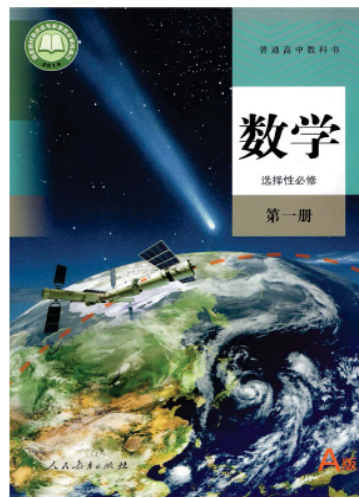


人教A版2019选修第一册

第 3 章圆锥曲线的方程

3.3.2 抛物线的简单几何性质 (第1课时)





目 录

01求抛物线标准方程

02求焦点弦长



学习目标

- 1.掌握抛物线的简单几何性质.
- 2.归纳、对比四种方程所表示的抛物线的几何性质的异同.
- 3.掌握直线与抛物线位置关系的判断。

知识回顾

1. 抛物线的定义

平面内与一个定点 F 和一条定直线 l (l 不经过点 F) 的距离相等的点的轨迹叫做抛物线.

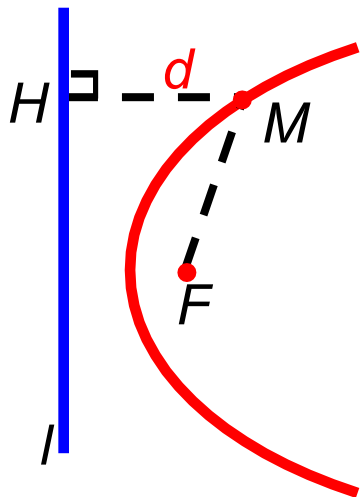
其中定点 F 叫做抛物线的焦点

定直线 l 叫做抛物线的准线

定义告诉我们：

(1) 判断抛物线的一种方法

(2) 抛物线上任一点的性质： $|MF|=d$



2. 四种抛物线及其标准方程

图形	标准方程	焦点坐标	准线方程	焦点位置
	$y^2=2px$ x $(p>0)$	$F(\frac{P}{2}, 0)$	$x=-\frac{P}{2}$	x轴的正半轴上
	$y^2=-2px$ $(p>0)$	$F(-\frac{P}{2}, 0)$	$x=\frac{P}{2}$	x轴的负半轴上
	$x^2=2py$ y $(p>0)$	$F(0, \frac{P}{2})$	$y=-\frac{P}{2}$	y轴的正半轴上
	$x^2=-2py$ $(p>0)$	$F(0, -\frac{P}{2})$	$y=\frac{P}{2}$	y轴的负半轴上

新知探究

如何研究抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的几何性质?

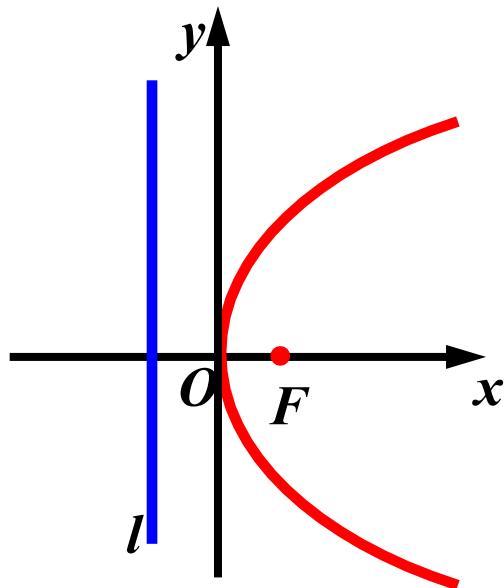
1. 范围

由抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$

$$\left. \begin{array}{l} \text{有 } 2px = y^2 \geq 0 \\ p > 0 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow x \geq 0$$

