2023年高考数学模拟试卷

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

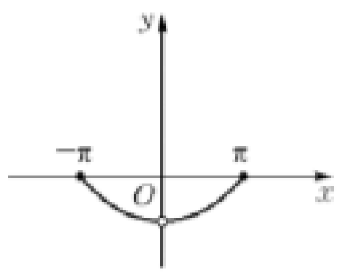
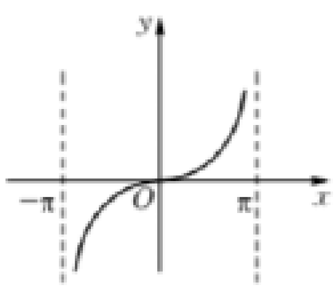
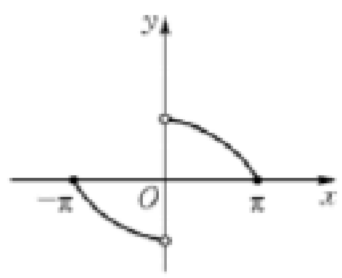
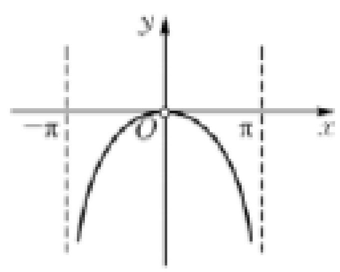
1．已知点F_1是抛物线C：$x^2=2py$的焦点，点F_2为抛物线C的对称轴与其准线的交点，过F_2作抛物线C的切线，切点为A，若点A恰好在以F_1，F_2为焦点的双曲线上，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$　　B．$\sqrt{2}-1$　　C．$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$　　D．$\sqrt{2}+1$

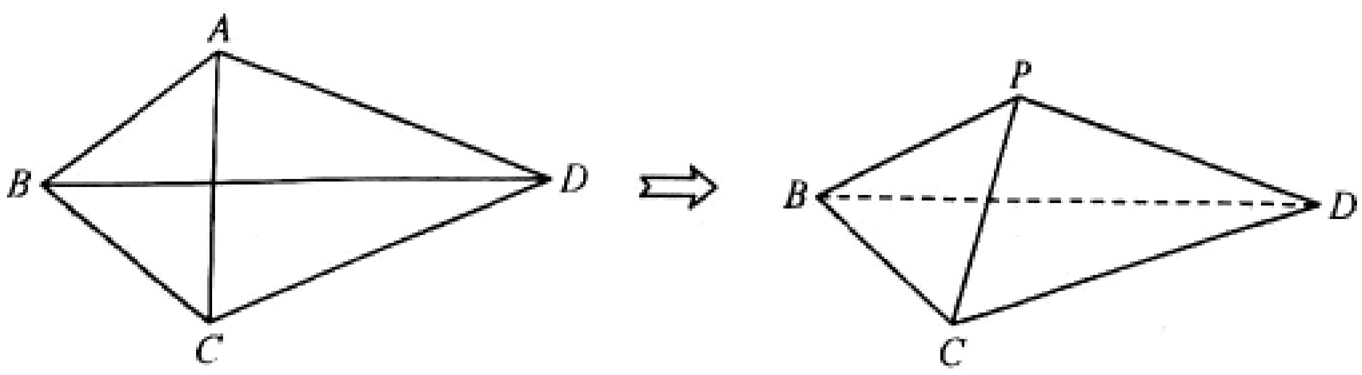
2．已知定义在R上的函数$f(x)$的周期为**4**，当$x\in[-2,2)$时，$f(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x-x-4$，则$f\left(-\log_3 6\right)+f\left(\log_3 54\right)=$（　　）

A．$\dfrac{3}{2}$　　B．$\dfrac{3}{2}-\log_3 2$　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{2}{3}+\log_3 2$

3．函数$y=\dfrac{\sin\left(-x\right)}{x}$（$x\in\left[-\pi,0\right)$或$x\in\left(0,\pi\right]$）的图象大致是（　　）

A．
B．
C．
D．

4．如图，在平面四边形$ABCD$中，满足$AB=BC,CD=AD$，且$AB+AD=10,BD=8$，沿着BD把ABD折起，使点A到达点P的位置，且使$PC=2$，则三棱锥$P-BCD$体积的最大值为（　　）

