2023年高考数学模拟试卷

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

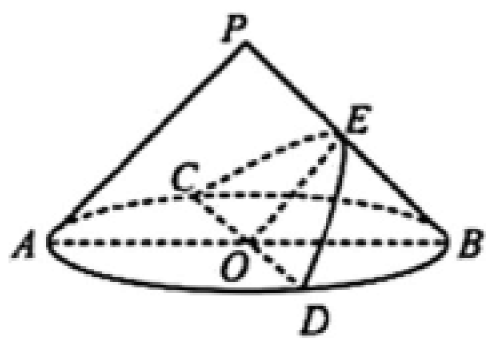
1．将函数 $f(x)=\sin(2x-\varphi)$ 的图象向右平移 $\frac{1}{8}$ 个周期后，所得图象关于 y 轴对称，则 φ 的最小正值是（　　）

A． $\frac{\pi}{8}$　　**B．** $\frac{3\pi}{4}$　　**C．** $\frac{\pi}{2}$　　**D．** $\frac{\pi}{4}$

2．等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $3a_5=7a_{10}$，且 $a_1<0$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n $(n\in N^*)$ 中最小的是（　　）

A． S_7 或 S_8　　**B．** S_{12}　　**C．** S_{13}　　**D．** S_{14}

3．如图，圆锥底面半径为 $\sqrt{2}$，体积为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$，AB、CD 是底面圆 O 的两条互相垂直的直径，E 是母线 PB 的中点，已知过 CD 与 E 的平面与圆锥侧面的交线是以 E 为顶点的抛物线的一部分，则该抛物线的焦点到圆锥顶点 P 的距离等于（　　）



A． $\frac{1}{2}$　　**B．** 1　　**C．** $\frac{\sqrt{10}}{4}$　　**D．** $\frac{\sqrt{5}}{2}$

4．已知函数 $f(x)=x-[x]$，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大正整数，则下列结论正确的是（　　）

A． $f(x)$ 的值域是 $[0,1]$　　**B．** $f(x)$ 是奇函数

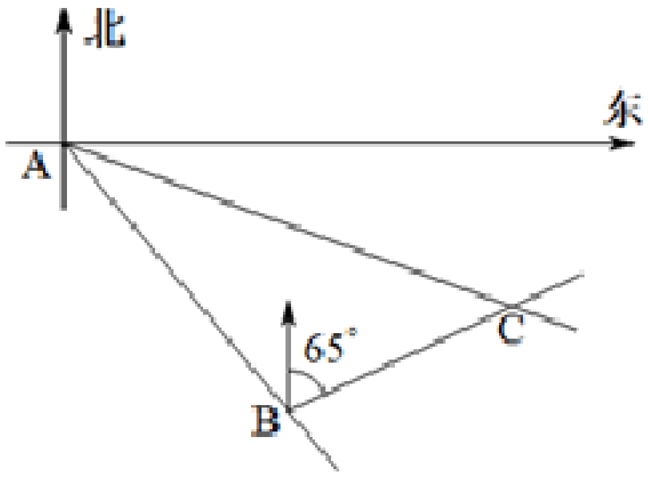
C． $f(x)$ 是周期函数　　**D．** $f(x)$ 是增函数

5．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, x\le 0\\ \log_3 x, x>0\end{cases}$，则 $f\left(f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)=$（　　）

A． $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　**B．** $\frac{1}{2}$　　**C．** $-\log_3 2$　　**D．** $\log_3 2$

6．一艘海轮从 ***A*** 处出发，以每小时 **24** 海里的速度沿南偏东 **40°** 的方向直线航行，**30** 分钟后到达 ***B*** 处，在 ***C*** 处有一座

灯塔，海轮在 *A* 处观察灯塔，其方向是南偏东 **70°**，在 *B* 处观察灯塔，其方向是北偏东 **65°**，那么 *B*，*C* 两点间的距离是（　　）