所以抛物线的范围为 $x \geq 0, y \in R$



2.对称性

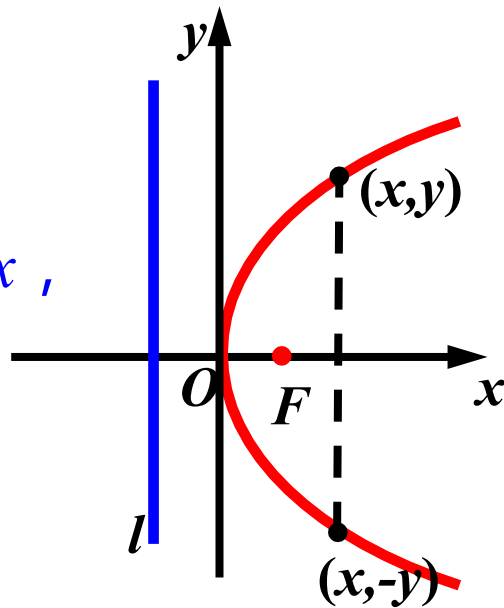
$$Q(x, y) \xleftrightarrow{\text{关于x轴对称}} (x, -y)$$

若点 (x, y) 在抛物线上, 即满足 $y^2 = 2px$,

$$\text{则} (-y)^2 = 2px,$$

即点 $(x, -y)$ 也在抛物线上,

故抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 关于x轴对称.

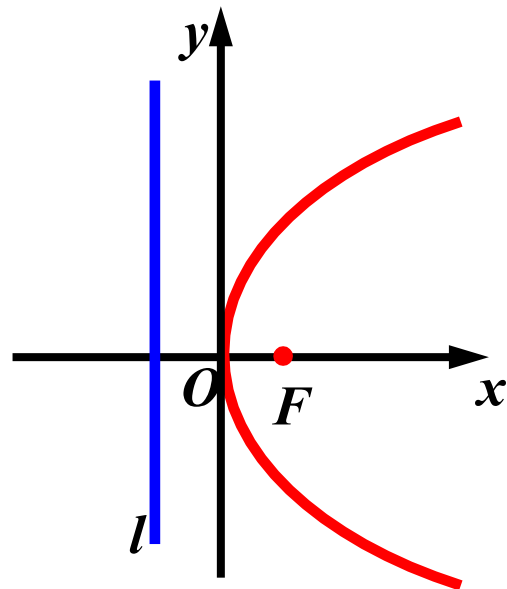


3.顶点

定义：抛物线与它的轴的交点叫做
抛物线的顶点.

$\therefore y^2 = 2px (p > 0)$ 中，令 $y=0$ ，则
 $x=0$.

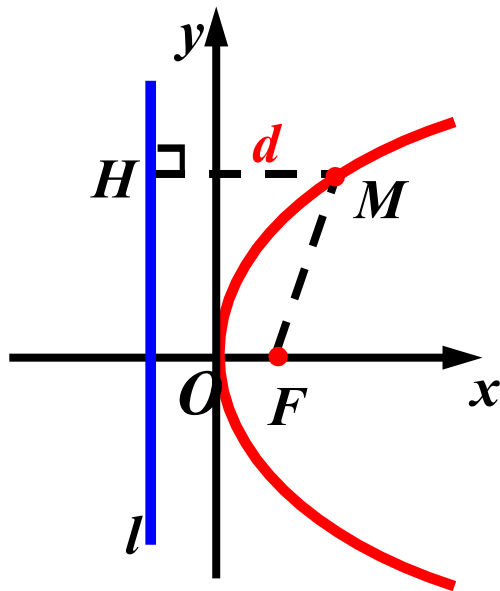
即抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的顶点 $(0,0)$.



4.离心率

抛物线上的点 M 与焦点 F 的距离和它到准线的距离 d 之比 $\frac{|MF|}{d}$, 叫做抛物线的离心率, 用 e 表示.

