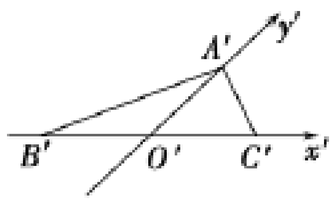
2024 届四川省绵阳市高中高三第二学期调研考试（数学试题）试题

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2．答题时请按要求用笔。
3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知水平放置的△ABC是按“斜二测画法”得到如图所示的直观图，其中$B'O'=C'O'=1$，$A'O'=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，那么原△ABC的面积是(　　)



A．$\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{2}$

C．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

2．已知直线l：$\sqrt{3}x+y+2=0$与圆O：$x^2+y^2=4$交于A，B两点，与l平行的直线l_1与圆O交于M，N两点，且△OAB与△OMN的面积相等，给出下列直线l_1：①$\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$，②$\sqrt{3}x+y-2=0$，③$x-\sqrt{3}y+2=0$，④$\sqrt{3}x+y+2\sqrt{3}=0$.其中满足条件的所有直线l_1的编号有（　　）

A．①②　　B．①④　　C．②③　　D．①②④

3．已知函$f(x)=(\sin x+\cos x)^2+2\cos^2 x$，$x\in\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right]$，则$f\left(x\right)$的最小值为（　　）

A．$2-\sqrt{2}$　　B．1　　C．0　　D．$-\sqrt{2}$

4．已知复数z满足$\left(1-i\right)z=4i$，则$|z|=$（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．2　　C．4　　D．3

5．已知函数$f(x)=\sin(2x-\dfrac{\pi}{4})$的图象向左平移$\varphi(\varphi>0)$个单位后得到函数$g(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$的图象，则$\varphi$的最小值为（　　）

A．$\dfrac{\pi}{4}$　　B．$\dfrac{3\pi}{8}$　　C．$\dfrac{\pi}{2}$　　D．$\dfrac{5\pi}{8}$

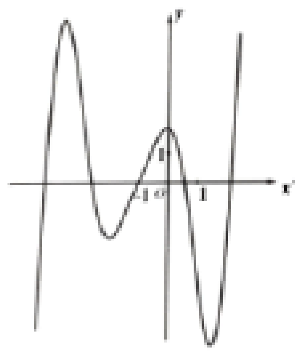
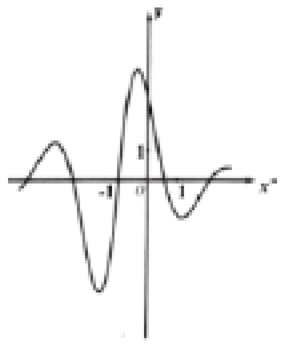
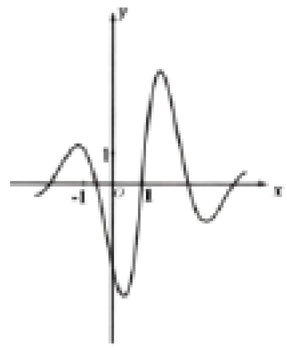
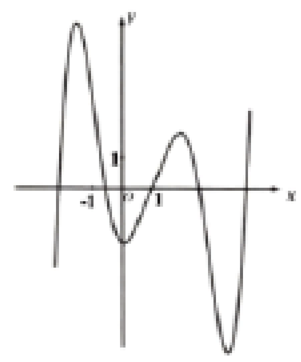
6．由曲线 $y=x^2$ 与曲线 $y^2=x$ 所围成的平面图形的面积为(　　)

A． 1　　　　**B．** $\frac{1}{3}$　　　　**C．** $\frac{2}{3}$　　　　**D．** $\frac{4}{3}$

7．若 x,a,b 均为任意实数，且 $(a+2)^2+(b-3)^2=1$，则 $(x-a)^2+(\ln x-b)^2$ 的最小值为（　　）

A． $3\sqrt{2}$　　　　**B．** 18　　　　**C．** $3\sqrt{2}-1$　　　　**D．** $19-6\sqrt{2}$

8．定义在R上的函数$y=f(x)$满足$|f(x)|\le 2^{|x-1|}$，且$y=f(x+1)$为奇函数，则$y=f(x)$的图象可能是（　　）

A． 　**B．** 　**C．** 　**D．** 

9．已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x(\omega>0)$，$y=f(x)$ 的图象与直线 $y=2$ 的两个相邻交点的距离等于 π，则 $f(x)$ 的一条对称轴是（　　）