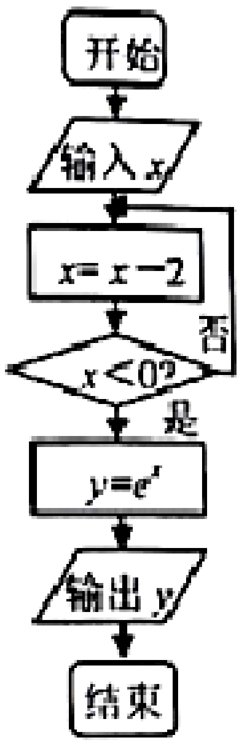


A．**12**　　B．$12\sqrt{2}$　　C．$\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$　　D．$\dfrac{16}{3}$

5．已知i是虚数单位，则$(2+i)i=$（　）

A．$1+2i$　　B．$-1+2i$　　C．$-1-2i$　　D．$1-2i$

6．根据如图所示的程序框图，当输入的x值为**3**时，输出的y值等于（　　）



A．**1**　　**B**．e　　**C**．e^{-1}　　**D**．e^{-2}

7．已知函数$f(x)=\frac{e^x}{a}-x\left(a>0\right)$，若函数$y=f(x)$的图象恒在$x$轴的上方，则实数$a$的取值范围为（　　）

A．$\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$　　**B**．$\left(0,e\right)$　　**C**．$\left(e,+\infty\right)$　　**D**．$\left(\frac{1}{e},1\right)$

8．已知复数$z=\frac{4i}{1+i}$，则z对应的点在复平面内位于（　　）

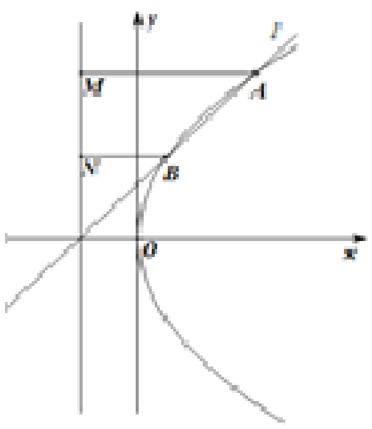
A．第一象限　　**B**．第二象限

C．第三象限　　**D**．第四象限

9．已知抛物线$y^2=2px\left(p>0\right)$经过点$M\left(2,2\sqrt{2}\right)$，焦点为$F$，则直线$MF$的斜率为（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　**B**．$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　**C**．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　**D**．$-2\sqrt{2}$

10．如图，已知直线l: $y=k\left(x+1\right)\left(k>0\right)$与抛物线$C:y^2=4x$相交于***A***，***B***两点，且***A***、***B***两点在抛物线准线上的投影分别是***M***，***N***，若$\left|AM\right|=2\left|BN\right|$，则$k$的值是（　　）



A．$\frac{1}{3}$　　**B**．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　**C**．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　**D**．$2\sqrt{2}$

11．若直线 $2x+y+m=0$ 与圆 $x^2+2x+y^2-2y-3=0$ 相交所得弦长为 $2\sqrt{5}$，则 $m=$（　　）

A．1　　　　**B．2**　　　　**C．$\sqrt{5}$**　　　　**D．3**

12．在平面直角坐标系中，若不等式组 $\begin{cases} x-4y+4\le 0 \\ 2x+y-10\le 0 \\ 5x-2y+2\ge 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域内存在点 (x_0, y_0)，使不等式 $x_0+my_0+1\le 0$ 成立，则实数 m 的取值范围为（　　）

A．$(-\infty,-\frac{5}{2}]$　　　　**B．**$(-\infty,-\frac{1}{2}]$　　　　**C．**$[4,+\infty)$　　　　**D．**$(-\infty,-4]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知实数 ***a***，***b***，***c*** 满足 $a^2+b^2+2c^2=1$，则 $ab+c$ 的最小值是______.

14．已知 F 是抛物线 $C: y^2=2x$ 的焦点，M 是 C 上一点，FM 的延长线交 y 轴于点 N．若 M 为 FN 的中点，则 $|FN|=$________.

15．学校艺术节对同一类的 A,B,C,D 四项参赛作品，只评一项一等奖，在评奖揭晓前，甲、乙、丙、丁四位同学对这四项参赛作品预测如下：甲说：“A 作品获得一等奖”；乙说：“C 作品获得一等奖”；丙说：“B，D 两项作品未获得一等奖”；丁说：“是 A 或 D 作品获得一等奖”，若这四位同学中只有两位说的话是对的，则获得一等奖的作品是___.

