

上海市南汇中学 2023-2024 学年高一上学期 12 月月考数

学试卷

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、填空题

1. 函数 $f(x) = \log_a x + 2 (a > 0, a \neq 1)$ 恒过定点的坐标为_____

2. 已知 $a > 0$, 则化简 $\left(\frac{a^2}{a^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 的结果是_____

3. 函数 $y = \sqrt{2023^x - 1}$ 的定义域为_____

4. 若函数 $f(x) = x + \frac{3}{x}, x \in [1, 2]$, 则函数值域为_____

5. 已知 $\log_{2a} 9 < 0$, 实数 a 的取值范围为_____.

6. 下列幂函数在区间 $(0, +\infty)$ 上是严格增函数, 且图象关于原点成中心对称的是_____

(请填入全部正确的序号)

(1) $y = x^{\frac{1}{2}}$; (2) $y = x^{\frac{1}{3}}$; (3) $y = x^{\frac{2}{3}}$; (4) $y = x^{-\frac{1}{3}}$; (5) $y = x^3$.

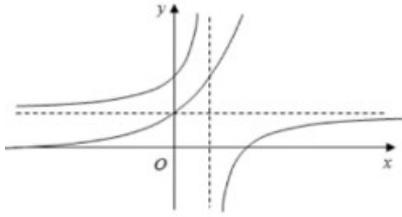
7. 记 $A = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 100$, 那么 $\frac{1}{\log_2 A} + \frac{1}{\log_3 A} + \frac{1}{\log_4 A} + \cdots + \frac{1}{\log_{100} A} =$ _____.

8. 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上是减函数, 若 $f(m+1) + f(3m-2) < 0$, 则实数 m 的取值范围是_____.

9. 已知函数 $y = f(x)$ 满足: 对任意非零实数 x , 均有 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 则 $f(3) =$ _____.

10. 已知函数 $y = f(2^x)$ 的定义域是 $[-1, 1]$, 则函数 $y = f(\log_2 x)$ 的定义域是_____.

11. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 令 $F(x) = (x-b)f(x-b) + 1011$, 若实



15. 已知函数 $f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 对于任意的 $0 < x_1 < x_2$, 有

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0, \quad f(-1) = 0, \quad \text{则 } xf(x) < 0 \text{ 的解集为 ()}$$

- A. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ B. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ C. $(-1, 0) \cup [1, +\infty)$ D. $[-1, 0) \cup (0, 1)$

16. 记 $\max\{x, y\} = \begin{cases} x, & x \geq y \\ y, & x < y \end{cases}$, 已知 $f(x)$ 、 $g(x)$ 均是定义在实数集 \mathbf{R} 上的函数, 设

$h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$, 有下列两个命题:

①若函数 $f(x)$ 、 $g(x)$ 都是偶函数, 则 $h(x)$ 也是偶函数;

②若函数 $f(x)$ 、 $g(x)$ 都是奇函数, 则 $h(x)$ 也是奇函数.

则关于两个命题判断正确的是 ()

- A. ①②都正确 B. ①正确②错误 C. ①错误②正确 D. ①②都错误

三、解答题

17. 设集合 A 为函数 $y = \sqrt{-x^2 - x + 12}$ 的定义域, 集合 B 为函数 $y = \log_3(1 - |x + a|)$ 的定

义域, 若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围.

18. 已知函数 $f(x) = 2^x + \frac{a}{2^x}$ ，其中实数 a 为常数.

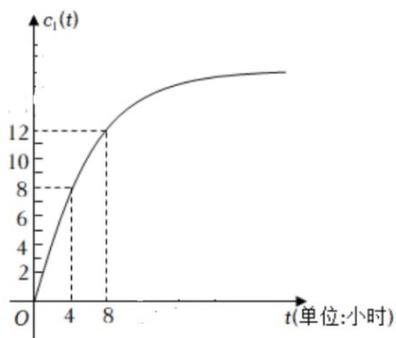
(1) 若 $f(0) = 7$ ，解关于 x 的方程 $f(x) = 5$ ；

(2) 若函数 $f(x)$ 是奇函数，求实数 a 的值.

19. 用打点滴的方式治疗“支原体感染”病患时，血药浓度（血药浓度是指药物吸收后，在血浆内的总浓度）随时间变化的函数符合 $c_1(t) = N_0(1 - 2^{-kt})$ ，其函数图象如图所示

示，其中 N_0 为与环境相关的常数，此种药物在人体内有效治疗效果的浓度在 4 到 15 之间，当达到上限浓度时，必须马上停止注射，之后血药浓度随时间变化的函数符合

$c_2(t) = c \cdot 2^{-kt}$ ，其中 c 为停药时的人体血药浓度.



(1) 求出函数 $c_1(t)$ 的解析式;

(2) 一病患开始注射后, 最迟隔多长时间停止注射? 为保证治疗效果, 最多再隔多长时间开始进行第二次注射? (如果计算结果不是整数, 保留小数点后一位)

20. 已知函数 $y = f(x)$ 的表达式为 $f(x) = 9^x - 2a \cdot 3^x + 3$.

(1) 若 $a = 1, x \in [0, 1]$, 求函数 $y = f(x)$ 的值域;

(2) 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 求函数 $y = f(x)$ 的最小值 $h(a)$;

(3) 对于 (2) 中的函数 $h(a)$, 是否存在实数 m, n , 同时满足下列两个条件: (i)

$n > m > 3$; (ii) 当 $h(a)$ 的定义域为 $[m, n]$, 其值域为 $[m^2, n^2]$; 若存在, 求出 m, n 的

值; 若不存在, 请说明理由.

21. 设函数 $y = f(x)$ 的定义域 $D \subseteq \mathbf{R}$, 若对任意 $x \in D$, 均有 $f(-x) \neq -f(x)$ 成立, 则称

$y = f(x)$ 为“无奇”函数.

