120°$，且 $AB=BC=BE=2$，则该四棱锥的外接球的表面积为______.