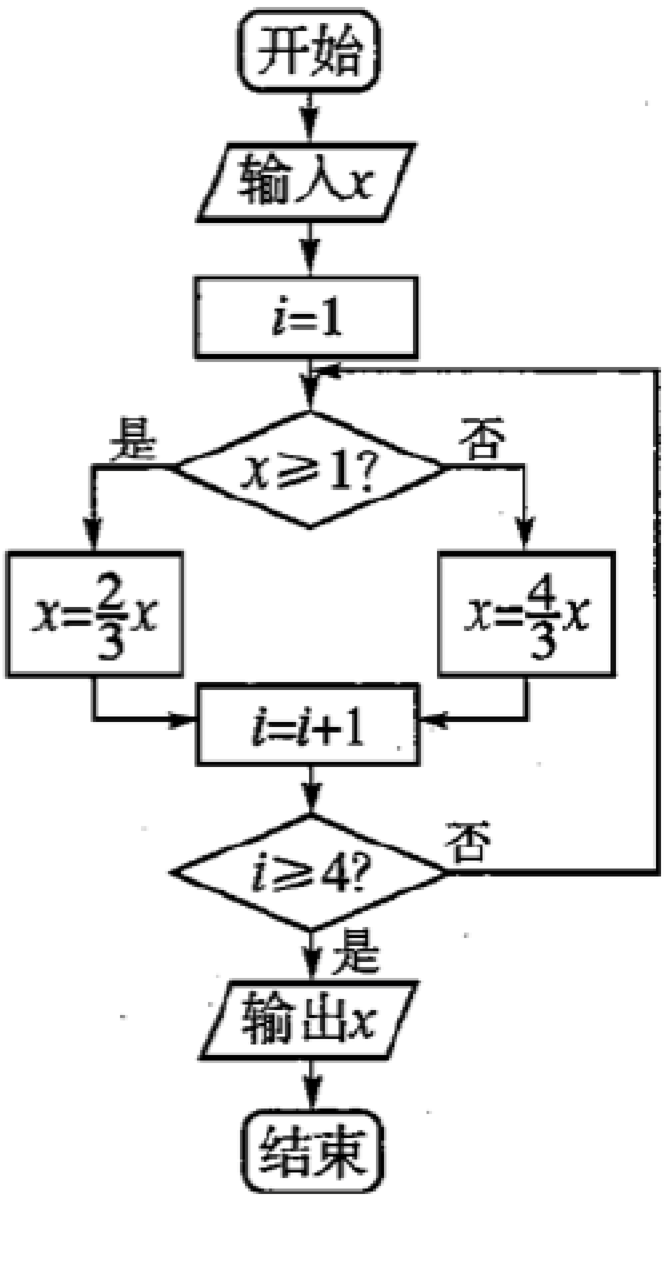


A．**6** $\sqrt{2}$ 海里　　**B**．**6** $\sqrt{3}$ 海里　　**C**．**8** $\sqrt{2}$ 海里　　**D**．**8** $\sqrt{3}$ 海里

7．已知 $y=\log_2\left(x^2-2x+17\right)$ 的值域为 $[m,+\infty)$，当正数 *a*，*b* 满足 $\dfrac{2}{3a+b}+\dfrac{1}{a+2b}=m$ 时，则 $7a+4b$ 的最小值为（　　）

A．$\dfrac{9}{4}$　　**B**．**5**　　**C**．$\dfrac{5+2\sqrt{2}}{4}$　　**D**．**9**

8．相传黄帝时代，在制定乐律时，用“三分损益”的方法得到不同的竹管，吹出不同的音调．如图的程序是与“三分损益”结合的计算过程，若输入的 x 的值为 **1**，输出的 x 的值为（　　）



A．$\dfrac{64}{81}$　　**B**．$\dfrac{32}{27}$　　**C**．$\dfrac{8}{9}$　　**D**．$\dfrac{16}{27}$

9．我国南北朝时的数学著作《张邱建算经》有一道题为：“今有十等人，每等一人，宫赐金以等次差降之，上三人先

入，得金四斤，持出，下三人后入得金三斤，持出，中间四人未到者，亦依次更给，问各得金几何？”则在该问题中，等级较高的二等人所得黄金比等级较低的九等人所得黄金（　）

A．多 **1** 斤　　**B**．少 **1** 斤　　**C**．多$\frac{1}{3}$斤　　**D**．少$\frac{1}{3}$斤

10．已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(4\lambda,-1)$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$\lambda=$（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　**B**．$\frac{1}{4}$　　**C**．**1**　　**D**．**2**

11．若$z=1+(1-a)i$（$a\in R$），$|z|=\sqrt{2}$，则$a=$（　　）

A．**0** 或 **2**　　**B**．**0**　　**C**．**1** 或 **2**　　**D**．**1**

12．双曲线C：$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{m}=1$（$m>0$），左焦点到渐近线的距离为 **2**，则双曲线$C$的渐近线方程为（　　）