A． $x=-\frac{\pi}{12}$　　　　**B．** $x=\frac{\pi}{12}$　　　　**C．** $x=-\frac{\pi}{3}$　　　　**D．** $x=\frac{\pi}{3}$

10．若函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（其中 $A>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）图象的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{3}，0)$，其相邻一条对称轴方程为 $x=\frac{7\pi}{12}$，该对称轴处所对应的函数值为 -1，为了得到 $g(x)=\cos 2x$ 的图象，则只要将 $f(x)$ 的图象(　)

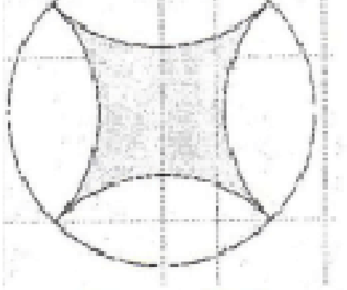
A． 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度　　　　**B．** 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

C． 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度　　　　**D．** 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

11．命题 p：存在实数 x_0，对任意实数 x，使得 $\sin(x+x_0)=-\sin x$ 恒成立；q：$\forall a>0$，$f(x)=\ln\frac{a+x}{a-x}$ 为奇函数，则下列命题是真命题的是（　　）

A． $p\wedge q$　　　　**B．** $(\neg p)\vee(\neg q)$　　　　**C．** $p\wedge(\neg q)$　　　　**D．** $(\neg p)\wedge q$

12．下图中的图案是我国古代建筑中的一种装饰图案，形若铜钱，寓意富贵吉祥．在圆内随机取一点，则该点取自阴影区域内（阴影部分由四条四分之一圆弧围成）的概率是（　）



A． $\frac{1}{2}$　　　　**B．** $\frac{1}{3}$　　　　**C．** $\frac{4}{\pi}-1$　　　　**D．** $2-\frac{4}{\pi}$

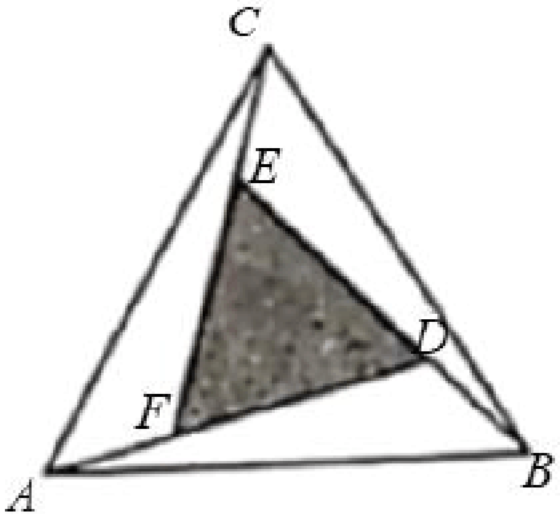
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．某陶瓷厂准备烧制甲、乙、丙三件不同的工艺品，制作过程必须先后经过两次烧制，当第一次烧制合格后方可进入第二次烧制，再次烧制过程相互独立**.**根据该厂现有的技术水平，经过第一次烧制后，甲、乙、丙三件产品合格的概率依次为 **0.5**、**0.6**、**0.4**，经过第二次烧制后，甲、乙、丙三件产品合格的概率依次为 **0.6**、**0.5**、**0.75**；则第一次烧制后恰有一件产品合格的概率为________；经过前后两次烧制后，合格工艺品的件数为ξ，则随机变量ξ的期望为________.

14．$(x-y)(x+2y)^4$的展开式中，x^3y^2的系数为____________.

