

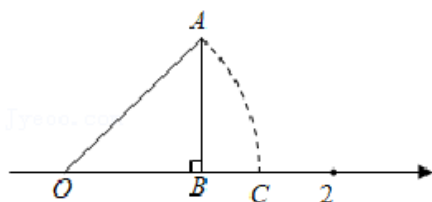
2020-2021 学年北京市东城区八年级（下）期末数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. (3 分) 函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -1$ B. $x \leq -1$ C. $x \neq -1$ D. $x = -1$

2. (3 分) 如图，数轴上点 B 表示的数为 1， $AB \perp OB$ ，且 $AB = OB$ ，以原点 O 为圆心， OA 为半径画弧，交数轴正半轴于点 C ，则点 C 所表示的数为 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2} - 1$ D. $1 - \sqrt{2}$

3. (3 分) 为筹备学校元旦联欢晚会，在准备工作中，班长先对全班同学喜爱的水果做了民意调查，再决定最终买哪种水果。下面的统计量中，他最关注的是 ()

- A. 众数 B. 平均数 C. 中位数 D. 方差

4. (3 分) 下列各组数中，能作为直角三角形边长的是 ()

- A. 1, 2, 3 B. 6, 7, 8 C. 1, 1, $\sqrt{3}$ D. 5, 12, 13

5. (3 分) 一次函数 $y = 3x + 1$ 的图象经过点 $(1, y_1)$ ， $(2, y_2)$ ，则以下判断正确的是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 无法确定

6. (3 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，将直线 $y = 2x + 1$ 向上平移 2 个单位长度后，所得的直线的解析式为 ()

- A. $y = 2x - 1$ B. $y = 2x + 2$ C. $y = 2x + 3$ D. $y = 2x - 2$

7. (3 分) 菱形和矩形都具有的性质是 ()

- A. 对角线互相垂直 B. 对角线长度相等
C. 对角线平分一组对角 D. 对角线互相平分

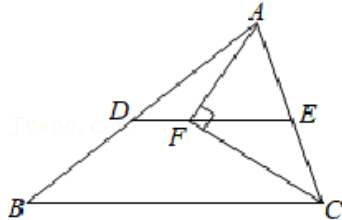
8. (3 分) 甲、乙、丙、丁四位同学五次数学测验成绩统计如表。如果从这四位同学中，选出一位平均成绩较高且状态稳定的同学参加数学比赛，那么应选 ()

甲 乙 丙 丁

| | | | | |
|-----|----|----|----|----|
| 平均数 | 80 | 85 | 85 | 80 |
| 方差 | 42 | 45 | 54 | 59 |

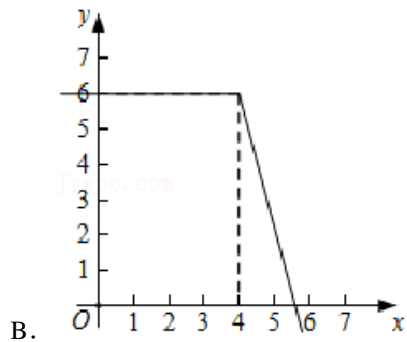
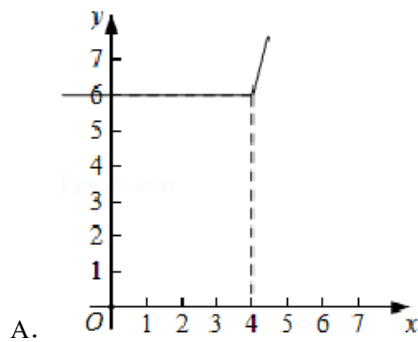
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