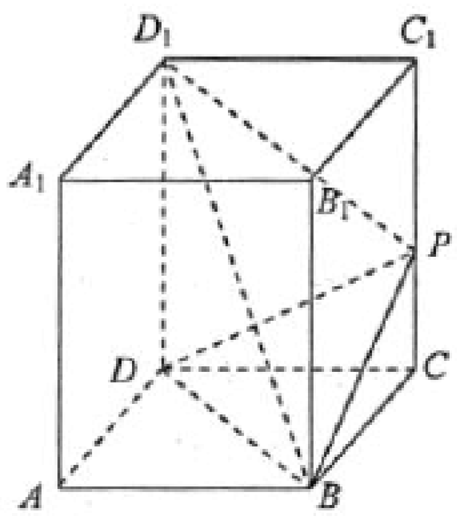
A．$2x\pm5y=0$　　**B**．$2x\pm\sqrt{5}y=0$　　**C**．$\sqrt{5}x\pm2y=0$　　**D**．$\sqrt{5}x\pm y=0$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．将 **2** 个相同的红球和 **2** 个相同的黑球全部放入甲、乙、丙、丁四个盒子里，其中甲、乙盒子均最多可放入 **2** 个球，丙、丁盒子均最多可放入 **1** 个球，且不同颜色的球不能放入同一个盒子里，共有________种不同的放法**.**

14．若点$P(\cos\alpha,\sin\alpha)$在直线$y=2x$上，则$\cos(2\alpha+\frac{\pi}{2})$的值等于______________**.**

15．如图，在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，**P** 是侧棱CC_1上一点，且$C_1P=2PC$**.**设三棱锥$P-D_1DB$的体积为V_1，正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的体积为 **V**，则$\frac{V_1}{V}$的值为________**.**



16．$(x+1)(x-2)^6$展开式中x^2的系数为________**.**

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）记抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，点D,E在抛物线C上，且直线DE的斜率为 **1**，当直线DE过点F时，$|DE|=4$**.**

（**1**）求抛物线C的方程；

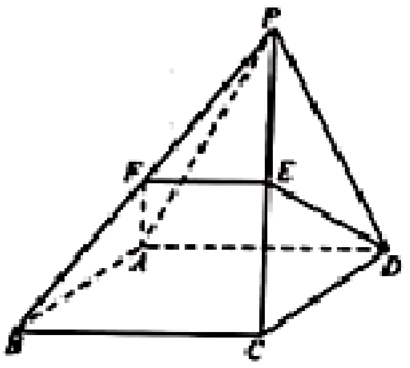
（**2**）若$G(2,2)$，直线DO与EG交于点H，$\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{EI}=\vec{0}$，求直线$HI$的斜率**.**

18.（12 分）已知2件次品和3件正品混放在一起，现需要通过检测将其区分，每次随机检测一件产品，检测后不放回，直到检测出2件次品或者检测出3件正品时检测结束.

（**1**）求第一次检测出的是次品且第二次检测出的是正品的概率；

（**2**）已知每检测一件产品需要费用100元，设 X 表示直到检测出2件次品或者检测出3件正品时所需要的检测费用（单位：元），求 X 的分布列.

19.（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=\dfrac{\sqrt{3}}{2}AD$，$\triangle PAD$ 为正三角形，且平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$， E、F 分别为 PC、PB 的中点.



（**1**）证明：平面 $ADEF\perp$ 平面 PBC；

（**2**）求二面角 $B-DE-C$ 的余弦值.

20.（12 分）在 ΔABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $2\sqrt{3}\sin^2\dfrac{A}{2}+\sin A-\sqrt{3}=0$.

（**1**）求角 A 的大小；

（**2**）已知 ΔABC 外接圆半径 $R=\sqrt{3}$, $AC=\sqrt{3}$,求 ΔABC 的周长.

21.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}x^2-ax+\left(a-1\right)\ln x$， $g\left(x\right)=b-x\ln x$ 的最大值为 $\dfrac{1}{e}$.

(1)求实数 $\boldsymbol{b}$ 的值；

(2)当 $a>1$ 时，讨论函数 $f\left(x\right)$的单调性；

(3)当 $a=0$ 时，令 $F\left(x\right)=2f\left(x\right)+g\left(x\right)+2\ln x+2$，是否存在区间 $\left[m,n\right]\subseteq(1，+\infty)$，使得函数 $F\left(x\right)$在区间$\left[m,n\right]$上的值域为$\left[k\left(m+2\right),k\left(n+2\right)\right]$？若存在，求实数 $\boldsymbol{k}$ 的取值范围；若不存在，请说明理由.

