专题04 全等三角形（5个考点清单+8种题型解读）

考点清单

目录

【知识点01】全等图形

（一）全等图形概念：能完全重合的图形叫做全等图形．

（二）特征：（1）形状相同；（2）大小相等；（3）对应边相等、对应角相等．

【知识点02】全等三角形及其性质

（一）全等三角形概念：两个能完全重合的三角形叫做全等三角形．

点拨：把两个全等三角形重合到一起，重合的顶点叫做对应顶点，重合的边叫做对应边，重合的角叫做对应角．

（二）表示方法：全等用符号“≌”，读作“全等于”．

点拨：

（1）书写三角形全等时，要注意把对应顶点的字母写在对应的位置上．

（2）找全等三角形对应边、对应角的几种常用方法：

①全等三角形对应角所对的边是对应边，两个对应角所夹的边是对应边．

②全等三角形对应边所对的角是对应角，两条对应边所夹的角是对应角．

③有公共边的，公共边是对应边．

④有公共角的，公共角是对应角．

⑤有对顶角的，对顶角是对应角．

⑥两个全等三角形中一对最长边（或最大角）是对应边（或对应角），一对最短边（或最小

角）是对应边（或对应角）.

⑦由全等三角形的表示方法确定对应边和对应角，如：若$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，则$AB$和$DE$，$AC$和$DF$，$BC$和$EF$分别是对应边；$\angle A$和$\angle D$，$\angle B$和$\angle E$，$\angle C$和$\angle F$分别是对应角.

【知识点03】全等三角形性质

（1）全等三角形的对应边相等，对应角相等.（2）全等三角形对应边上的高、中线以及对应角的平分线相等.（3）全等三角形的周长相等，面积相等.

【知识点04】全等三角形的判定

（一）判定定理

（1）三边分别相等的两个三角形全等，简写成“边边边”或“SSS"（基本事实)；

（2）两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等，简写成“边角边”或“SAS’（基本事实)；

（3）两角和它们的夹边分别相等的两个三角形全等，简写成“角边角”或“ASA''（基本事实)；

（4）两角和其中一角的对边分别相等的两个三角形全等，简写成“角角边”或“AAS"；

（5）斜边和一条直角边分别相等的两个直角三角形全等，简写成“斜边、直角边”或“HL”.

点拨：

	一般三角形	直角三角形
判定	边角边（SAS）、角边角（ASA）角角边（AAS）、边边边（SSS）	具备一般三角形的判定方法斜边和一条直角边对应相等（HL）

注意：

（1）“*SSA*”“*AAA*''不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有一组边对应相等；

非直角三角形中，如果有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

（2）“HL”与“*SSA*”

一般的两个三角形满足两边及其中一边的对角对应相等即“*SSA*”条件时，它们并不全等，但当其中的“*A*”是直角时，这两个直角三角形就是全等的，这就是判定两个直角三角形全等特有的“HL''定理.

（二）证题的思路

- 已知两边
  - 找夹角（SAS）
  - 找直角（HL）
  - 找第三边（SSS）
- 已知一边一角
  - 若边为角的对边，则找 任意角（AAS）
  - 边为角的邻边
    - 找已知角的另一边（SAS）
    - 找已知边的对角（AAS）
    - 找夹已知边的另一角（ASA）
- 已知两角
  - 找两角的夹边（ASA）
  - 找任意一边（AAS）

【知识点05】尺规作图

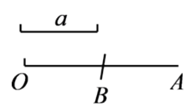
（一）尺规作图的概念

在几何里，用无刻度的直尺和圆规作图，就是尺规作图．最基本、最常用的尺规作图通常称作基本作图．

（二）基本作图

1．作一条线段与已知线段相等

已知：线段a（如图所示）．

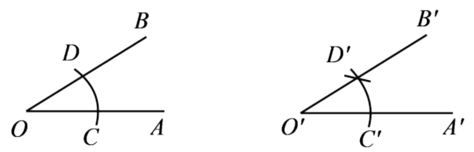


求作：一条线段长度等于a．

作法：①任何一条射线OA；②在射线OA上截取$OB=a$（以O为圆心，以a的长为半径画弧，交OA于点B），则OB即为所求作的线段．

2．作一个角等于已知角

已知：$\angle AOB$（如图所示）．



求作：$\angle A'O'B'$，使$\angle A'O'B'=\angle AOB.$

作法：(1）以点O为圆心，以任意长为半径画弧，分别交OA，OB于点C,D;

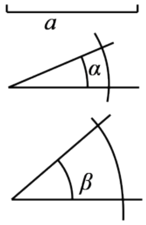
（2）作射线$O'A'$，以点O'为圆心，以OC长为半径面弧，交$O'A'$于点C'；

（三）运用基本作图作三角形

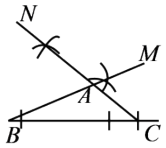
在作三角形时，一般先画出草图，分析作图步骤以及相应的字母表示，选择正确的作图程序，再按分析后编写的字母写出已知，求作，按步骤一边画图一边写好作法.

作法中不需要重述基本作图的过程.

例如：已知线段 $a,\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$，如图所示，求作 ΔABC,使 $BC=a,\angle B=\angle\alpha,\angle C=\angle\beta$.



(1)



(2)

作法：如图所示.

①作线段 $BC=a$;

②在 BC 的同侧作 $\angle MBC=\angle\alpha,\angle NCB=\angle\beta,BM$ 与 CN 交于点 A,则 ΔABC 就是所求作的三角形.

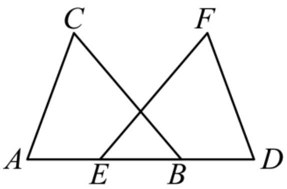
题型清单

【考点题型一】全等三角形的性质

【例 1】

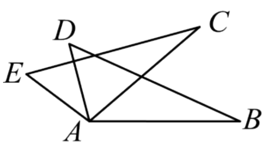
（23-24 八年级上·江苏苏州·期末）

1．如图，已知 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$，$\angle A=70°$，$\angle DEF=50°$，则 $\angle F=$________.



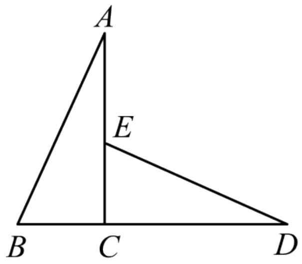
【变式 1-1】（23-24 八年级上·河南郑州·期末）

2．如图，$\triangle ABD\cong\triangle ACE,\angle B=30°,\angle E=45°$，则 $\angle EAC=$_____.



