2024年江苏省无锡市中考数学试卷

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的。）

1．4的倒数是（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．－4　　C．2　　D．±2

2．在函数$y=\sqrt{x-3}$中，自变量x的取值范围是（　　）

A．$x\neq3$　　B．$x>3$　　C．$x<3$　　D．$x\geqslant3$

3．分式方程$\frac{1}{x}=\frac{2}{x+1}$的解是（　　）

A．$x=1$　　B．$x=-2$　　C．$x=\frac{1}{2}$　　D．$x=2$

4．一组数据：31，32，35，37，35，这组数据的平均数和中位数分别是（　　）

A．34，34　　B．35，35　　C．34，35　　D．35，34

5．下列图形是中心对称图形的是（　　）

A．等边三角形　　B．直角三角形

C．平行四边形　　D．正五边形

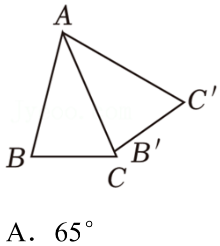
6．已知圆锥的底面圆半径为3，母线长为4，则圆锥的侧面积为（　　）

A．6π　　B．12π　　C．15π　　D．24π

7．《九章算术》中有一道"凫雁相逢"问题（凫：野鸭），大意如下：野鸭从南海飞到北海需要7天，大雁从北海飞到南海需要9天．如果野鸭、大雁分别从南海、北海同时起飞，经过多少天相遇？设经过x天相遇，则下列方程正确的是（　　）

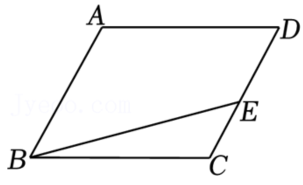
A．$\frac{1}{7}x+\frac{1}{9}x=1$　　B．$\frac{1}{7}x-\frac{1}{9}x=1$　　C．$9x+7x=1$　　D．$9x-7x=1$

8．如图，在△ABC中，∠$B=80°$，∠$C=65°$，将△ABC绕点A逆时针旋转得到△$AB'C'$．当AB'落在AC上时，∠BAC'的度数为（　　）



A．65°　　B．70°　　C．80°　　D．85°

9．如图，在菱形$ABCD$中，∠$ABC=60°$，E是CD的中点，则$\sin∠EBC$的值为（　　）



A．$\frac{\sqrt{3}}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{7}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{21}}{14}$　　D．$\frac{5\sqrt{7}}{14}$

10．已知 y 是 x 的函数，若存在实数 m，n（$m<n$），当 $m\leqslant x\leqslant n$ 时，y 的取值范围是 $tm\leqslant y\leqslant tn$（$t>0$）．我们将 $m\leqslant x\leqslant n$ 称为这个函数的“t 级关联范围”．例如：函数 $y=2x$，存在 $m=1$，$n=2$，当 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时，$2\leqslant y\leqslant 4$，即 $t=2$，所以 $1\leqslant x\leqslant 2$ 是函数 $y=2x$ 的“2 级关联范围”．下列结论：

①$1\leqslant x\leqslant 3$ 是函数 $y=-x+4$ 的“1 级关联范围”；

②$0\leqslant x\leqslant 2$ 不是函数 $y=x^2$ 的“2 级关联范围”；

③函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$）总存在“3 级关联范围”；

④函数 $y=-x^2+2x+1$ 不存在“4 级关联范围”．

其中正确的为（　　）

A．①③　　B．①④　　C．②③　　D．②④

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11．分解因式：$x^2-9=$________________．

12．在科技创新的强力驱动下，中国高铁事业飞速发展，高铁技术已经领跑世界．截至 2023 年底，我国高铁营业里程达到 45000km．数据 45000 用科学记数法表示为 ______________．

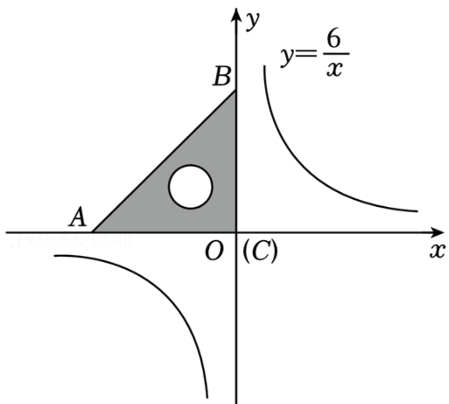
13．正十二边形的内角和等于 ____________度．

14．命题“若 $a>b$，则 $a-3<b-3$”是 ________命题．(填“真”或“假”)