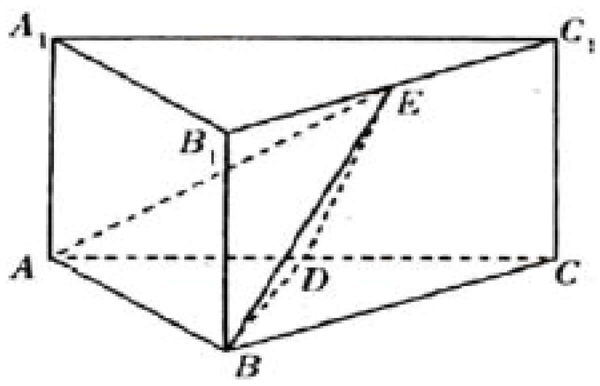
15．平行四边形$ABCD$中，$\angle BAD=60°, AB=4, AD=2$，$E$为边$CD$上一点（不$C$、$D$与重合），将平行四边形$ABCD$沿$BE$折起，使五点$A,B,C,D,E$均在一个球面上，当四棱锥$C-ABED$体积最大时，球的表面积为________.

16．如图$\triangle ABC$是由 **3** 个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成的一个大等边三角形，设$DF=2AF$，$AB=\sqrt{13}$，则$\triangle EDF$的面积为________.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=BC=AA_1=1$，$AC=\sqrt{3}$，点D，E分别为AC和B_1C_1的中点.



（Ⅰ）棱AA_1上是否存在点P使得平面$PBD\perp$平面ABE？若存在，写出PA的长并证明你的结论；若不存在，请说明理由.

（Ⅱ）求二面角$A-BE-D$的余弦值.

18．（12 分）已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），与$x$轴负半轴交于$A(-2,0)$，离心率$e=\frac{1}{2}$.

（**1**）求椭圆C的方程；

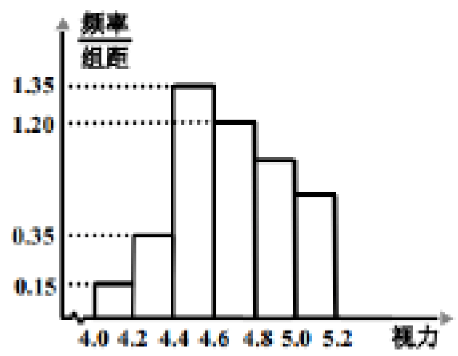
（2）设直线 l：$y=kx+m$ 与椭圆 C 交于 $M\left(x_1,y_1\right)$，$N\left(x_2,y_2\right)$两点，连接 AM，AN 并延长交直线 $x=4$ 于 $E\left(x_3,y_3\right)$，$F\left(x_4,y_4\right)$两点，已知 $\frac{1}{y_1}+\frac{1}{y_2}=\frac{1}{y_3}+\frac{1}{y_4}$，求证：直线 MN 恒过定点，并求出定点坐标.

19.（12 分）眼保健操是一种眼睛的保健体操，主要是通过按摩眼部穴位，调整眼及头部的血液循环，调节肌肉，改善眼的疲劳，达到预防近视等眼部疾病的目的.某学校为了调查推广眼保健操对改善学生视力的效果，在应届高三的全体 **800** 名学生中随机抽取了 **100** 名学生进行视力检查，并得到如图的频率分布直方图.

（**1**）若直方图中后三组的频数成等差数列，试估计全年级视力在 **5.0** 以上的人数；

（**2**）为了研究学生的视力与眼保健操是否有关系，对年级不做眼保健操和坚持做眼保健操的学生进行了调查，得到下表中数据，根据表中的数据，能否在犯错的概率不超过 **0.005** 的前提下认为视力与眼保健操有关系？

（**3**）在（**2**）中调查的 **100** 名学生中，按照分层抽样在不近视的学生中抽取 **8** 人，进一步调查他们良好的护眼习惯，在这 **8** 人中任取 **2** 人，记坚持做眼保健操的学生人数为 ***X***，求 ***X*** 的分布列和数学期望.