(1) 判断函数① $f(x) = x^2$ 和② $g(x) = \lg \frac{2-x}{1+x}$ 是否为“无奇”函数, 说明理由;

(2) 若函数 $h(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + a$ 是定义在 $[-1, 2]$ 上的“无奇”函数, 求实数 a 的取值范围;

(3) 若函数 $r(x) = \frac{1}{2^{x+1} + 1} + m$ 是“无奇”函数, 求实数 m 的取值范围.

参考答案:

1. (1,2)

【分析】根据对数函数的图象求解.

【详解】 $f(1) = \log_a 1 + 2 = 2$, 所以 $f(x)$ 过定点 (1,2).

故答案为: (1,2).

2. a^2

【分析】根据指数幂的运算法则进行计算即可.

【详解】 $\left(\frac{a^2}{a^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}} = (a^{2-\sqrt{2}})^{2+\sqrt{2}} = a^{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} = a^2$,

故答案为: a^2 .

3. $[0, +\infty)$

【分析】根据被开方数大于等于零建立不等式, 解出即可.

【详解】令 $2023^x - 1 \geq 0$, 得 $x \geq 0$,

所以函数的定义域为 $[0, +\infty)$.

故答案为: $[0, +\infty)$.

4. $[2\sqrt{3}, 4]$

【分析】根据对勾函数的单调性求解.

【详解】由对勾函数的单调性知: 函数 $f(x) = x + \frac{3}{x}$ 在 $[1, \sqrt{3}]$ 上递减, 在 $[\sqrt{3}, 2]$ 上递增,

所以 $f(x)_{\min} = f(\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$, 又 $f(1) = 4$, $f(2) = 3.5$,

所以值域为 $[2\sqrt{3}, 4]$.

故答案为: $[2\sqrt{3}, 4]$.

5. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

【分析】利用对数的性质得到 $\log_{2a} 9 < \log_{2a} 1$, 从而判断得 $y = \log_{2a} x$ 的单调性, 由此即可

求得 a 的范围.

【详解】因为 $\log_{2a} 9 < 0 = \log_{2a} 1$, $9 > 1$,

所以 $y = \log_{2a} x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减,

则 $0 < 2a < 1$, 得 $0 < a < \frac{1}{2}$, 即 $a \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$.

故答案为: $\left(0, \frac{1}{2}\right)$.

6. (2) (5)

【解析】利用函数奇偶性的定义判断出(1) (2) (3) (4) (5)中各函数的奇偶性, 利

用幂函数的基本性质判断出各函数在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 由此可得出结果.

【详解】(1) 函数 $y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ 的定义域为 $[0, +\infty)$, 函数 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 为非奇非偶函数,

且该函数在区间 $(0, +\infty)$ 上是严格增函数;

(2) 令 $f_2(x) = x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$, 该函数定义域为 \mathbb{R} ,

$f_2(-x) = \sqrt[3]{-x} = -\sqrt[3]{x} = -f_2(x)$, 函数 $y = x^{\frac{1}{3}}$ 为奇函数,

且该函数在区间 $(0, +\infty)$ 上是严格增函数;

(3) 令 $f_3(x) = x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$, 该函数的定义域为 R ,

$f_3(-x) = \sqrt[3]{(-x)^2} = \sqrt[3]{x^2} = f_3(x)$, 函数 $y = x^{\frac{2}{3}}$ 为偶函数,

且该函数在区间 $(0, +\infty)$ 上是严格增函数;

(4) 令 $f_4(x) = x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$, 该函数的定义域为 $\{x|x \neq 0\}$,

$f_4(-x) = \frac{1}{\sqrt[3]{-x}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = -f_4(x)$, 函数 $y = x^{-\frac{1}{3}}$ 为奇函数,

且该函数在区间 $(0, +\infty)$ 上是严格减函数;

(5) 令 $f_5(x) = x^3$, 该函数的定义域为 R ,

$f_5(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f_5(x)$, 函数 $y = x^3$ 为奇函数,

且该函数在区间 $(0, +\infty)$ 上是严格增函数.

故答案为: (2) (5).

7. 1.

【分析】根据对数运算法则 $\frac{1}{\log_a b} = \log_b a$, 化简原式, 求值.

【详解】 $\frac{1}{\log_2 A} + \frac{1}{\log_3 A} + \frac{1}{\log_4 A} + \dots + \frac{1}{\log_{100} A}$

$= \log_A 2 + \log_A 3 + \log_A 4 + \dots + \log_A 100$

$= \log_A 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 100 = 1.$

故答案为: 1

【点睛】 本题考查对数运算法则，意在考查基本公式，属于基础题型.

8. $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$

【分析】 利用函数奇偶性和单调性的关系进行求解判断.

【详解】 因为 $f(x)$ 是奇函数，在 $(-\infty, 0]$ 上是减函数，

所以 $f(x)$ 在 R 上单调递减，

因为 $f(m+1) + f(3m-2) < 0$ ，

所以 $f(m+1) < -f(3m-2)$ ，

即 $f(m+1) < f(2-3m)$ ，

所以 $m+1 > 2-3m$ ，解得 $m > \frac{1}{4}$.

故答案为： $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$.

9. 7

【分析】 取 $x + \frac{1}{x} = 3$ ，则 $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7$ ，得到答案.

【详解】 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ，取 $x + \frac{1}{x} = 3$ ，则 $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7$ ，即 $f(3) = 7$.

故答案为：7

10. $[\sqrt{2}, 4]$

【分析】 根据 x 的取值范围，求出 2^x 的取值范围，即可得到 $\frac{1}{2} \leq \log_2 x \leq 2$ ，再根据对数函

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/338057046103006030>