22.（10 分）已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1$，过 $Q(-4,0)$ 的直线 l 与椭圆 E 相交于 A,B 两点，且与 y 轴相交于 P 点.

（**1**）若 $\overline{PA}=\dfrac{3}{2}\overline{AQ}$，求直线 l 的方程；

（**2**）设 A 关于 x 轴的对称点为 C，证明：直线 BC 过 x 轴上的定点.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．**D**

【解析】

由函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的图象平移变换公式求出变换后的函数解析式，再利用诱导公式得到关于φ的方程，对k赋值即可求解.

【详解】

由题意知，函数 $f(x)=\sin(2x-\varphi)$ 的最小正周期为$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$,即$\frac{T}{8}=\frac{\pi}{8}$，

由函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的图象平移变换公式可得，

将函数 $f(x)=\sin(2x-\varphi)$ 的图象向右平移$\frac{1}{8}$个周期后的解析式为

$g\left(x\right)=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)-\varphi\right]=\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}-\varphi\right)$,

因为函数 $g\left(x\right)$的图象关于 y 轴对称，

所以$-\frac{\pi}{4}-\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in z$，即$\varphi=-\frac{3\pi}{4}+k\pi,k\in z$，

所以当$k=1$时，φ有最小正值为$\frac{\pi}{4}$.

故选：**D**

【点睛】

本题考查函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的图象平移变换公式和三角函数诱导公式及正余弦函数的性质；熟练掌握诱导公式和正余弦函数的性质是求解本题的关键；属于中档题、常考题型.

2．**C**

【解析】

设公差为d，则由题意可得$3\left(a_1+4d\right)=7\left(a_1+9d\right)$，解得$d=-\frac{4a}{51}$，可得$a_n=\frac{(55-4n)a}{51}$.令$\frac{55-4n}{51}<0$，可得 当$n\geq 14$时，$a_n>0$，当$n\leq 13$时，$a_n<0$，由此可得数列$\{a_n\}$前$n$项和$S_n\left(n\in N^*\right)$中最小的.

【详解】

解：等差数列$\{a_n\}$中，已知$3a_5=7a_{10}$，且$a_1<0$，设公差为d，

则$3(a_1+4d)=7(a_1+9d)$，解得 $d=-\dfrac{4a_1}{51}$，

$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=\dfrac{(55-4n)a_1}{51}$.

令 $\dfrac{55-4n}{51}<0$，可得$n>\dfrac{55}{4}$，故当$n\geq 14$时，$a_n>0$，当$n\leq 13$时，$a_n<0$，

故数列$\{a_n\}$前n项和$S_n\left(n\in N^*\right)$中最小的是S_{13}.

故选：**C.**

【点睛】

本题主要考查等差数列的性质，等差数列的通项公式的应用，属于中档题.

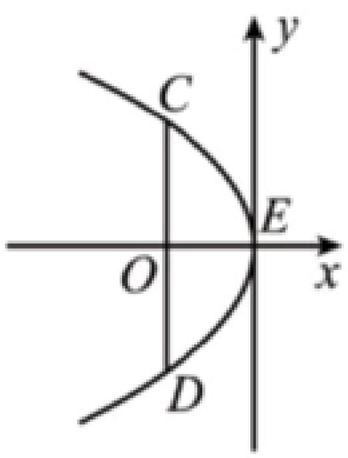
3．**D**

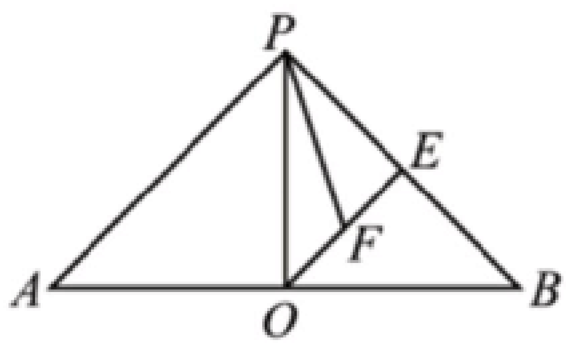
【解析】

建立平面直角坐标系，求得抛物线的轨迹方程，解直角三角形求得抛物线的焦点到圆锥顶点P的距离.