15．某个函数的图象关于原点对称，且当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大．请写出一个符合上述条件的函数表达式：________________________．

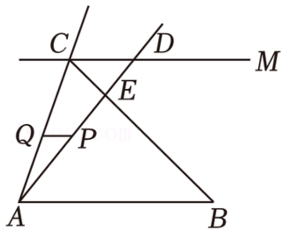
16．在△ABC 中，$AB=4$，$BC=6$，$AC=8$，D，E，F 分别是 AB，BC，AC 的中点，则△DEF 的周长为 ________．

17．在探究“反比例函数的图象与性质”时，小明先将直角边长为 5 个单位长度的等腰直角三角板 ABC 摆放在平面直角坐标系中，使其两条直角边 AC，BC 分别落在 x 轴负半轴、y 轴正半轴上（如图所示），然后将三角板向右平移 a 个单位长度，再向下平移 a 个单位长度后，小明发现 A，B 两点恰好都落在函数 $y=\frac{6}{x}$的图象上，则 a 的值为 __________．



18．如图，在△ABC 中，$AC=2$，$AB=3$，直线 $CM/\!/AB$，E 是 BC 上的动点（端点除外），射线 AE 交 CM 于点 D．在射线 AE 上取一点 P，使得 $AP=2ED$，作 $PQ/\!/AB$，交射线 AC 于点 Q．设 $AQ=x$，$PQ=y$．当 $x=y$ 时，CD

＝______；在点 E 运动的过程中，y 关于 x 的函数表达式为 ______________________.



三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等）

19.（8 分）计算：

（1）$|-4|-\sqrt{16}+(\frac{1}{2})^{-1}$；

（2）$a(a-2b)+(a+b)^2$.

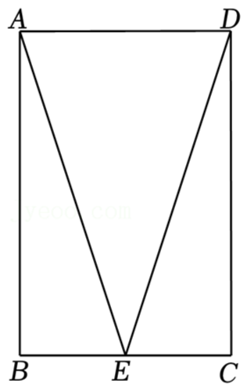
20.（8 分）（1）解方程：$(x-2)^2-4=0$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}2x-3\leqslant x\\ x+2>1\end{cases}$.

21.（8 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 是 BC 的中点，连接 AE，DE．求证：

（1）$\triangle ABE\cong\triangle DCE$；

（2）$\angle EAD=\angle EDA$.



22.（9 分）一只不透明的袋子中装有 1 个白球、1 个红球和 1 个绿球，这些球除颜色外都相同.

（1）将球搅匀，从中任意摸出 1 个球，摸到白球的概率是 ____________________；

（2）将球搅匀，从中任意摸出 1 个球，记录颜色后放回、搅匀，再从中任意摸出 1 个球．求 2 次摸到的球颜色不同的概率.（请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程）

23.（12 分）“五谷者，万民之命，国之重宝.”夯实粮食安全根基，需要强化农业科技支撑．农业科研人员小李在试验田里种植了新品种大麦，为考察麦穗长度的分布情况，开展了一次调查研究.

【确定调查方式】

（1）小李计划从试验田里抽取 100 个麦穗，将抽取的这 100 个麦穗的长度作为样本，下面的抽样调查方式合理的是 _______；（只填序号）

①抽取长势最好的 100 个麦穗的长度作为样本

②抽取长势最差的 100 个麦穗的长度作为样本

③随机抽取 100 个麦穗的长度作为样本

【整理分析数据】

（2）小李采用合理的调查方式获得该试验田 100 个麦穗的长度（精确到 0.1*cm*），并将调查所得的数据整理如下：

试验田 100 个麦穗长度频率分布表

长度 *x*/*cm*	频率
$4.0\leqslant x<4.7$	0.04
$4.7\leqslant x<5.4$	m
$5.4\leqslant x<6.1$	0.45
$6.1\leqslant x<6.8$	0.30
$6.8\leqslant x<7.5$	0.09
合计	1