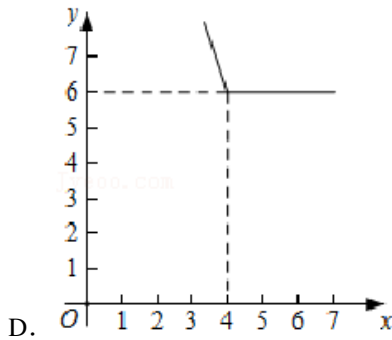
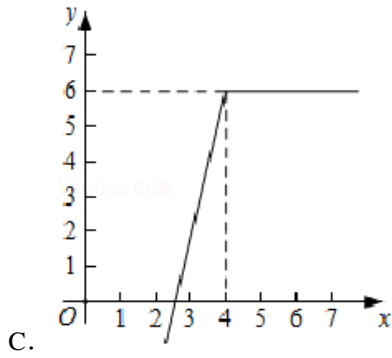
9. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、点 E 分别是 AB , AC 的中点, 点 F 是 DE 上一点, 且 $\angle AFC=90^\circ$, 若 $BC=12$, $AC=8$, 则 DF 的长为 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. (3分) 若定义一种新运算: $a \otimes b = \begin{cases} 2a - b (a \geq b) \\ 2a + b - 12 (a < b) \end{cases}$, 例如: $3 \otimes 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$; $4 \otimes 5 = 2 \times 4 + 5 - 12 = 1$. 则函数 $y = (x+2) \otimes (2x-2)$ 的图象大致是 ()





二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

11. (2 分) 请写出一个图象经过第一、三象限的正比例函数的解析式_____.

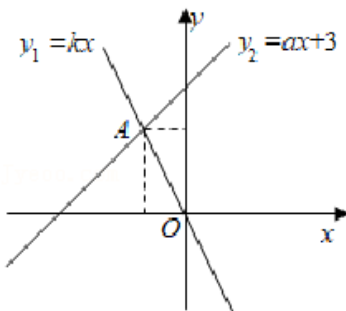
12. (2 分) 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A + \angle C = 100^\circ$, 则 $\angle C =$ _____.

13. (2 分) 某手表厂抽查了 10 只手表的日走时误差, 数据如表所示:

| | | | | |
|---------------|---|---|---|---|
| 日走时误差 (单位: 秒) | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 只数 | 4 | 3 | 2 | 1 |

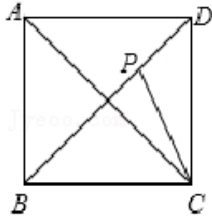
则这 10 只手表的平均日走时误差是 _____ 秒.

14. (2 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y_1=kx$ 与 $y_2=ax+3$ 的图象交于点 A (-1, 2), 则关于 x 的不等式 $kx > ax+3$ 的解集是 _____.



15. (2 分) 如图, 已知 P 是正方形 $ABCD$ 对角线 BD 上一点, 且 $BP=BC$, 则 $\angle ACP$ 度数

是_____度.



16. (2分) 我国三国时期数学家赵爽为了证明勾股定理, 创造了一幅“弦图”, 后人称其为“赵爽弦图”, 如图1所示. 在图2中, 若正方形 $ABCD$ 的边长为 14, 正方形 $IJKL$ 的边长为 2, 且 $IJ \parallel AB$, 则正方形 $EFGH$ 的边长为_____.

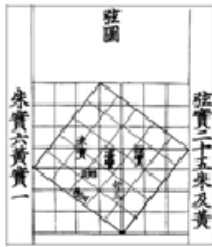


图1

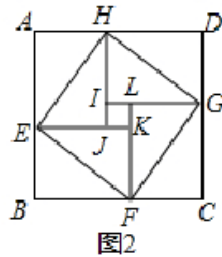
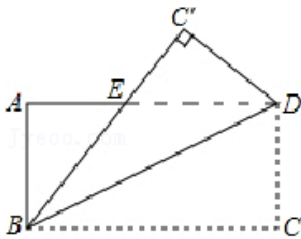
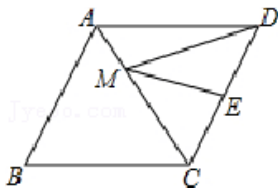


图2

17. (2分) 如图, 把矩形 $ABCD$ 沿直线 BD 向上折叠, 使点 C 落在点 C' 的位置上, BC' 交 AD 于点 E , 若 $AB=3$, $BC=6$, 则 DE 的长为_____.