【详解】

将抛物线放入坐标系，如图所示，





$\because PO=\sqrt{2}$，$OE=1$，$OC=OD=\sqrt{2}$，

$\therefore C\left(-1,\sqrt{2}\right)$，设抛物线 $y^2=2px$，代入 C点，

可得 $y^2=-2x$

$\therefore$焦点为$\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$，

即焦点为OE中点，设焦点为F，

$EF=\frac{1}{2}$，$PE=1$，$\therefore PF=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选：**D**

【点睛】

本小题考查圆锥曲线的概念，抛物线的性质，两点间的距离等基础知识；考查运算求解能力，空间想象能力，推理论证能力，应用意识.

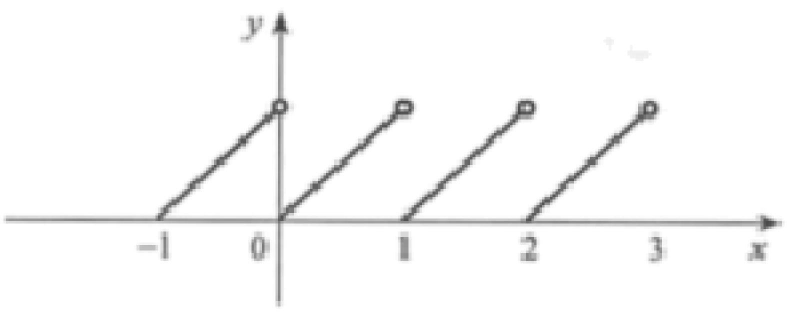
4．**C**

【解析】

根据$\left[x\right]$表示不超过x的最大正整数，可构建函数图象，即可分别判断值域、奇偶性、周期性、单调性，进而下结论.

【详解】

由$\left[x\right]$表示不超过x的最大正整数，其函数图象为



选项**A**，函数$f\left(x\right)\in\left[0,1\right)$，故错误；

选项**B**，函数$f\left(x\right)$为非奇非偶函数，故错误；

选项**C**，函数$f\left(x\right)$是以**1**为周期的周期函数，故正确；

选项**D**，函数$f\left(x\right)$在区间$\cdots\left[0,1\right),\left[1,2\right),\left[2,3\right)\cdots$上是增函数，但在整个定义域范围上不具备单调性，故错误.

故选：**C**

【点睛】

本题考查对题干$\left[x\right]$的理解，属于函数新定义问题，可作出图象分析性质，属于较难题.

5．**A**

【解析】

根据分段函数解析式，先求得$f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$的值，再求得$f\left(f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)$的值.

【详解】

依题意 $f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\log_3\frac{\sqrt{3}}{3}=\log_3 3^{-\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}$， $f\left(f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)=f\left(-\frac{1}{2}\right)=2^{-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：**A**

【点睛】

本小题主要考查根据分段函数解析式求函数值，属于基础题.

6．**A**

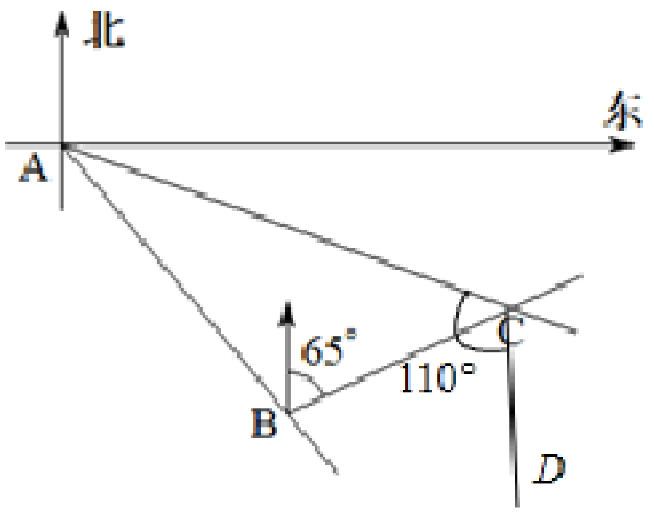
【解析】

先根据给的条件求出三角形 ***ABC*** 的三个内角，再结合 ***AB*** 可求，应用正弦定理即可求解.

【详解】

由题意可知：∠***BAC***＝**70°﹣40°＝30°.**∠***ACD***＝**110°**，∴∠***ACB***＝**110°﹣65°＝45°**，

∴∠***ABC***＝**180°﹣30°﹣45°＝105°.**又 ***AB***＝**24×0.5＝12.**



在△ ***ABC*** 中，由正弦定理得 $\frac{AB}{sin45°}=\frac{BC}{sin30°}$，

即 $\frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{BC}{\frac{1}{2}}$，∴ $BC=6\sqrt{2}$.