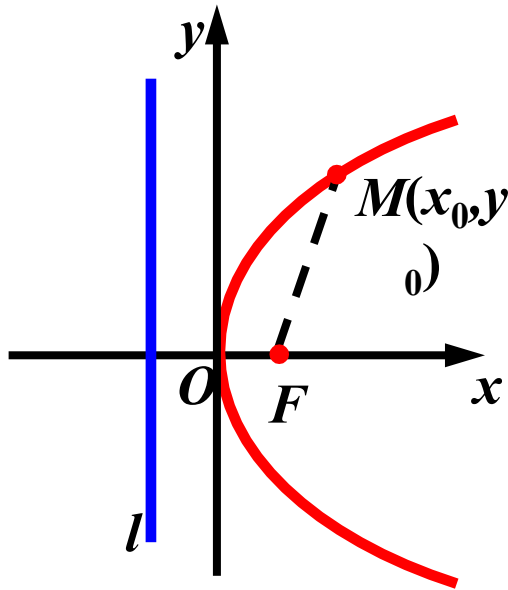
由定义知, 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的离心率为 $e = 1$.



5.焦半径

连接抛物线任意一点与焦点的线段叫做抛物线的焦半径.

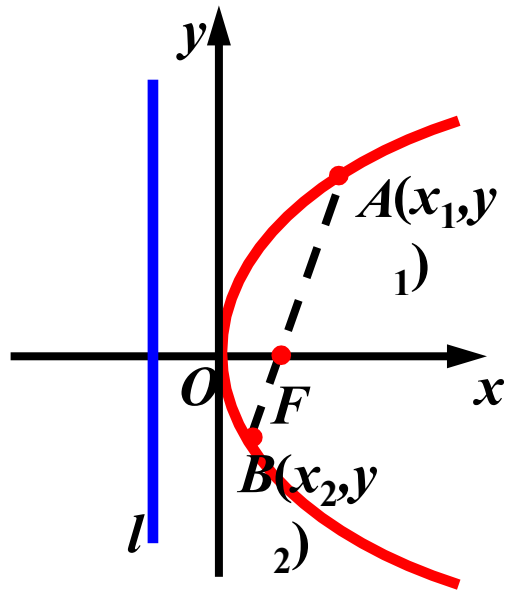
$$\text{焦半径公式 } |MF| = x_0 + \frac{p}{2}$$



6.焦点弦

过抛物线的焦点的线段，
叫做抛物线的**焦点弦**。

焦点弦公式： $|AB| = x_1 + x_2 + p$

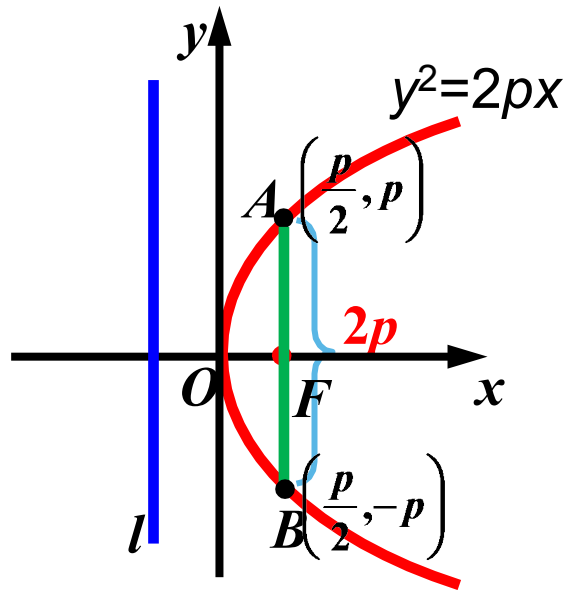


7.通径

过焦点而垂直于对称轴的弦 AB ，称为抛物线的通径。
 $|AB|=2p$

利用抛物线的顶点、通径的两个端点可较准确画出反映抛物线基本特征的草图。

$2p$ 越大，抛物线张口越大



抛物线的简单几何性质

方程	$y^2 = 2px$	$y^2 = -2px$	$x^2 = 2py$	$x^2 = -2py$
图形				
范围	$x \geq 0, y \in R$	$x \leq 0, y \in R$	$x \in R, y \geq 0$	$x \in R, y \leq 0$
对称性	关于x轴对称		关于y轴对称	
顶点	(0,0)			
焦半径	$\frac{p}{2} + x_0$	$\frac{p}{2} - x_0$	$\frac{p}{2} + y_0$	$\frac{p}{2} - y_0$
焦点弦	$x_1 + x_2 + p$	$-(x_1 + x_2) + p$	$y_1 + y_2 + p$	$-(y_1 + y_2) + p$
通径	$2p$			



1. 求抛物线标准方程

典例1

已知抛物线关于x轴对称，它的顶点在坐标原点，并且经过点 $M(2, -2\sqrt{2})$ ，求它的标准方程.