16．$(3x-1)\cdot\left(\frac{2}{x}-1\right)^5$ 的展开式中的常数项为_________.

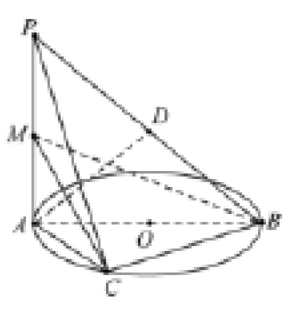
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）对于给定的正整数 ***k***，若各项均不为 **0** 的数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_{n-k}\cdot a_{n-k+1}\cdots a_{n-1}\cdot a_{n+1}\cdots a_{n+k-1}\cdot a_{n+k}=(a_n)^{2k}$ 对任意正整数 $n(n>k)$ 总成立，则称数列 $\{a_n\}$ 是“$Q(k)$ 数列”.

（**1**）证明：等比数列 $\{a_n\}$ 是“$Q(3)$ 数列”；

（**2**）若数列 $\{a_n\}$ 既是“$Q(2)$ 数列”又是“$Q(3)$ 数列”，证明：数列 $\{a_n\}$ 是等比数列.

18.（12 分）如图 AB 是圆 O 的直径，PA 垂直于圆 O 所在的平面，C 为圆周上不同于 A,B 的任意一点



（**1**）求证：平面 $PAC\perp$ 平面 PBC；

（**2**）设 $PA=AB=2AC=4$，D 为 PB 的中点，M 为 AP 上的动点（不与 A 重合）求二面角 $A-BM-C$ 的正切值的

最小值

19.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\sin x}{x}$，$g\left(x\right)=m\left(x-1\right)-2\ln x$.

（**1**）求证：当$x\in\left(0,\pi\right]$时，$f\left(x\right)<1$；

（**2**）若对任意 $x_0\in\left(0,\pi\right]$存在 $x_1\in\left(0,\pi\right]$和 $x_2\in\left(0,\pi\right]$($x_1\neq x_2$) 使 $g\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)=f\left(x_0\right)$成立，求实数 m 的最小值.

20.（12 分）在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的参数方程为

$\begin{cases} x=2+2\cos\theta \\ y=2\sin\theta \end{cases}$（$\theta$ 为参数），直线 l 经过点 $M\left(-1,-3\sqrt{3}\right)$且倾斜角为 α.

（**1**）求曲线 C 的极坐标方程和直线 l 的参数方程；

（**2**）已知直线 l 与曲线 C 交于 A,B，满足 A 为 MB 的中点，求 $\tan\alpha$.

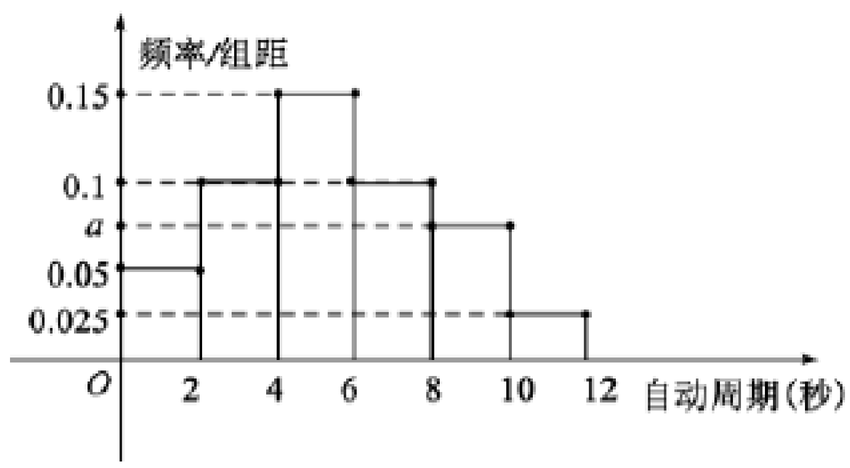
21.（12 分）在 ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $a\neq b$，且

$\cos^2 A-\cos^2 B=\sqrt{3}\sin A\cos A-\sqrt{3}\sin B\cos B$.

（Ⅰ）求角 C 的大小；

（Ⅱ）若 $c=\sqrt{3}$，求 ΔABC 面积的取值范围.