故选：***A*.**

【点睛】

本题考查正弦定理的实际应用，关键是将给的角度、线段长度转化为三角形的边角关系，利用正余弦定理求解.属于中档题.

7．**A**

【解析】

利用 $y=\log_2\left(x^2-2x+17\right)$ 的值域为 $[m,+\infty)$,求出 ***m***,再变形,利用 **1** 的代换,即可求出 $7a+4b$ 的最小值.

【详解】

解：∵ $y=\log_2\left(x^2-2x+17\right)=\log_2\left[(x-1)^2+16\right]$ 的值域为 $[m,+\infty)$,

$\therefore m=4$,

$\therefore \dfrac{4}{6a+2b}+\dfrac{1}{a+2b}=4$,

$\therefore 7a+4b=\dfrac{1}{4}\left[(6a+2b)+(a+2b)\right]\left(\dfrac{4}{6a+2b}+\dfrac{1}{a+2b}\right)$

$=\dfrac{1}{4}\left[5+\dfrac{6a+2b}{a+2b}+\dfrac{4(a+2b)}{6a+2b}\right]\geq\dfrac{1}{4}\times(5+4)=\dfrac{9}{4}$,

当且仅当 $\dfrac{6a+2b}{a+2b}=\dfrac{4(a+2b)}{6a+2b}$ 时取等号,

$\therefore 7a+4b$ 的最小值为 $\dfrac{9}{4}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题主要考查了对数复合函数的值域运用,同时也考查了基本不等式中**"1 的运用",**属于中档题.

8．**B**

【解析】

根据循环语句，输入 $x=1$，执行循环语句即可计算出结果.

【详解】

输入 $x=1$，由题意执行循环结构程序框图，可得：

第 1 次循环：$x=\dfrac{2}{3}$，$i=2<4$，不满足判断条件；

第 2 次循环：$x=\dfrac{8}{9}$，$i=3<4$，不满足判断条件；

第 4 次循环：$x=\dfrac{32}{27}$，$i=4\geq 4$，满足判断条件；输出结果 $x=\dfrac{32}{27}$.

故选：B

【点睛】

本题考查了循环语句的程序框图，求输出的结果，解答此类题目时结合循环的条件进行计算，需要注意跳出循环的判定语句，本题较为基础.

9．**C**

【解析】

设这十等人所得黄金的重量从大到小依次组成等差数列 $\{a_n\}$，则 $a_1+a_2+a_3=4$，$a_8+a_9+a_{10}=3$，由等差数列的性质得 $a_2=\dfrac{4}{3}, a_9=1, \therefore a_2-a_9=\dfrac{4}{3}-1=\dfrac{1}{3}$ ，

故选 **C**

10．**A**

【解析】

根据向量垂直的坐标表示列方程，解方程求得λ的值.

【详解】

由于向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(4\lambda,-1)$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，所以$1\times4\lambda+2\times(-1)=0$解得$\lambda=\frac{1}{2}$.

故选：**A**

【点睛】

本小题主要考查向量垂直的坐标表示，属于基础题.

11．**A**

【解析】

利用复数的模的运算列方程，解方程求得a的值.

【详解】

由于$z=1+(1-a)i$（$a\in R$），$|z|=\sqrt{2}$，所以$\sqrt{1^2+(1-a)^2}=\sqrt{2}$，解得$a=0$或$a=2$.

故选：**A**

【点睛】

本小题主要考查复数模的运算，属于基础题.

12．**B**

【解析】

首先求得双曲线的一条渐近线方程$\sqrt{m}x-\sqrt{5}y=0$，再利用左焦点到渐近线的距离为**2**，列方程即可求出m，进而求出渐近线的方程.

【详解】

设左焦点为$(-c,0)$，一条渐近线的方程为$\sqrt{m}x-\sqrt{5}y=0$，由左焦点到渐近线的距离为**2**，可得$\frac{|\sqrt{m}c|}{\sqrt{m+5}}=\sqrt{m}=2$，

所以渐近线方程为$y=\pm\frac{2x}{\sqrt{5}}$，即为$2x\pm\sqrt{5}y=0$，

故选：**B**

【点睛】

本题考查双曲线的渐近线的方程，考查了点到直线的距离公式，属于中档题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。