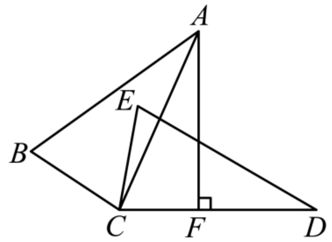
【变式 1-2】（23-24 七年级下·广东深圳·期末）

3. 如图，$\triangle ABC\cong\triangle DEC$，点 A,C,E 在同一条直线上，$BC=2$，$CD=5$，则 AE 的长为_______.



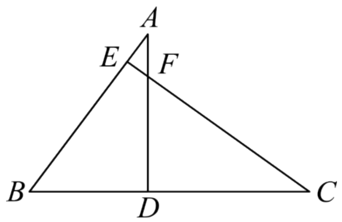
【变式 1-3】（23-24 七年级上·山东威海·期末）

4．如图，$\triangle ABC\cong\triangle DEC$，$AF\perp CD$，若$\angle BCE=65°$，则$\angle CAF=$_____°.



【变式 1-4】（23-24 七年级下·山西临汾·期末）

5．如图，$\triangle ABD\cong\triangle CFD$，且点 B，D，C 在一条直线上，点 F 在AD上，延长CF交AB于点 E.



(1)试说明：$CE\perp AB$.

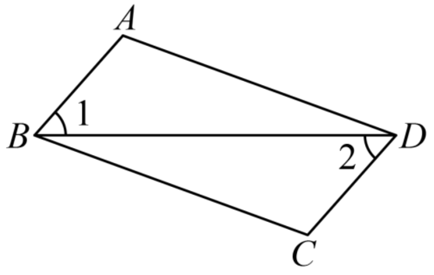
(2)若$BD=3$，$AF=1$，求 BC 的长.

【考点题型二】添加一个条件使两三角形全等

【例 2】

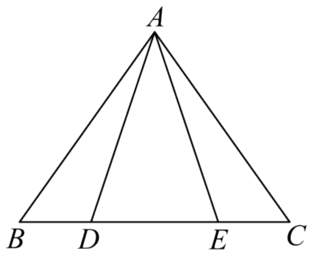
（23-24 八年级上·贵州遵义·期末）

6．如图，线段BD是四边形$ABCD$的对角线，$\angle 1=\angle 2$，请添加一个条件使得$\triangle ABD\cong\triangle CDB$，添加的条件为__________.



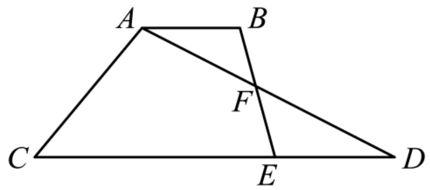
【变式 2-1】（23-24 七年级下·江西景德镇·期末）

7．如图， D， E 是边 BC 上的两点，$BD=CE$，$\angle ADB=\angle AEC$， 现要直接用“AAS”定理来证明$\triangle ABD\cong\triangle ACE$， 请你再添加一个条件： ________.



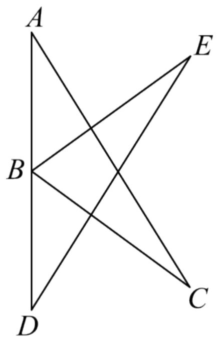
【变式 2-2】（23-24 七年级下·甘肃白银·期末）

8．如图，已知 $AB\parallel CD$，要使$\triangle ABF\cong\triangle DEF$，只需添加一个条件：_____（写一个即可）.



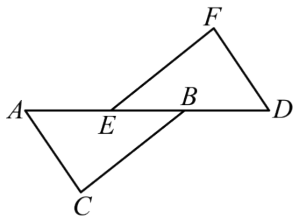
【变式 2-3】（23-24 七年级下·河南郑州·期末）

9．如图，B 是 AD 中点，$\angle C=\angle E$，请添加一个条件，使得$\triangle ABC\cong\triangle DBE$，可以添加的条件是_____.（写出一个即可）



【变式 2-4】（23-24 八年级上·湖北咸宁·期末）

10．如图已知 $AE=BD$， $BC=EF$，



(1)添加下列条件：①$\angle F=\angle C$；②$EF\parallel BC$；

③$AC=FD$；④$AC\parallel FD$.

其中能证明$\triangle ABC$与$\triangle DEF$全等的有______（直接填序号）；

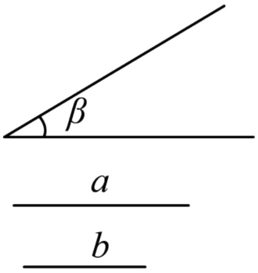
(2)在（1）中选择一个进行证明．

【考点题型三】利用尺规作图--三角形

【例 3】

（23-24 八年级上·浙江·期末）

11．已知$\angle\beta$和线段a，b（如图）．

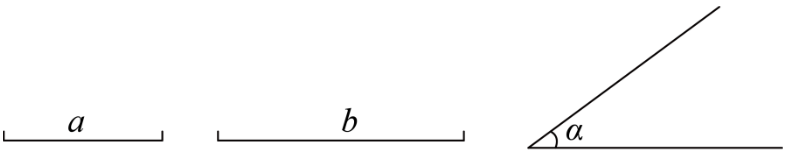


(1)用直尺和圆规作$\triangle ABC$（点A在BC的上方），使$\angle B=\angle\beta$，$BC=a$，$AC=b$（做出图形，保留痕迹，不写作法）．

(2)这样的三角形能作几个？

【变式 3-1】（23-24 七年级下·重庆·期末）

12．如图，已知线段a，b和$\angle\alpha$．



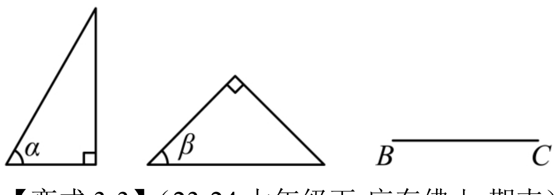
求作：$\triangle ABC$，使得$\angle A=\angle\alpha$，$AB=a+b$，$AC=b$．（不写作法，不下结论，保留清晰的作图痕迹）

【变式 3-2】（23-24 七年级下·辽宁本溪·期末）

13．尺规作图：

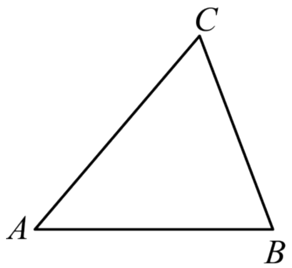
如图，线段BC和一副三角尺，其中$\angle\alpha=60°,\angle\beta=45°$．