22.（10 分）我国在贵州省平塘县境内修建的 **500** 米口径球面射电望远镜（**FAST**）是目前世界上最大单口径射电望远镜**.**使用三年来，已发现 **132** 颗优质的脉冲星候选体，其中有 **93** 颗已被确认为新发现的脉冲星，脉冲星是上世纪 **60** 年代天文学的四大发现之一，脉冲星就是正在快速自转的中子星，每一颗脉冲星每两脉冲间隔时间（脉冲星的自转周期）是**-**定的，最小小到 **0.0014** 秒，最长的也不过 **11.765735** 秒**.**某**-**天文研究机构观测并统计了 **93** 颗已被确认为新发现的脉冲星的自转周期，绘制了如图的频率分布直方图**.**



（**1**）在 **93** 颗新发现的脉冲星中，自转周期在 **2** 至 **10** 秒的大约有多少颗？

（**2**）根据频率分布直方图，求新发现脉冲星自转周期的平均值**.**

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．**D**

【解析】

根据抛物线的性质，设出直线方程，代入抛物线方程，求得 k 的值，设出双曲线方程，求得 $2a=|AF_2|-|AF_1|=(\sqrt{2}-1)p$，利用双曲线的离心率公式求得 e.

【详解】

直线 F_2A 的直线方程为：$y=kx-\frac{p}{2}$，$F_1(0,\frac{p}{2})$，$F_2(0,-\frac{p}{2})$，

代入抛物线 C：$x^2=2py$ 方程，整理得：$x^2-2pkx+p^2=0$，

$\therefore \triangle=4k^2p^2-4p^2=0$，解得：$k=\pm1$，

$\therefore A(p,\frac{p}{2})$，设双曲线方程为：$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$，

$|AF_1|=p$，$|AF_2|=\sqrt{p^2+p^2}=\sqrt{2}p$，

$2a=|AF_2|-|AF_1|=(\sqrt{2}-1)p$，

$2c=p$，

$\therefore$ 离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$，

故选：D.

【点睛】

本题考查抛物线及双曲线的方程及简单性质，考查转化思想，考查计算能力，属于中档题.

2．**A**

【解析】

因为给出的解析式只适用于 $x\in[-2,2)$，所以利用周期性，将 $f(\log_3 54)$ 转化为 $f(\log_3\frac{2}{3})$，再与 $f\left(-\log_3 6\right)$ 一起代入解析式，利用对数恒等式和对数的运算性质，即可求得结果.

【详解】

$\because$ 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的周期为 **4**

$\therefore f(\log_3 54)=f(\log_3 54-4)=f(\log_3\frac{2}{3})$，

$\because$ 当 $x\in[-2,2)$ 时，$f(x)=(\frac{1}{3})^x-x-4$，

$-\log_3 6\in[-2,2)$，$\log_3\frac{2}{3}\in[-2,2)$，

$\therefore f\left(-\log_3 6\right)+f\left(\log_3 54\right)$

$=(\frac{1}{3})^{-\log_3 6}-(-\log_3 6)-4+(\frac{1}{3})^{\log_3\frac{2}{3}}-\log_3\frac{2}{3}-4$

$=(\frac{1}{3})^{\log_{\frac{1}{3}}6}+(\frac{1}{3})^{\log_{\frac{1}{3}}\frac{3}{2}}+(\log_3 6-\log_3\frac{2}{3})-8$

$=6+\frac{3}{2}+\log_3(6\times\frac{3}{2})-8$

$=\frac{3}{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查了利用函数的周期性求函数值，对数的运算性质，属于中档题**.**

3．**A**

【解析】

确定函数的奇偶性，排除两个选项，再求 $x=\pi$ 时的函数值，再排除一个，得正确选项．

【详解】

分析知，函数 $y=\frac{\sin\left(-x\right)}{x}$（$x\in\left[-\pi,0\right)$ 或 $x\in\left(0,\pi\right]$）为偶函数，所以图象关于 y 轴对称，排除 **B**，**C**，

当 $x=\pi$ 时，$\frac{\sin x}{x}=0$，排除 **D**，

故选：**A**．

【点睛】

本题考查由函数解析式选择函数图象，解题时可通过研究函数的性质，如奇偶性、单调性、对称性等，研究特殊的函数的值、函数值的正负，以及函数值的变化趋势，排除错误选项，得正确结论．

4．**C**

【解析】

过 P 作 $PE\perp BD$ 于 E，连接 CE，易知 $CE\perp BD$，$PE=CE$，从而可证 $BD\perp$ 平面 PCE，进而可知 $V_{P-BCD}=V_{B-PCE}+V_{D-PCE}=\frac{1}{3}S_{\triangle PCE}\cdot BD=\frac{8}{3}S_{\triangle PCE}$，当 $S_{\triangle PCE}$ 最大时，V_{P-BCD} 取得最大值，取 PC 的中点 F，可得

$EF \perp PC$，再由 $S_{\triangle PCE} = \frac{1}{2}PC \cdot EF = \sqrt{PE^2-1}$，求出 PE 的最大值即可.