是否近视＼是否做操	不做操	做操
近视	44	32
不近视	6	18

附：$K^2=\frac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)}$

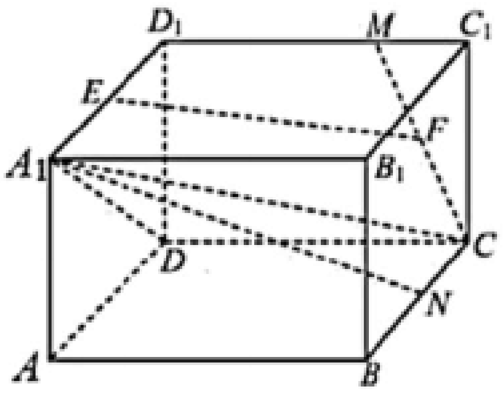
$K^2\geq k$	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.010**	**0.005**
k	**2.706**	**3.841**	**5.024**	**6.635**	**7.879**

20.（12 分）在锐角 $\triangle ABC$ 中，a,b,c 分别是角 A,B,C 的对边，$\vec{m}=\left(2b-c,\cos C\right)$，$\vec{n}=\left(a,\cos A\right)$，且 $\vec{m}//\vec{n}$.

（**1**）求角 A 的大小；

（**2**）求函数 $y=2\sin^2 B+\cos\left(\frac{\pi}{3}-2B\right)$的值域.

21.（12 分）如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2BC=2AA_1=4$，E 为 A_1D_1 的中点，N 为 BC 的中点，M 为线段 C_1D_1 上一点，且满足 $\overrightarrow{MC_1}=\frac{1}{4}\overrightarrow{D_1C_1}$，$F$ 为 MC 的中点.



（1）求证：$EF//$平面A_1DC；

（2）求二面角$N-A_1C-F$的余弦值

22．（10 分）已知$f\left(x\right)=|2x+3|-|2x-1|$.

（1）求不等式$f\left(x\right)<2$的解集；

（2）若存在$x\in R$，使得$f\left(x\right)>|3a-2|$成立，求实数a的取值范围

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解题分析】

先根据已知求出原$\triangle ABC$的高为$AO=\sqrt{3}$，再求原$\triangle ABC$的面积.

【题目详解】

由题图可知原$\triangle ABC$的高为$AO=\sqrt{3}$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times BC\times OA=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$，故答案为 A

【题目点拨】

本题主要考查斜二测画法的定义和三角形面积的计算，意在考察学生对这些知识的掌握水平和分析推理能力.

2、**D**

【解题分析】

求出圆心O到直线l的距离为：$d=1=\frac{1}{2}r$，得出$\angle AOB=120°$，根据条件得出O到直线l_1的距离$d'=1$或$\sqrt{3}$时满足

条件，即可得出答案.

【题目详解】

解：由已知可得：圆 O：$x^2+y^2=4$ 的圆心为（0,0），半径为 2，

则圆心 O 到直线 l 的距离为：$d=1=\frac{1}{2}r$，

∴ $\angle AOB=120°$，

而 $l//l_1$，$\triangle OAB$ 与 $\triangle OMN$ 的面积相等，

∴ $\angle MON=120°$ 或 $60°$，

即 O 到直线 l_1 的距离 $d'=1$ 或 $\sqrt{3}$ 时满足条件，

根据点到直线距离可知，①②④满足条件.

故选：D.

【题目点拨】

本题考查直线与圆的位置关系的应用，涉及点到直线的距离公式.

3、B

【解题分析】

$f(x)=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+2,\ x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$，$-\frac{\pi}{4}\le 2x+\frac{\pi}{4}\le\frac{3\pi}{4}$ 利用整体换元法求最小值.

【题目详解】

由已知，$f(x)=1+2\sin x\cos x+2\cos^2 x=\sin 2x+\cos 2x+2=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+2,$

又 $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$，$\therefore -\frac{\pi}{4}\le 2x+\frac{\pi}{4}\le\frac{3\pi}{4}$，故当 $2x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}$，即 $x=-\frac{\pi}{4}$ 时，$f(x)_{\min}=1$.

故选：B.