求作：以线段BC为一条边作$\triangle ABC$，使得$\angle ABC=60°,\angle BAC=75°$．（要求：保留作图痕迹，不写作法）



【变式 3-3】（23-24 七年级下·广东佛山·期末）

14．如题图，已知$\triangle ABC$．

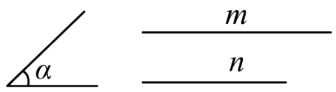


(1)请根据“SAS”作$\triangle BCD$，使$\triangle DCB\cong\triangle ABC$，其中点$D$在$BC$右侧，且$DC=AB$（要求：尺规作图，只保留作图痕迹，不要求写出作法）；

(2)若$\angle ACB=60°$，$\angle ABC$比$\angle CAB$的2倍小$15°$，求$\angle ACD$的度数．

【变式3-4】（23-24七年级下·江苏淮安·期末）

15．如图，已知线段m，n及$\angle\alpha$．利用直尺和圆规作图，不写作法，保留作图痕迹；



(1)求作所有满足条件的$\triangle ABC$（全等除外），使得$\angle B=\alpha$，$BC=m$，$AC=n$；

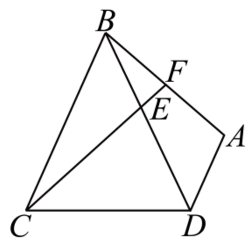
(2)在（1）中所作图中，过点C向直线AB画垂线，与直线AB交于点H；并结合图形，直接写出三条线段AB、BH和AH的数量关系为_；

【考点题型四】三角形全等的判定与性质

【例4】

（22-23七年级下·重庆·期末）

16．如图，$BC=BD,BC\parallel AD$，点E为BD上一点，且$\angle ABD=\angle BCE$，延长CE交AB于点F．

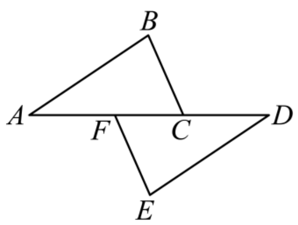


(1)求证：$\triangle ABD\cong\triangle ECB$；

(2)若$\angle BCE=25°$，$\angle CFA=100°$，求$\angle BDC$的度数．

【变式4-1】（23-24八年级下·贵州黔西·期末）

17．如图，点A，F，C，D在一条直线上，$AB\parallel DE$，$BC\parallel EF$，$AB=DE$.

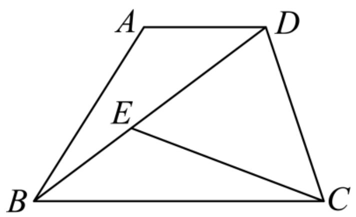


(1)求证：$\triangle ABC \cong \triangle DEF$；

(2)若 $AF=5$，$CF=4$，求 AD 的长．

【变式 4-2】（23-24 八年级上·安徽·期末）

18．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，E 为对角线 BD 上一点，$\angle A+\angle CED=180°$，且 $AD=BE$．

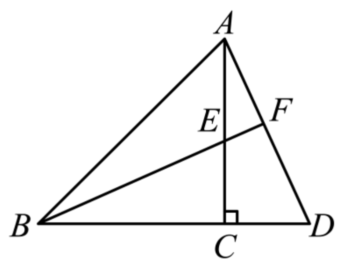


(1)求证：$\triangle ABD \cong \triangle ECB$．

(2)若 $BC=15$，$DE=9$，求 AD 的长．

【变式 4-3】（23-24 八年级上·广东东莞·期末）

19．如图，在 $\triangle ABD$ 中，AC 是 BD 边上的高，点 E 在 AC 上，$AC=BC$，$CE=CD$，连接 BE 并延长交 AD 于点 F.

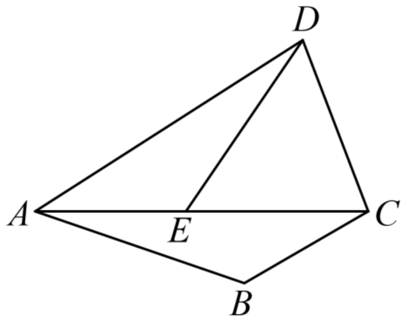


(1)求证：$BE=AD$；

(2)若 BF 恰好平分 $\angle ABD$，$AF=2$，求 BE 的长

【变式 4-4】（23-24 七年级下·辽宁沈阳·期末）

20．如图，点 E 在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上，$AE=BC$，$BC \parallel AD$，$\angle CED=\angle BAD$．



(1)判断$\triangle ABC$与$\triangle DEA$是否全等，请说明理由；

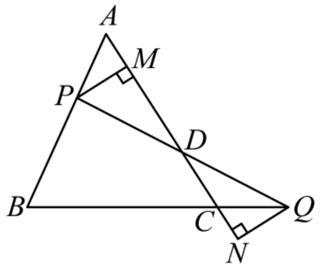
(2)若$\angle ACB=30^{\circ}$，求$\angle BCD$的度数．

【考点题型五】用 HL 证明两直角三角形全等

【例 5】

（23-24 八年级上·广东肇庆·期末）

21．如图，$\triangle ABC$中，P为AB上一点，Q为BC延长线上一点，且$PA=CQ$，过点P作$PM\perp AC$于点M，过点Q作$QN\perp AC$交AC的延长线于点N，且$PM=QN$，连PQ交AC边于D．求证：

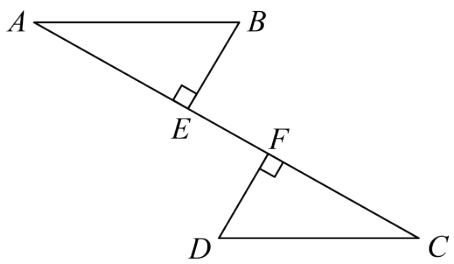


(1)$\triangle APM\cong\triangle CQN$；

(2)$DM=\frac{1}{2}AC$．

【变式 5-1】（22-23 八年级上·北京朝阳·期末）

22．如图，$AB=CD$，$BE\perp AC$于点E，$DF\perp AC$于点F，$AF=CE$．

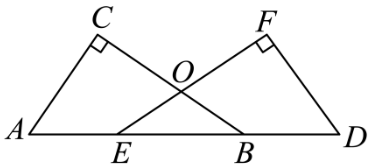


(1)求证：$\triangle ABE\cong\triangle CDF$；

(2)求证：$AB\parallel CD$．

【变式 5-2】（23-24 七年级下·四川甘孜·期末）

23．如图，已知$\angle C=\angle F=90^\circ$，$\angle A=51^\circ$，$AC=DF$，$AE=DB$，$BC$与$EF$交于点$O$.