18. (2分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 4, $\angle ABC=60^\circ$, 点 E 是 CD 的中点, 点 M 是 AC 上一动点, 则 $MD+ME$ 的最小值是_____.



三、解答题 (第 19 题 4 分, 第 20-25 题每题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题每题 7 分, 共 54 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

19. (4分) 已知: 如图 1, $\triangle ABC$ 为锐角三角形, $AB=AC$.

求作: 菱形 $ABDC$.

作法：如图 2.

①以点 A 为圆心，适当长为半径作弧，交 AC 于点 M ，交 AB 于点 N ；

②分别以点 M, N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle CAB$ 的内部相交于点 E ，

作射线 AE 与 BC 交于点 O ；

③以点 O 为圆心，以 OA 长为半径作弧，与射线 AE 交于点 D ，点 D 和点 A 分别位于 BC 的两侧，连接 CD, BD ；

则四边形 $ABDC$ 就是所求作的菱形.

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形 (保留作图痕迹)；

(2) 完成下面的证明.

证明：由作法可知， AE 平分 $\angle CAB$.

$\because AB=AC,$

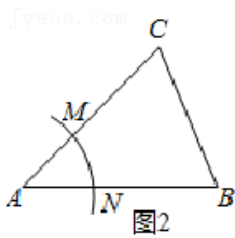
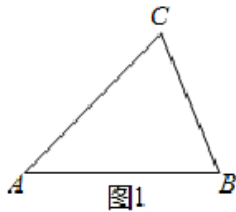
$\therefore CO=$ _____.

$\because AO=DO,$

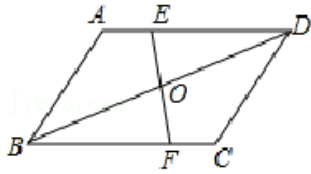
\therefore 四边形 $ABDC$ 是平行四边形 (_____) (填推理的依据).

$\because AB=AC,$

\therefore 四边形 $ABDC$ 是菱形 (_____) (填推理的依据).



20. (5分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E, F 分别在 AD, BC 上，且 $AE=CF$ ， EF, BD 相交于点 O ，求证： $OE=OF$.



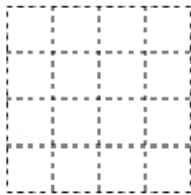
21. (5分) 如表是一次函数 $y=kx+b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 中 y 与 x 的两组对应值.

| | | |
|-----|-----|---|
| x | - 2 | 0 |
| y | 6 | 3 |

- (1) 求这个一次函数的表达式;
- (2) 求这个一次函数图象与坐标轴围成的三角形的面积.

22. (5分) 如图, 在 4×4 的正方形网格中, 每个小方格的顶点叫做格点, 以格点为顶点分别按下列要求画三角形 ABC .

- (1) 在图①中, 画一个直角三角形, 使它的三边长都是有理数;
- (2) 在图②中, 画一个直角三角形, 使它的两边长是有理数, 另外一边长是无理数;
- (3) 在图③中, 画一个直角三角形, 使它的一边长是有理数, 另外两边长是无理数.



图①



图②



图③

23. (5分) 2021年7月1日是中国共产党成立100周年纪念日. 某校开展了一次党史知识竞赛(竞赛成绩为百分制), 并随机抽取了50名学生的竞赛成绩, 经过整理数据, 得到以下信息:

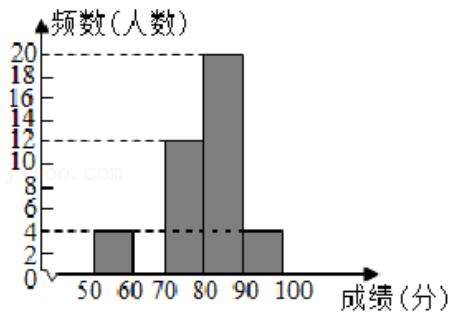
信息一: 50名学生竞赛成绩的频数分布直方图如图所示(数据分成5组: $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$), 从左到右依次为第一组到第五组.