【题目点拨】

本题考查整体换元法求正弦型函数的最值，涉及到二倍角公式的应用，是一道中档题.

4、A

【解题分析】

由复数除法求出 z，再由模的定义计算出模.

【题目详解】

$z=\frac{4i}{1-i}=\frac{4i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=-2+2i,|z|=2\sqrt{2}$.

故选：**A**.

【题目点拨】

本题考查复数的除法法则，考查复数模的运算，属于基础题.

5、**A**

【解题分析】

首先求得平移后的函数$g\left(x\right)=\sin\left(2x+2\varphi-\frac{\pi}{4}\right)$，再根据$\sin\left(2x+2\varphi-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$求$\varphi$的最小值.

【题目详解】

根据题意，$f(x)$的图象向左平移φ个单位后，所得图象对应的函数

$$g(x)=\sin\left[2(x+\varphi)-\frac{\pi}{4}\right]=\sin(2x+2\varphi-\frac{\pi}{4})=\sin(2x+\frac{\pi}{4}),$$

所以$2\varphi-\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{4},k\in Z$，所以$\varphi=k\pi+\frac{\pi}{4},k\in Z$．又$\varphi>0$，所以$\varphi$的最小值为$\frac{\pi}{4}$.

故选：**A**

【题目点拨】

本题考查三角函数的图象变换，诱导公式，意在考查平移变换，属于基础题型.

6、**B**

【解题分析】

首先求得两曲线的交点坐标，据此可确定积分区间，然后利用定积分的几何意义求解面积值即可.

【题目详解】

联立方程：$\begin{cases}y=x^2\\y^2=x\end{cases}$可得：$\begin{cases}x_1=0\\y_1=0\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$，

结合定积分的几何意义可知曲线$y=x^2$与曲线$y^2=x$所围成的平面图形的面积为：

$$S=\int_0^1\left(\sqrt{x}-x^2\right)dx=\left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{3}x^3\right)\Big|_0^1=\frac{1}{3}.$$

本题选择***B***选项.

【题目点拨】

本题主要考查定积分的概念与计算，属于中等题.

7、**D**

【解题分析】

该题可以看做是圆上的动点到曲线$y=\ln x$上的动点的距离的平方的最小值问题，可以转化为圆心到曲线$y=\ln x$上的

动点的距离减去半径的平方的最值问题，结合图形，可以断定那个点应该满足与圆心的连线与曲线在该点的切线垂直的问题来解决，从而求得切点坐标，即满足条件的点，代入求得结果.

【题目详解】

由题意可得，其结果应为曲线 $y=\ln x$ 上的点与以 $C\left(-2,3\right)$ 为圆心，以 1 为半径的圆上的点的距离的平方的最小值，可以求曲线 $y=\ln x$ 上的点与圆心 $C\left(-2,3\right)$ 的距离的最小值，在曲线 $y=\ln x$ 上取一点 $M\left(m,\ln m\right)$，曲线有 $y=\ln x$ 在点 **M** 处的切线的斜率为 $k'=\frac{1}{m}$，从而有 $k_{CM}\cdot k'=-1$，即 $\frac{\ln m-3}{m+2}\cdot\frac{1}{m}=-1$，整理得 $\ln m+m^2+2m-3=0$，解得 $m=1$，所以点 $\left(1,0\right)$ 满足条件，其到圆心 $C\left(-2,3\right)$ 的距离为 $d=\sqrt{\left(-2-1\right)^2+\left(3-0\right)^2}=3\sqrt{2}$，故其结果为

$\left(3\sqrt{2}-1\right)^2=19-6\sqrt{2}$，

故选 **D.**

【题目点拨】

本题考查函数在一点处切线斜率的应用，考查圆的程，两条直线垂直的斜率关系，属中档题.

8、**D**

【解题分析】

根据 $y=f(x+1)$ 为奇函数，得到函数关于 $(1,0)$ 中心对称，排除 AB，计算 $\left|f(1.5)\right|\le\sqrt{2}$ 排除 C，得到答案.