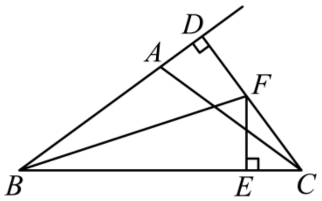


(1)求证：$\triangle ABC\cong\triangle DEF$.

(2)求$\angle BOF$.

【变式5-3】（23-24八年级下·山东青岛·期末）

24．如图，等腰$\triangle ABC$中，CD是腰AB上的高，在底边BC上截取$BE=BD$，过点E作$EF\perp BC$交CD于F.

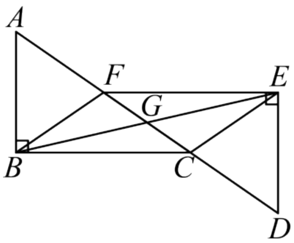


(1)求证：$FD=FE$

(2)若$\angle DFB=70^\circ$，求$\angle DCA$的度数.

【变式5-4】（23-24七年级下·四川成都·期末）

25．如图，$\mathrm{Rt}\triangle ABC$与$\mathrm{Rt}\triangle DEF$中，$\angle ABC=\angle DEF=90^\circ$，$BC=EF$，线段$AC$与线段$DF$在一条直线上，且$AF=CD$，连接$EC$，$BF$，$BE$，$BE$与$AD$相交于点$G$.



(1)$\triangle ABF$与$\triangle DEC$全等吗？为什么？

(2)试说明点G是线段BE的中点.

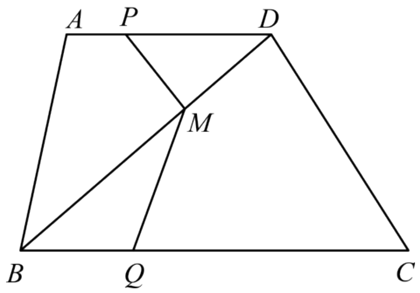
【考点题型六】利用三角形全等求时间或线段长的多解问题

【例6】

（23-24七年级下·江苏苏州·期末）

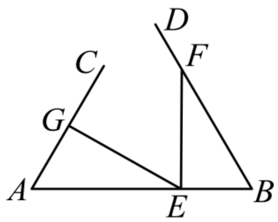
26．如图，在四边形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，$AD=6\text{cm}$，$BD=10\text{cm}$，$BC>8\text{cm}$．动点P以1cm/s的速度从点A出发沿边AD向点D匀速移动，动点Q以2cm/s的速度从点B出发沿边BC向点C匀速移动，动点M从点B出发沿对角线BD向点D匀速移动，三点同时出发．连接PM、QM，当动点M的速度为 ________ cm/s时，存在某个时刻，使得以P、D、M为顶

点的三角形与$\triangle QBM$ 全等．



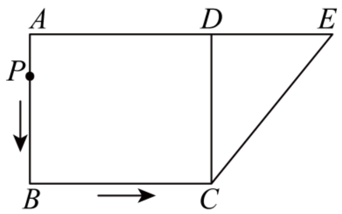
【变式 6-1】（23-24 八年级上·河南商丘·期末）

27．如图，$\angle A=\angle B$，$AB=20$，E、F 分别为线段 AB 和射线 BD 上的一点，若点 E 从点 B 出发向点 A 运动，同时点 F 从点 B 出发沿射线 BD 运动，二者速度之比为 2：3，当点 E 运动到点 A 时，两点同时停止运动．在射线 AC 上取一点 G，使$\triangle AEG$ 与$\triangle BEF$ 全等，则 AG 的长为 ________．



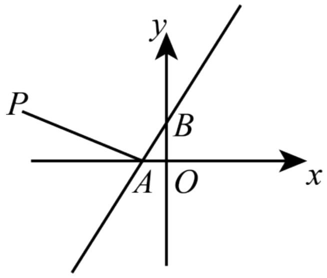
【变式 6-2】（23-24 七年级下·河南驻马店·期末）

28．如图，在长方形 $ABCD$ 中，$AD\,//\,BC$，$AB=CD=5$，$AD=BC=6$，$\angle ADC=90^{\circ}$，延长 AD 至点 E，使 $DE=4$，连接 CE．动点 P 从点 A 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿 $AB-BC-CD-DA$ 运动，回到点 A 停止运动，运动时间为：t 秒，当 t 的值为________时，$\triangle CDP$ 和$\triangle CDE$ 全等．



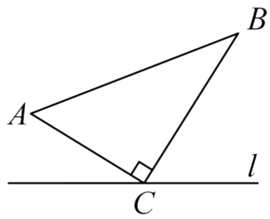
【变式 6-3】（23-24 八年级上·河南焦作·期末）

29．如图，直线 $y=2x+2$ 与 x 轴和 y 轴分别交于 A、B 两点，射线 $AP\perp AB$ 于点 A．若点 C 是射线 AP 上的一个动点，点 D 是 x 轴上的一个动点，且以 C、D、A 为顶点的三角形与$\triangle AOB$ 全等，则点 D 的坐标为 ________．



【变式 6-4】（23-24 八年级上·湖北鄂州·期末）

30．如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=12$，$BC=16$．点 P 从 A 点出发沿 $A\to C\to B$ 路径向终点运动，终点为 B 点；点 Q 从 B 点出发沿 $B\to C\to A$ 路径向终点运动，终点为 A 点．点 P 和 Q 分别以每秒 1 和 3 的运动速度同时开始运动，两点都要到相应的终点时才能停止运动，在某时刻，分别过 P 和 Q 作 $PE\perp l$ 于 E、作 $QF\perp l$ 于 F，当点 P 运动________秒时，以 P、E、C 为顶点的三角形和以 Q、F、C 为顶点的三角形全等．