信息二: 第三组的成绩(单位: 分)为71, 72, 73, 73, 74, 74, 75, 76, 76, 76, 77, 79.

根据信息解答下列问题:

- (1) 补全频数分布直方图(直接在图中补全);
- (2) 第三组竞赛成绩的众数是 _____ 分, 抽取的50名学生竞赛成绩的中位数是 _____ 分;

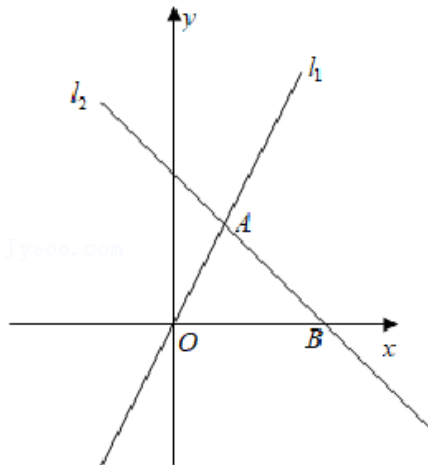
(3) 若该校共有 1500 名学生参赛，估计该校参赛学生成绩不低于 80 分的人数.



24. (5分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 经过原点，且与直线 $l_2: y = -x + 3$ 交于点 $A(m, 2)$ ，直线 l_2 与 x 轴交于点 B .

(1) 求直线 l_1 的函数解析式;

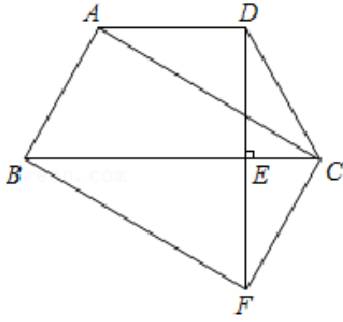
(2) 点 $P(n, 0)$ 在 x 轴上，过点 P 作平行于 y 轴的直线，分别与直线 l_1, l_2 交于点 M, N . 若 $MN = OB$ ，求 n 的值.



25. (5分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = CD = 6$ ， $BC = 10$ ， $AC = 8$ ， $\angle ABC = \angle BCD$. 过点 D 作 $DE \perp BC$ ，垂足为点 E ，延长 DE 至点 F ，使 $EF = DE$ ，连接 BF, CF .

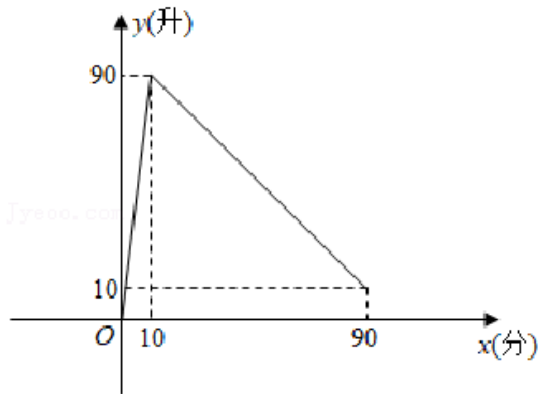
(1) 求证：四边形 $ABFC$ 是矩形;

(2) 求 DE 的长.



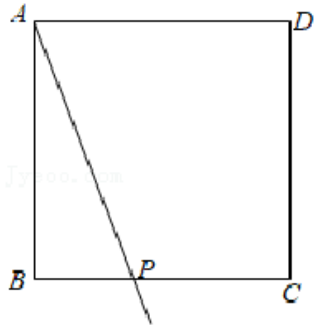
26. (6分) 某种机器工作前先将空油箱加满 (加油过程), 然后停止加油立即开始工作 (加工过程). 当停止工作时, 油箱中油量为 10 升. 在整个过程中, 油箱里的油量 y (单位: 升) 与时间 x (单位: 分) 之间的关系如图所示.