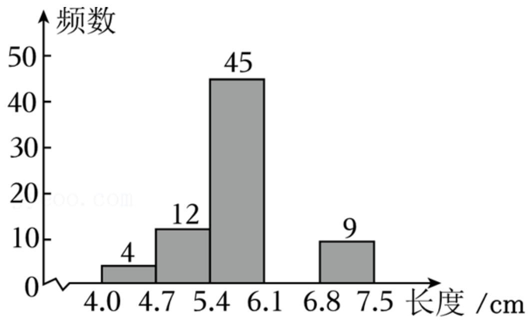
根据图表信息，解答下列问题：

①频率分布表中的 $m=$__________；

②请把频数分布直方图补充完整；（画图后请标注相应数据）

【作出合理估计】

（3）请你估计长度不小于 5.4*cm* 的麦穗在该试验田里所占比例为多少．

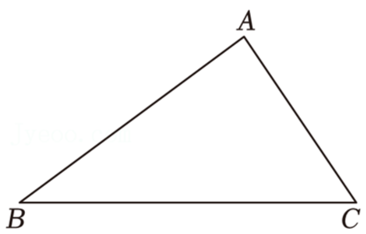


试验田100个麦穗长度频数分布直方图

24．（9 分）如图，在△*ABC* 中，*AB*＞*AC*．

（1）尺规作图：作∠*BAC* 的角平分线，在角平分线上确定点 *D*，使得 *DB*＝*DC*；（不写作法，保留痕迹）

（2）在（1）的条件下，若∠*BAC*＝90°，*AB*＝7，*AC*＝5，则 *AD* 的长是多少？（请直接写出 *AD* 的值）



25．（10 分）某校积极开展劳动教育，两次购买 *A*，*B* 两种型号的劳动用品，购买记录如下表：

	A 型劳动用品（件）	*B* 型劳动用品（件）	合计金额（元）

第一次	20	25	1150
第二次	10	20	800

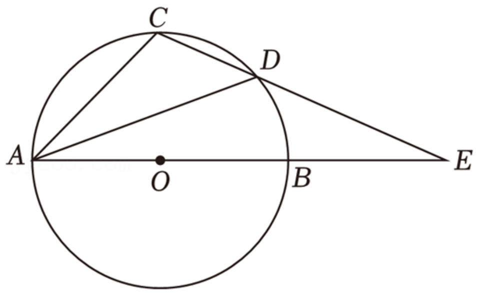
（1）求 A，B 两种型号劳动用品的单价；

（2）若该校计划再次购买 A，B 两种型号的劳动用品共 40 件，其中 A 型劳动用品购买数量不少于 10 件且不多于 25 件．该校购买这 40 件劳动用品至少需要多少元？（备注：A，B 两种型号劳动用品的单价保持不变）

26．（9 分）如图，AB 是⊙O 的直径，△ACD 内接于⊙O，$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DB}$，$AB$，$CD$ 的延长线相交于点 E，且 $DE=AD$．

（1）求证：△CAD∽△CEA；

（2）求∠ADC 的度数．



27．（10 分）【操作观察】

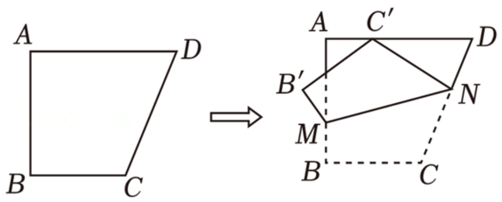
如图，在四边形纸片 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle ABC=90°$，$BC=8$，$AB=12$，$AD=13$．

折叠四边形纸片 $ABCD$，使得点 C 的对应点 C' 始终落在 AD 上，点 B 的对应点为 B'，折痕与 AB，CD 分别交于点 M，N．

【解决问题】

（1）当点 C' 与点 A 重合时，求 $B'M$ 的长；

（2）设直线 $B'C'$ 与直线 AB 相交于点 F，当 $\angle AFC'=\angle ADC$ 时，求 AC' 的长．



28．（13 分）已知二次函数 $y=ax^2+x+c$ 的图象经过点 $A(-1,\ -\frac{1}{2})$ 和点 B（2，1）．

（1）求这个二次函数的表达式；

（2）若点 C（$m+1$，y_1），D（$m+2$，y_2）都在该二次函数的图象上，试比较 y_1 和 y_2 的大小，并说明理由；

（3）点 P，Q 在直线 AB 上，点 M 在该二次函数图象上．问：在 y 轴上是否存在点 N，使得以 P，Q，M，N 为顶点的四边形是正方形？若存在，请直接写出所有满足条件的点 N 的坐标；若不存在，请说明理由．

2024年江苏省无锡市中考数学试卷

参考答案与试卷解析

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的。）

1．【解答】解：4的倒数是$\frac{1}{4}$，

故选：A．

2．【解答】解：由题意得：$x-3\geqslant 0$，

解得：$x\geqslant 3$，

故选：D．

3．【解答】解：$\frac{1}{x}=\frac{2}{x+1}$，

$x+1=2x$，

$x=1$，

检验，当$x=1$时，$x(x+1)\neq 0$，

∴$x=1$是原分式方程的解，

故选：A．

4．【解答】解：这组数据的平均数是：$\frac{1}{5}(31+32+35+37+35)=\frac{1}{5}\times 170=34$，

这组数据从小大到大排序为：31，32，35，35，37，

∵一共有5个数据，

∴中位数为第3位数，即35，

故选：C．

5．【解答】解：选项A、B、D中的图形均不能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转180°后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形；