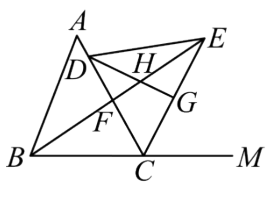


【考点题型七】与全等三角形有关的多结论问题

【例 7】

（23-24 七年级下·黑龙江哈尔滨·期末）

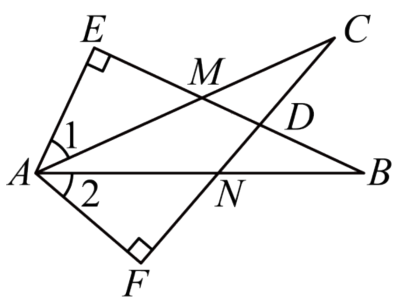
31．如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=60^\circ$，D 为$\triangle ABC$ 边 AC 上一点，$BC=CD$，点 M 在 BC 的延长线上，CE 平分$\angle ACM$，且 $AC=CE$．连接 BE 交 AC 于 F，G 为边 CE 上一点，满足 $CG=CF$，连接 DG 交 BE 于 H．以下结论：①$\triangle ABC\cong\triangle EDC$；②$\triangle BCF\cong\triangle DCG$；③$\angle DHF=60^\circ$．正确的有（　）



A．0 个　　　　B．1 个　　　　C．2 个　　　　D．3 个

【变式 7-1】（23-24 七年级下·陕西咸阳·期末）

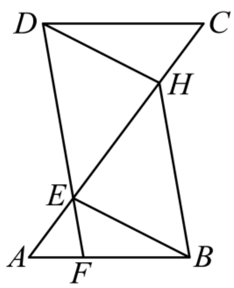
32．如图，在$\triangle AFC$ 与$\triangle AEB$ 中，$\angle E=\angle F=90^\circ$，$\angle B=\angle C$，$AE=AF$，$CF$ 分别交 AB，EB 于点 N，D，AC 交 EB 于点 M，则下列结论：①$\angle 1=\angle 2$；②$BE=CF$；③$CD=DN$；④$\triangle ACN\cong\triangle ABM$，其中正确的有（　）



A．4 个　　　　　B．3 个　　　　　C．2 个　　　　　D．1 个

【变式 7-2】（23-24 八年级上·云南红河·期末）

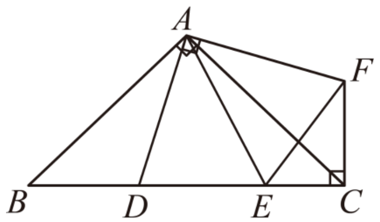
33．如图所示，$AB\parallel CD$，$DH=BE$，$\angle CDH=\angle ABE$，点 F 是 AB 的中点．①$\triangle ABE\cong\triangle CDH$；②$\angle DHE=\angle BEH$；③$DE\parallel BH$；④$S_{\triangle AEF}=S_{\triangle BEF}$；⑤$CD=CE$．以上结论，正确的是（　）



A．①③④⑤　　　　B．②③④⑤　　　　C．①②③④　　　　D．①②③④⑤

【变式 7-3】（23-24 八年级上·湖北黄石·期末）

34．如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle B=\angle C=45°$，D、E是斜边BC上两点，且$\angle DAE=45°$，过点A作$AF\perp AD$，垂足是A，过点C作$CF\perp BC$，垂足是C.交AF于点F，连接EF，下列结论：①$\triangle ABD\cong\triangle ACF$；②$DE=EF$；③若$S_{\triangle AEF}=10$，$S_{\triangle CEF}=4$，则$S_{\triangle ABC}=24$；④$BD+CE=DE$.其中正确的是_____.



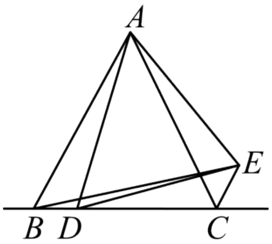
【考点题型八】全等三角形中的动点综合问题

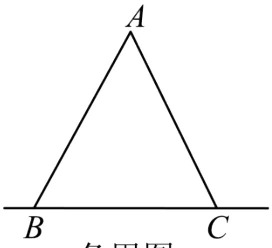
【例 8】

（23-24 七年级下·全国·期末）

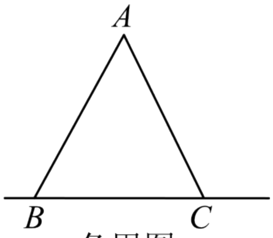
35．如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=a(0°<\alpha<90°)$，$D$为射线$BC$上一动点（不与

点 B、C 重合），在 AD 的右侧作 $\triangle ADE$，使得 $AE=AD$，$\angle DAE=\angle BAC$，连接 CE．





备用图



备用图

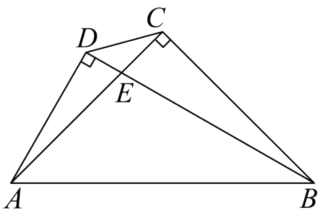
(1)当点 D 在线段 BC 上时，求证：$\triangle BAD\cong\triangle CAE$；

(2)若点 D 运动到线段 BC 上某一点时，恰好有 $AB=CD+CE$，问：线段 CE 与线段 AB 有什么位置关系并说明理由；

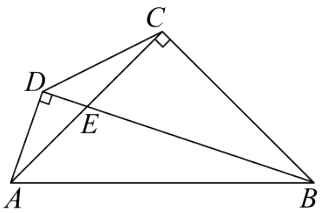
(3)在点 D 的运动过程中，当 DE 垂直于 $\triangle ABC$ 的某边时，则 $\angle DEC=$_（用含 α 的代数式表示）．

【变式 8-1】（23-24 八年级上·贵州遵义·期末）

36．在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，点 E 为 AC 上一动点，过点 A 作 $AD\perp BE$ 于 D，连接 CD．



图①



图②

(1)【观察发现】

如图①，$\angle DAC$ 与 $\angle DBC$ 的数量关系是 _；

(2)【尝试探究】

点 E 在运动过程中，$\angle CDB$ 的大小是否改变，若改变，请说明理由，若不变，求 $\angle CDB$ 的度数；

(3)【深入思考】

如图②，若 E 为 AC 中点，探索 BE 与 DE 的数量关系．

【变式 8-2】（23-24 八年级上·湖南株洲·期末）

37．如图，等腰 $\mathrm{Rt}\triangle ACB$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，E 点为射线 CB 上一动点，连接 AE，作 $AF\perp AE$ 且 $AF=AE$．