【题目详解】

$y=f(x+1)$ 为奇函数，即 $f(x+1)=-f(-x+1)$，函数关于 $(1,0)$ 中心对称，排除 AB.

$\left|f(1.5)\right|\le 2^{\left|1.5-1\right|}=\sqrt{2}$，排除 C.

故选：D.

【题目点拨】

本题考查了函数图像的识别，确定函数关于 $(1,0)$ 中心对称是解题的关键.

9、**D**

【解题分析】

由题，得 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)$，由 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=2$ 的两个相邻交点的距离等于 π，可得最小正周期 $T=\pi$，从而求得 ω，得到函数的解析式，又因为当 $x=\frac{\pi}{3}$ 时，$2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，由此即可得到本题答案.

【题目详解】

由题，得 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)$，

因为 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=2$ 的两个相邻交点的距离等于 π，

所以函数 $y=f(x)$ 的最小正周期 $T=\pi$，则 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=2$，

所以 $f(x)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，

当 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 时，$2x-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，

所以 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 是函数 $f(x)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的一条对称轴，

故选：***D***

【题目点拨】

本题主要考查利用和差公式恒等变形，以及考查三角函数的周期性和对称性.

10、**B**

【解题分析】

由函数的图象的顶点坐标求出 ***A***，由周期求出 ω，由五点法作图求出 φ 的值，可得 $f(x)$ 的解析式，再根据函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象变换规律，诱导公式，得出结论.

【题目详解】

根据已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$

（其中 $A>0$，$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$）的图象过点 $\left(\dfrac{\pi}{3},0\right)$，$\left(\dfrac{7\pi}{12},-1\right)$，

可得 $A=1$，$\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{7\pi}{12}-\dfrac{\pi}{3}$，

解得：$\omega=2$.

再根据五点法作图可得 $2\cdot\dfrac{\pi}{3}+\varphi=\pi$，

可得：$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$，

可得函数解析式为：$f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

故把 $f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度，

可得 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)=\cos 2x$ 的图象，

故选 B.

【题目点拨】

本题主要考查由函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的部分图象求解析式，由函数的图象的顶点坐标求出 **A**，由周期求出ω，由五点法作图求出 φ 的值，函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的图象变换规律，诱导公式的应用，属于中档题.

11、**A**

【解题分析】

分别判断命题 p 和 q 的真假性，然后根据含有逻辑联结词命题的真假性判断出正确选项.

【题目详解】

对于命题 p，由于 $\sin\left(x+\pi\right)=-\sin x$，所以命题 p 为真命题.对于命题 q，由于 $a>0$，由 $\frac{a+x}{a-x}>0$ 解得 $-a<x<a$，且 $f\left(-x\right)=\ln\frac{a-x}{a+x}=\ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)^{-1}=-\ln\frac{a+x}{a-x}=-f\left(x\right)$，所以 $f\left(x\right)$是奇函数，故 q 为真命题.所以 $p\wedge q$ 为真命题.

$(\neg p)\vee(\neg q)$ 、 $p\wedge(\neg q)$ 、 $(\neg p)\wedge q$ 都是假命题.

故选：**A**

【题目点拨】

本小题主要考查诱导公式，考查函数的奇偶性，考查含有逻辑联结词命题真假性的判断，属于基础题.

12、**C**

【解题分析】

令圆的半径为 **1**，则 $P=\frac{S'}{S}=\frac{\pi-2\left(\pi-2\right)}{\pi}=\frac{4}{\pi}-1$，故选 **C**.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、**0.38**　　**0.9**

【解题分析】

考虑恰有一件的三种情况直接计算得到概率，随机变量 ξ 的可能取值为 $0,1,2,3$，计算得到概率，再计算数学期望得到答案.

【题目详解】

第一次烧制后恰有一件产品合格的概率为：

$$p=0.5\times\left(1-0.6\right)\times\left(1-0.4\right)+\left(1-0.5\right)\times0.6\times\left(1-0.4\right)+\left(1-0.5\right)\times\left(1-0.6\right)\times0.4=0.38.$$

甲、乙、丙三件产品合格的概率分别为：