【详解】

在 $\triangle BPD$ 和 $\triangle BCD$ 中，$\begin{cases} PB = BC \\ PD = CD \\ BD = BD \end{cases}$，所以 $\triangle BPD \cong \triangle BCD$，则 $\angle PBD = \angle CBD$，

过 P 作 $PE \perp BD$ 于 E，连接 CE，显然 $\triangle BPE \cong \triangle BCE$，则 $CE \perp BD$，且 $PE = CE$，

又因为 $PE \cap CE = E$，所以 $BD \perp$ 平面 PCE，

所以 $V_{P-BCD} = V_{B-PCE} + V_{D-PCE} = \frac{1}{3}S_{\triangle PCE} \cdot BD = \frac{8}{3}S_{\triangle PCE}$，

当 $S_{\triangle PCE}$ 最大时，V_{P-BCD} 取得最大值，取 PC 的中点 F，则 $EF \perp PC$，

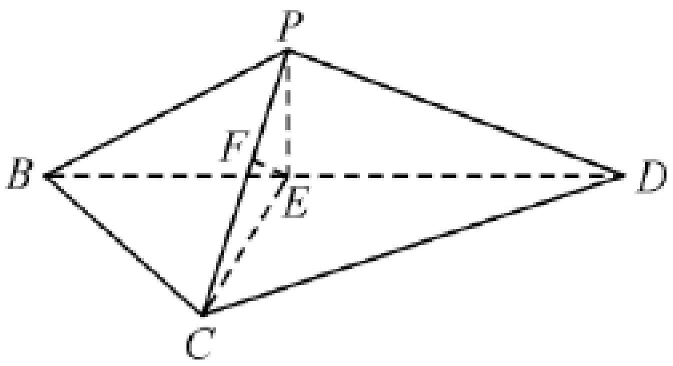
所以 $S_{\triangle PCE} = \frac{1}{2}PC \cdot EF = \sqrt{PE^2-1}$，

因为 $PB + PD = 10, BD = 8$，所以点 P 在以 B, D 为焦点的椭圆上（不在左右顶点），其中长轴长为 **10**，焦距长为 **8**，

所以 PE 的最大值为椭圆的短轴长的一半，故 PE 最大值为 $\sqrt{5^2-4^2} = 3$，

所以 $S_{\triangle PCE}$ 最大值为 $2\sqrt{2}$，故 V_{P-BCD} 的最大值为 $\frac{8}{3} \times 2\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$.

故选：**C.**



【点睛】

本题考查三棱锥体积的最大值，考查学生的空间想象能力与计算求解能力，属于中档题.

5．**B**

【解析】

根据复数的乘法运算法则，直接计算，即可得出结果.

【详解】

$(2+i)i = 2i - 1 = -1 + 2i$.

故选 **B**

【点睛】

本题主要考查复数的乘法，熟记运算法则即可，属于基础题型.

6．**C**

【解析】

根据程序图，当 **x<0** 时结束对 **x** 的计算，可得 **y** 值.

【详解】

由题 **x=3**，**x=x-2=3-1**，此时 **x>0** 继续运行，**x=1-2=-1<0**，程序运行结束，得 $y=e^{-1}$，故选 **C**.

【点睛】

本题考查程序框图，是基础题.

7．**B**

【解析】

函数 $y=f(x)$ 的图象恒在 x 轴的上方，$\frac{e^x}{a}-x>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立.即 $\frac{e^x}{a}>x$，即函数 $y=\frac{e^x}{a}$ 的图象在直线 $y=x$ 上方，先求出两者相切时 a 的值，然后根据 a 变化时，函数 $y=\frac{e^x}{a}$ 的变化趋势，从而得 a 的范围.