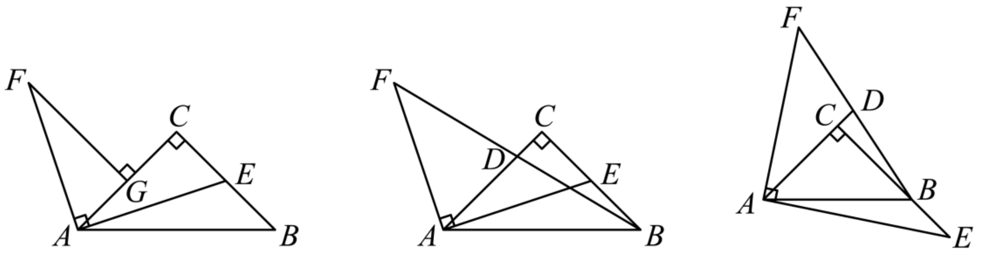


图1　　　　图2　　　　图3

(1)如图 1，过 F 点作 $FG \perp AC$ 交 AC 于 G 点，求证：$\triangle AGF \cong \triangle ECA$；

(2)如图 2，连接 BF 交 AC 于 D 点，若 $\frac{AD}{CD}=3$，求证：E 点为 BC 中点；

(3)如图 3，当 E 点在 CB 的延长线上时，连接 BF 与 AC 的延长线交于 D 点，若 $\frac{BC}{BE}=\frac{4}{3}$，则 $\frac{AD}{CD}=$_.

【变式 8-3】（23-24 七年级下·广东深圳·期末）

38．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC$为锐角，点 D 为直线 BC 上一动点，以 AD 为直角边且在 AD 的右侧作等腰直角三角形 ADE，$\angle DAE=90°$，$AD=AE$.

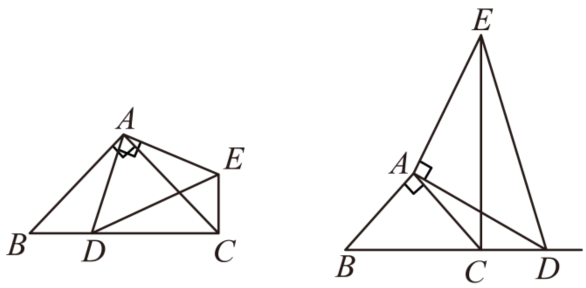


图1　　　　图2　　　　图3

(1)如果 $AB=AC$，$\angle BAC=90°$.

①当点 D 在线段 BC 上时，如图 1，线段 CE、BD 的位置关系为________，数量关系为________；

②当点 D 在线段 BC 的延长线上时，如图 2，①中的结论是否仍然成立，请说明理由.

(2)如图 3，如果 $AB \neq AC$，$\angle BAC \neq 90°$，点 D 在线段 BC 上运动.

探究：当$\angle ACB$多少度时，$CE \perp BC$？请说明理由.

1．60°##60 度

【分析】本题主要考查了全等三角形的对应角相等，并注意运用了三角形的内角和定理，做题时要找准对应关系．

先利用$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，得到对应角相等，然后在$\triangle DEF$中依据三角形内角和定理，求出$\angle F$的大小．

【详解】解：$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$，

$\therefore \angle D = \angle A = 70^\circ$，

$\because \angle DEF = 50^\circ$，

$\therefore \angle F = 180^\circ - \angle D - \angle DEF = 60^\circ$．

故答案为：60°．

2．105°##105 度

【分析】本题考查了全等三角形的性质：对应角相等，可得$\angle C = \angle B = 30^\circ$，最后根据三角形内角和即可求解；

【详解】解：$\because \triangle ABD \cong \triangle ACE$，

$\therefore \angle C = \angle B = 30^\circ$

$\therefore \angle EAC = 180^\circ - \angle C - \angle E = 105^\circ$

故答案为：105°

3．3

【分析】本题主要考查了全等三角形的性质，根据$\triangle ABC \cong \triangle DEC$可得出$CD = AC = 5$，$BC = CE = 2$，再根据线段的和差关系即可得出答案．

【详解】解：$\because \triangle ABC \cong \triangle DEC$，

$\therefore CD = AC = 5$，$BC = CE = 2$，

$\because$点A，C，E在同一条直线上，

$\therefore AE = AC - CE = 5 - 2 = 3$，

故答案为：3．

4．25

【分析】本题主要考查了全等三角形的性质，直角三角形的性质，解题的关键是掌握全等三角形的性质．由$\triangle ABC \cong \triangle DEC$可得$\angle ACB = \angle DCE$，推出$\angle ACD = \angle BCE = 65^\circ$，最后根据直角三角形的性质即可求解．

【详解】解：$\because \triangle ABC \cong \triangle DEC$，

$\therefore \angle ACB = \angle DCE$，

$\therefore \angle ACB - \angle ACE = \angle DCE - \angle ACE$，

即 $\angle ACD = \angle BCE = 65^\circ$，

$\because AF \perp CD$，

$\therefore \angle AFC = 90^\circ$，

$\therefore \angle CAF = 90^\circ - \angle ACD = 25^\circ$，

故答案为：25．

5．(1)见解析

(2) $BC = 7$

【分析】本题考查全等三角形的性质，全等三角形的对应边相等，对应角相等．

（1）根据全等三角形的对应角相等可得 $\angle ADB = \angle CDF$，$\angle A = \angle C$，再由等量代换即可证明；

（2）根据全等三角形的对应边相等可得 $BD = DF = 3$，$AD = CD$，再由等量代换即可求解．

【详解】（1）证明：$\because \triangle ABD \cong \triangle CFD$，

$\therefore \angle ADB = \angle CDF$，$\angle A = \angle C$，

$\because$点 B，D，C 在一条直线上，

$\therefore \angle ADB = \angle CDF = 90^\circ$，

$\because \angle AFE = \angle CFD$，

$\therefore \angle AEF = \angle CDF = 90^\circ$，

$\therefore CE \perp AB$；

（2）解：$\because \triangle ABD \cong \triangle CFD$，

$\therefore BD = DF = 3$，$AD = CD$，

$\because AD = AF + DF = 1 + 3 = 4$，

$\therefore CD = 4$，

$\therefore BC = BD + CD = 3 + 4 = 7$．

6．$\angle A = \angle C$（答案不唯一）

【分析】本题考查了全等三角形的判定，解题的关键是掌握全等三角形的判定定理 SSS,SAS,AA,ASA,HL．根据全等三角形的判定定理，即可解答．

【详解】解：①当 $\angle A = \angle C$ 时，根据 AAS 可判定 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$；

②当 $\angle ADC = \angle CBD$ 时，根据 ASA 可判定 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$；

③当 $AB=CD$ 时，根据SAS可判定 $\triangle ABD\cong\triangle CDB$；

故答案为：$\angle A=\angle C$（或 $\angle ADC=\angle CBD$ 或 $AB=CD$）.