选项C中的图形能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转180°后与原来的图形重合，所以是中心对称图形；

故选：C．

6．【解答】解：$S_{侧}=\pi rl=\pi\times 3\times 4=12\pi$，

故选：B．

7．【解答】解：设经过x天相遇，

可列方程为：$\frac{1}{7}x+\frac{1}{9}x=1$，

故选：A．

8．【解答】解：由旋转的性质可得出$\angle B'AC'=\angle BAC$，

∵$\angle BAC+\angle B+\angle C=180°$，

∴$\angle BAC=180°-80°-65°=35°$，

∴$\angle B'AC'=\angle BAC=35°$，

∴$\angle BAC'=\angle BAC+\angle B'AC'=70°$，

故选：B．

9.【解答】解：延长 BC，过点 E 作 BC 延长线的垂线，垂足为点 H，

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$BC=CD$，$AB\parallel CD$，

∴$\angle ABC=\angle DCH=60°$，

设 $BC=CD=x$，

∵E 是 CD 的中点，

∴$CE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}x$，

∵$EH\perp BH$，

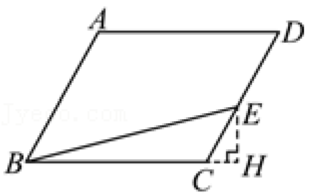
∴$EH=CE\cdot\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{4}x$，$CH=CE\cdot\cos60°=\frac{1}{4}x$，

∴$BH=BC+CH=\frac{5}{4}x$，

∴$BE=\sqrt{BH^2+EH^2}=\frac{2\sqrt{7}}{4}x$，

∴$\sin\angle EBC=\frac{EH}{BE}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}x}{\frac{2\sqrt{7}}{4}x}=\frac{\sqrt{21}}{14}$，

故选：C．



10.【解答】解：①当 $x=1$ 时，$y=-x+4=3$，当 $x=3$ 时，$y=-x+4=1$，

∵$a=-1<0$，

∴y 随 x 的增大而减小，

∴$y=-x+4$ 在 $1\leqslant x\leqslant3$ 时，$1\leqslant y\leqslant3$，即 $t=1$，

∴$1\leqslant x\leqslant3$ 是函数 $y=-x+4$ 的“1 级关联范围”；故①正确，符合题意；

②当 $x=0$ 时，$y=x^2=0$，当 $x=2$ 时，$y=x^2=4$，

∵$y=x^2$ 对称轴为 y 轴，$a=1>0$，

∴当 $x\geqslant0$ 时，y 随 x 的增大而增大，

∴$y=x^2$ 在 $0\leqslant x\leqslant2$ 时，$0\leqslant y\leqslant4$，即 $t=2$，

∴$0\leqslant x\leqslant2$ 是函数 $y=x^2$ 的“2 级关联范围”，故②不正确，不符合题意；

③∵$k>0$，

∴该反比例函数图象位于第一象限，且在第一象限内，y 随 x 的增大而减小．

设当 $0<m\leqslant x\leqslant n$，则$\frac{k}{n}\leqslant y\leqslant\frac{k}{m}$，

当函数$y=\frac{k}{x}(k>0)$存在“3 级关联范围”时$\begin{cases}\frac{k}{n}=3m\\ \frac{k}{m}=3n\end{cases}$，

整理得：$\frac{k}{mn}=3$，

∵$k>0$，$0<m\leqslant x\leqslant n$，

∴总存在$\frac{k}{mn}=3$，

∴函数$y=\frac{k}{x}(k>0)$总存在“3 级关联范围”；故③正确，符合题意；

④函数 $y=-x^2+2x+1$ 的对称轴为$y=-\frac{b}{2a}=1$，

∵$a=-1<0$，

∴当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而增大，

设 $m\leqslant x\leqslant n<1$，则 $-m^2+2m+1\leqslant y\leqslant -n^2+2n+1$，

当函数 $y=-x^2+2x+1$ 存在“4 级关联范围”时，$\begin{cases}-m^2+2m+1=4m\\ -n^2+2n+1=4n\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}m=-1-\sqrt{2}\\ n=-1+\sqrt{2}\end{cases}$，