解：由已知可设抛物线的标准方程为 $y^2=2px$ ($p>0$)

则将M点代入得 $(-2\sqrt{2})^2 = 2p \times 2$ 解得： $p=2$

因此所求方程为： $y^2=4x$

变式：顶点在坐标原点,对称轴是坐标轴,并且过点 $M(2, -2\sqrt{2})$ 的抛物线有几条,求它的标准方程,

$$y^2=4x \text{ 或 } x^2=-\sqrt{2}y$$

解惑提高 当焦点在x轴上,开口方向不定时,设为 $y^2=2mx$ ($m \neq 0$),

当焦点在y轴上,开口方向不定时,设为 $x^2=2my$ ($m \neq 0$),可避免讨论.

练一练

1. 设抛物线 $y=mx^2(m\neq 0)$ 的准线与直线 $y=1$ 的距离为3,求抛物线的标准方程.

错解:由 $y=mx^2(m\neq 0)$ 可知其准线方程为 $y=-\frac{m}{4}$.

由题意知 $-\frac{m}{4}=-2$,解得 $m=8$,

故所求抛物线的标准方程为 $y=8x^2$.

错因分析本题在解答过程中容易出现两个错误:一是不能正确理解抛物线标准方程的形式,错误地将所给方程看成是抛物线的标准方程,得到准线方程为 $y=-\frac{m}{4}$;

二是得到准线方程后,只分析其中的一种情况,而忽略了另一种情况,只得到了一个解.

正解: $y=mx^2(m\neq 0)$ 可化为 $x^2=\frac{1}{m}y$, 其准线方程为 $y=-\frac{1}{4m}$. 由题意知-

$$\frac{1}{4m}=-2 \text{ 或 } -\frac{1}{4m}=4,$$

$$\text{解得 } m=\frac{1}{8} \text{ 或 } m=-\frac{1}{16},$$

故所求抛物线的标准方程为 $x^2=8y$ 或 $x^2=-16y$.



2. 求焦点弦长

典例2

斜率为1的直线经过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F ，且与抛物线相交于两点 A 、 B ，求焦点弦长 AB 的长。

解：方法一：由抛物线的标准方程可知，抛物线焦点的坐标为 $F(1, 0)$ ，

所以直线 AB 的方程为 $y = x - 1$ ，即 $x - y - 1 = 0$ ，①

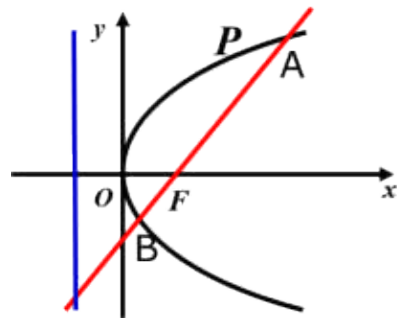
将方程①代入抛物线方程 $y^2 = 4x$ ，化简得 $x^2 - 6x + 1 = 0$ ，

解这个方程，得 $x_1 = 3 + 2\sqrt{2}$ ， $x_2 = 3 - 2\sqrt{2}$ ，

将 x_1, x_2 代入方程①中，

得 $y_1 = 2 + 2\sqrt{2}$ ， $y_2 = 2 - 2\sqrt{2}$ ，即 $A(3 + 2\sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2})$ ， $B(3 - 2\sqrt{2}, 2 - 2\sqrt{2})$ ，

∴ $|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = 8$ 。



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/338043060070007004>