7．$\angle BAD=\angle CAE$

【分析】在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACD$ 中，已知 $AE=AD$，$\angle AED=\angle ADE$，即已知一角及角的一边对应相等，根据“AAS”的判定方法，可以添加已知边的对角对应相等即可．本题考查了全等三角形的判定定理：AAS：两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等．判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL．根据已知结合图形及判定方法选择条件是正确解答本题的关键．

【详解】解：可添加一个条件：$\angle BAD=\angle CAE$，使 $\triangle ABD\cong\triangle ACE$．

理由：

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases}\angle BAD=\angle CAE\\ \angle AED=\angle ADE\\ BD=CE\end{cases},$$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE(\text{AAS})$．

故答案为 $\angle BAD=\angle CAE$

8．$AF=DF$（答案不唯一）

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定，根据题意可知 $AB\,//\,CD$，推出 $\angle ABF=\angle DEF$，$\angle BAF=\angle EDF$，则可添加条件 $AF=DF$，利用AAS即可证明 $\triangle ABF\cong\triangle DEF$．

【详解】解：添加条件 $AF=DF$，理由如下：

$\because AB\,//\,CD$，

$\therefore \angle ABF=\angle DEF$，$\angle BAF=\angle EDF$，

$\therefore \triangle ABF\cong\triangle DEF(\text{AAS})$，

故答案为：$AF=DF$（答案不唯一）.

9．$\angle A=\angle D$（答案不唯一）

【分析】本题考查了全等三角形的判定．根据题意可知已有一组对应角和一组对应边相等，再确定一组对应角相等即可判定 $\triangle ABC\cong\triangle DBE$．

【详解】解：$\because B$ 是 AD 中点，

$\therefore AB=DB$，

$\because \angle C = \angle E$,

$\therefore$当$\angle A = \angle D$时，依据AAS可得，$\triangle ABC \cong \triangle DBE$，

故答案为：$\angle A = \angle D$（答案不唯一）

10．(1)②③

(2)见解析

【分析】本题考查了添加条件使三角形全等及证明；

（1）根据全等三角形的判定定理即可解答；

（2）根据（1）所选取的条件，证明三角形全等即可．

【详解】(1）解：已知$AE = BD$，$BC = EF$，要使$\triangle ABC$与$\triangle DEF$全等可以添加的条件为$AC = FD$或$\angle ABC = \angle EFD$，能得到这些条件的有②③，

故答案为：②③；

（2）证明：选③$AC = FD$，

$\because AE = BD$，

$\therefore AE + BE = BD + BE$，

即$AB = DE$，

在$\triangle ABC$与$\triangle DEF$中，

$$\begin{cases} AC = FD \\ AB = DE \\ BC = EF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF(\text{SSS})$．

11．(1)见解析

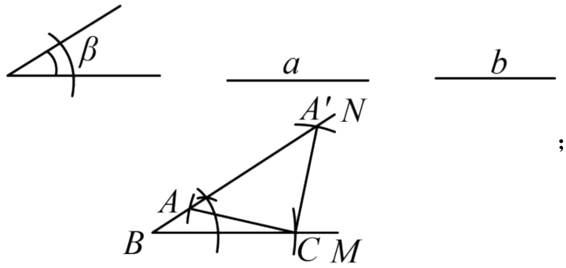
(2)2

【分析】本题考查了作图—复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法，解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．

（1）先作$\angle MBN = \angle \beta$，再在$OM$上截取$BC = a$，然后以$C$为圆心，$b$为半径画弧交$BN$于A和$A'$，则$\triangle ABC$和$\triangle A'BC$即为所作；

（2）由作图即可得出答案．

【详解】(1）解：如图，$\triangle ABC$和$\triangle A'BC$即为所作，



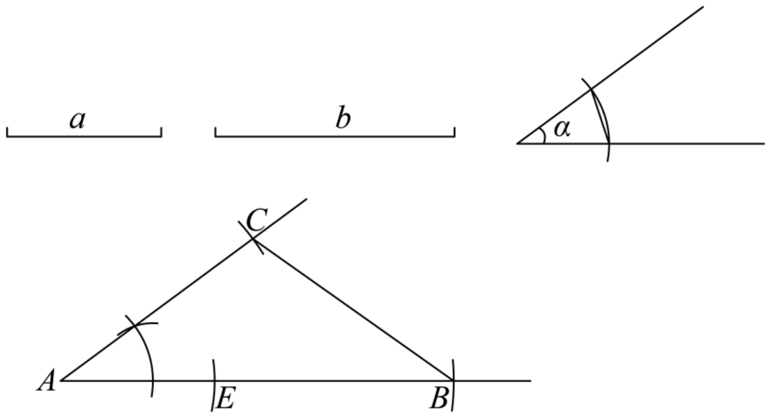
；

（2）解：由图可得：这样的三角形能作2个．

12．作图见解析

【分析】此题考查作图能力：作一角等于已知角，截取线段长度等于已知线段长，掌握简单的作图方法是解题的关键．先作$\angle A=\angle\alpha$，再在角的两边分别截取$AC=b$，$AE=a$，$EB=b$，则$AB=a+b$，从而可得答案．

【详解】解：如图，$\triangle ABC$即为所求作的三角形；



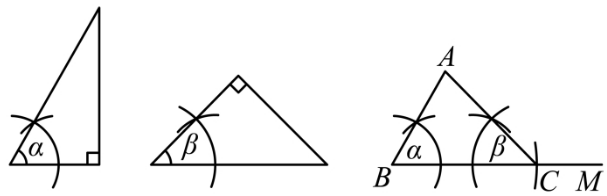
13．见解析

【分析】本题考查尺规作三角形，根据尺规作角的方法作出$\angle ABC=60^\circ$，$\angle ACB=45^\circ$即可．掌握尺规作角的方法，是解题的关键．

【详解】因为$\angle ABC=60^\circ$，$\angle BAC=75^\circ$

所以$\angle ACB=45^\circ$

如图所示，$\triangle ABC$即为所求．



14．(1)见解析

(2)$\angle ACD=135^\circ$

【分析】（1）以点B为圆心，任意长度为半径作弧，分别交AB、BC于点E、F，再以点C

为圆心，相同的半径作弧，交 BC 于点 G，以点 G 为圆心，EF 为半径作弧，交另一条弧于点 O，连接 CO 并延长，再以点 C 为圆心，BC 为半径作弧，交射线 CO 于点 D，即可得 $\angle DCB=\angle ABC$，$CD=BA$，连接 BD，再利用“SAS” $\triangle DCB\cong\triangle ABC$，即可求解；