∴$-1-\sqrt{2}\leqslant x\leqslant -1+\sqrt{2}$是函数 $y=-x^2+2x+1$ 的“4 级关联范围”，

∴函数 $y=-x^2+2x+1$ 存在“4 级关联范围”，故④不正确，不符合题意；

综上：正确的有①③，

故选：A．

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11．【解答】解：$x^2-9=(x+3)(x-3)$．

故答案为：$(x+3)(x-3)$．

12．【解答】解：数据 45000 用科学记数法表示为 4.5×10^4．

故答案为：4.5×10^4．

13．【解答】解：$(12-2)\times180°=1800°$，

∴正十二边形的内角和等于 $1800°$．

故答案为：1800．

14．【解答】解：∵$a>b$

∴$a-3>b-3$，

∴若 $a>b$，则 $a-3<b-3$ 是假命题，

故答案为：假.

15.【解答】解：根据题意有：$y=\frac{1}{x}$，

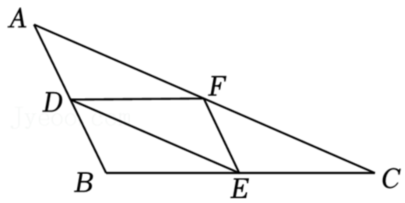
故答案为：$y=\frac{1}{x}$（答案不唯一）.

16.【解答】解：∵$AB=4$，$BC=6$，$AC=8$，D，E，F 分别是 AB，BC，AC 的中点，

∴$DE=\frac{1}{2}AC=4$，$EF=\frac{1}{2}AB=2$，$DF=\frac{1}{2}BC=3$，

∴△DEF 的周长＝$DE+EF+DF=4+2+3=9$，

故答案为：9.



17.【解答】解：∵$OA=OB=5$，

∴A（－5，0），B（0，5），

设平移后点 A、B 的对应点分别为 A'、B'，

∴A'（$-5+a$，$-a$），B'（a，$5-a$），

∵A'、B' 两点恰好都落在函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上，

∴把 B'（a，$5-a$）代入 $y=\frac{6}{x}$ 得：$a(5-a)=6$，

解得：$a=2$ 或 $a=3$.

故答案为：2 或 3.

18.【解答】解：∵$CM\parallel AB$，$PQ\parallel AB$，

∴$CD\parallel PQ$，

∴△APQ∽△ADC，

∴$\frac{AQ}{AC}=\frac{PQ}{CD}$，即$\frac{x}{2}=\frac{y}{CD}$，

∵$x=y$，

∴$CD=2$；

∵△APQ∽△ADC，

∴$\frac{AQ}{AC}=\frac{PQ}{CD}$，即$\frac{x}{2}=\frac{y}{CD}$，

整理得：$CD=\frac{2y}{x}$，

设 $DE=t$，

∵$AP=2ED$，

∴$AP=2t$，

∵$CM\parallel AB$，

∴$\triangle CDE\backsim\triangle BAE$，

∴$\frac{CD}{AB}=\frac{DE}{AE}$，即$\frac{\frac{2y}{x}}{3}=\frac{t}{AE}$，

整理得：$AE=\frac{3xt}{2y}$，

∴$AD=AE+DE=\frac{3xt}{2y}+t=\frac{t(3x+2y)}{2y}$，

∵$\triangle APQ\backsim\triangle ADC$，

∴$\frac{AQ}{AC}=\frac{AP}{AD}$，即$\frac{x}{2}=\frac{2t}{\frac{t(3x+2y)}{2y}}$，

整理得：$y=\frac{3x^2}{8-2x}$，

故答案为：2，$y=\frac{3x^2}{8-2x}$.

三、解答题（本大题共10小题，共96分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等）

19.【解答】解：（1）$|-4|-\sqrt{16}+(\frac{1}{2})^{-1}$

$=4-4+2$

$=2$；

（2）$a(a-2b)+(a+b)^2$

$=a^2-2ab+a^2+2ab+b^2$

$=2a^2+b^2$.

20.【解答】解：（1）$(x-2)^2-4=0$，

$(x-2)^2=4$，

$x-2=2$或$x-2=-2$，

解得：$x_1=4$，$x_2=0$，

（2）$\begin{cases}2x-3\leqslant x① \\ x+2>1②\end{cases}$，

由①可得：$x\leqslant 3$，

由②可得：$x>-1$，

∴原不等式组的解集为：$-1<x\leqslant 3$.

21.【解答】（1）证明：∵四边形$ABCD$是矩形，

∴$AB=DC$，$\angle B=\angle C=90°$，

∵E是BC的中点，