【详解】

由题 $\frac{e^x}{a}-x>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立.即 $\frac{e^x}{a}>x$，

$y=\frac{e^x}{a}$ 的图象永远在 $y=x$ 的上方，

设 $y=\frac{e^x}{a}$ 与 $y=x$ 的切点 (x_0,y_0)，则 $\begin{cases}\frac{e^{x_0}}{a}=1\\\frac{e^{x_0}}{a}=x_0\end{cases}$，解得 $a=e$，

易知 a 越小，$y=\frac{e^x}{a}$ 图象越靠上，所以 $0<a<e$.

故选：**B**.

【点睛】

本题考查函数图象与不等式恒成立的关系，考查转化与化归思想，首先函数图象转化为不等式恒成立，然后不等式恒成立再转化为函数图象，最后由极限位置直线与函数图象相切得出参数的值，然后得出参数范围.

8．**A**

【解析】

利用复数除法运算化简 z，由此求得 z 对应点所在象限.

【详解】

依题意$z=\frac{4i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=2i(1-i)=2+2i$，对应点为$(2,2)$，在第一象限.

故选 **A.**

【点睛】

本小题主要考查复数除法运算，考查复数对应点的坐标所在象限，属于基础题.

9．**A**

【解析】

先求出p，再求焦点F坐标，最后求MF的斜率

【详解】

解：抛物线 $y^2=2px(p>0)$经过点$M\left(2,2\sqrt{2}\right)$

$\left(2\sqrt{2}\right)^2=2p\times2$，$p=2$，

$F(1,0)$，$k_{MF}=2\sqrt{2}$，

故选：**A**

【点睛】

考查抛物线的基础知识及斜率的运算公式，基础题.

10．**C**

【解析】

直线$y=k(x+1)(k>0)$恒过定点$P(-1,0)$，由此推导出$|OB|=\frac{1}{2}|AF|$，由此能求出点 B 的坐标，从而能求出k的值.

【详解】

设抛物线$C:y^2=4x$的准线为$l:x=-1$，

直线$y=k(x+1)(k>0)$恒过定点$P(-1,0)$，

如图过 ***A***、***B*** 分别作$AM\perp l$于 ***M***，$BN\perp l$于 ***N***，

由$|AM|=2|BN|$，则$|FA|=2|FB|$，

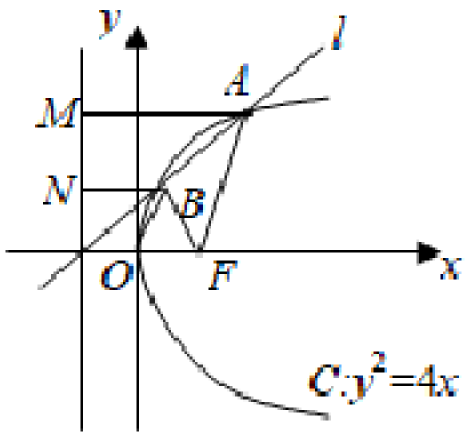
点 ***B*** 为 ***AP*** 的中点、连接 ***OB***，则$|OB|=\frac{1}{2}|AF|$，

$\therefore|OB|=|BF|$，点 ***B*** 的横坐标为$\frac{1}{2}$，

∴点 B 的坐标为 $B\left(\frac{1}{2},\sqrt{2}\right)$，把 $B\left(\frac{1}{2},\sqrt{2}\right)$ 代入直线 $y=k(x+1)(k>0)$，

解得 $k=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

故选：C.



【点睛】

本题考查直线与圆锥曲线中参数的求法，考查抛物线的性质，是中档题，解题时要注意等价转化思想的合理运用，属于中档题.

11．A

【解析】

将圆的方程化简成标准方程,再根据垂径定理求解即可.

【详解】

圆 $x^2+2x+y^2-2y-3=0$ 的标准方程 $(x+1)^2+(y-1)^2=5$,圆心坐标为 $(-1,1)$,半径为 $\sqrt{5}$,因为直线 $2x+y+m=0$ 与圆 $x^2+2x+y^2-2y-3=0$ 相交所得弦长为 $2\sqrt{5}$,所以直线 $2x+y+m=0$ 过圆心,得 $2\times(-1)+1+m=0$,即 $m=1$.

故选： A

【点睛】

本题考查了根据垂径定理求解直线中参数的方法,属于基础题.

12．B

【解析】

依据线性约束条件画出可行域，目标函数 $x_0+my_0+1\le 0$ 恒过 $D(-1,0)$，再分别讨论 m 的正负进一步确定目标函数与可行域的基本关系，即可求解

【详解】

作出不等式对应的平面区域，如图所示：