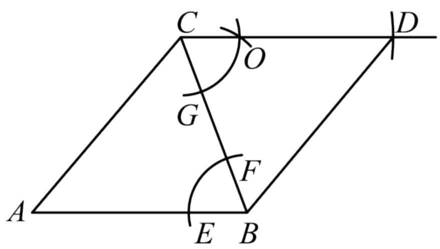
（2）由题意得 $\angle ABC=2\angle CAB-15°$，根据三角形内角和定理可得 $2\angle CAB-15°+\angle CAB=120°$，求得 $\angle CAB=45°$，从而可得 $\angle ABC=75°$，由（1）可得，$\angle DCB=\angle ABC=75°$，即可求解．

【详解】（1）解：以点 C 为顶点，BC 为 $\angle DCB$ 的一条边，作 $\angle DCB=\angle ABC$，$CD=BA$，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中，

$$\begin{cases} AB=DC \\ \angle ABC=\angle DCB \\ CB=BC \end{cases},$$

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle DCB(SAS)$．



（2）解：$\because\angle ABC$ 比 $\angle CAB$ 的 2 倍小 $15°$，

$\therefore\angle ABC=2\angle CAB-15°$，

$\because\angle ACB=60°$，

$\therefore\angle CAB+\angle ABC=180°-\angle ACB=120°$，

$\therefore 2\angle CAB-15°+\angle CAB=120°$，

$\therefore\angle CAB=45°$，

$\therefore\angle ABC=2\times45°-15°=75°$，

由（1）可得，$\angle DCB=\angle ABC=75°$，

$\therefore\angle ACD=60°+75°=135°$．

【点睛】本题考查作图−三角形、全等三角形的判定、三角形内角和定理及解一元一次方程，熟练掌握全等三角形的判定和作三角形方法是解题的关键．

15．(1)见解析

(2) $AB+AH=BH$ 或 $BH+AH=AB$

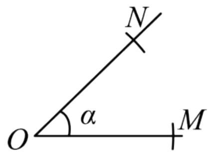
【分析】本题主要考查了作一个角等于已知角，作一条线段等于已知线段的作法，都是基本

作图，需要熟练掌握．

（1）第一种先做出$\angle MBN=\alpha$，然后在边BQ上截取$BC=m$得到点C，再以点C为圆心，n的长为半径作弧交射线BH于P,Q两点，连接CP,CQ即可得到$\triangle BCP$和$\triangle BCQ$，则这两个三角行为符合题意的三角形$\triangle ABC$；

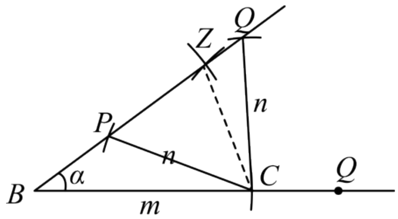
（2）根据（1）中两种作图情况分别得出当$\triangle ABC$即$\triangle BCP$时，三条线段AB、BH和AH的数量关系：$AB+AH=BH$；当$\triangle ABC$即$\triangle BCQ$时，三条线段AB、BH和AH的数量关系：$BH+AH=AB$．

【详解】(1）解：将原角按如下取点命名：



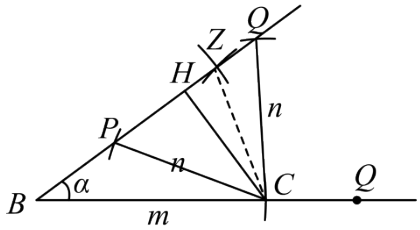
，

以点O为圆心，m长为半径画弧，交$\angle\alpha$两边于M,N两点，再画射线BQ，以OM长为半径画弧，交BQ于点C，再以C为圆心，MN的长为半径画弧，两弧交于点H，连接BH，则$\angle HBC=\angle\alpha$，再以点C为圆心，n的长为半径作弧交射线BH于P,Q两点，连接CP,CQ即可得到$\triangle BCP$和$\triangle BCQ$，则这两个三角行为符合题意的三角形$\triangle ABC$，故两种作图如下：



；

（2）解：如题意画图如下，其中P,Q位置即为两种情况A的位置，



当$\triangle ABC$即$\triangle BCP$时，三条线段AB、BH和AH的数量关系：$AB+AH=BH$，

当$\triangle ABC$即$\triangle BCQ$时，三条线段AB、BH和AH的数量关系：$BH+AH=AB$，

故答案为：$AB+AH=BH$或$BH+AH=AB$．

16．(1)见解析

(2)$\angle BDC=65^\circ$

【分析】(1）利用平行线的性质得到$\angle CBE=\angle BDA$，然后根据三角形全等的判定证明即可；

（2）根据全等的性质得到$\angle ABD = 25°$，然后运用三角形内角和定理计算即可；

【详解】（1）解：$\because BC \parallel AD$

$\therefore \angle CBE = \angle BDA$

在$\triangle ABD$和$\triangle ECB$中

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle ECB \\ BD = CB \\ \angle BDA = \angle CBE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECB(\text{ASA})$

（2）$\because \angle ABD = \angle ECB, \angle ECB = 25°$

$\therefore \angle ABD = 25°$

$\because \angle CFA = \angle BCE + \angle CBF, \angle CFA = 100°$

$\therefore \angle CBF = 75°$

$\therefore \angle CBD = \angle CBF - \angle ABD = 50°$

$\because BC = BD$

$\therefore \angle BCD = \angle BDC$

$\because \angle BCD + \angle BDC + \angle CBD = 180°$

$\therefore \angle BDC = 65°$

【点睛】本题考查了三角形全等的判定和性质、平行线的性质、等腰三角形的性质、三角形的内角和定理，熟练运用这些知识解决问题是关键．

17．(1)见解析；

(2) $AD = 14$．

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，熟记全等三角形的判定与性质是解题的关键．

（1）根据平行线的性质得出$\angle A = \angle D$，$\angle ACB = \angle DFE$，再根据AAS证明$\triangle ABC \cong \triangle DEF$即可；

（2）根据全等三角形的性质推出$CD = AF = 5$，即可得出结果．

【详解】（1）证明：$\because AB \mathbin{/\!/} DE, BC \mathbin{/\!/} EF$，

$\therefore \angle A = \angle D$，$\angle ACB = \angle DFE$，

在$\triangle ABC$与$\triangle DEF$中，