- (1) 机器加油过程中每分钟加油量为 _____ 升, 机器加工过程中每分钟耗油量为 _____ 升;
- (2) 求机器加工过程中 y 关于 x 的函数解析式;
- (3) 当油箱中油量为油箱容积的一半时, 直接写出此时 x 的值.



27. (7分) 如图, 点 P 是正方形 $ABCD$ 边 BC 上一点, $\angle BAP = \alpha$. 作点 D 关于直线 AP 的对称点 E , 连接 AE . 作射线 EB 交直线 AP 于点 F , 连接 CF .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 求 $\angle ABE$ 的度数 (用含 α 的式子表示);
- (3) ① $\angle AFB =$ _____ $^\circ$;
- ② 用等式表示 BE , CF 的数量关系, 并给出证明.

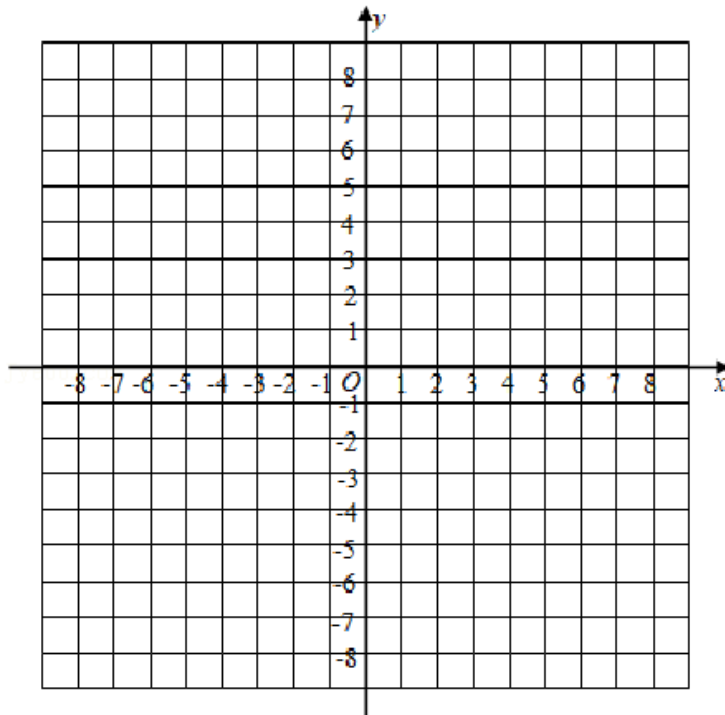


28. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中的图形 M 和点 P , 给出如下定义: 如果图形 M 上存在点 Q , 使得 $0 \leq PQ \leq 1$, 那么称点 P 为图形 M 的和谐点. 已知点 $A(3, 3)$, $B(-3, 3)$.

(1) 在点 $P_1(-2, 2)$, $P_2(0, 3.5)$, $P_3(4, 0)$ 中, 直线 AB 的和谐点是 _____;

(2) 点 P 在直线 $y = x - 1$ 上, 如果点 P 是直线 AB 的和谐点, 求点 P 的横坐标 x 的取值范围;

(3) 已知点 $C(-3, -3)$, $D(3, -3)$, 如果直线 $y = x + b$ 上存在正方形 $ABCD$ 的和谐点 E, F , 使得线段 EF 上的所有点 (含端点) 都是正方形 $ABCD$ 的和谐点, 且 $EF > \sqrt{2}$, 直接写出 b 的取值范围.



围.

2020-2021 学年北京市东城区八年级（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. (3 分) 函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -1$ B. $x \leq -1$ C. $x \neq -1$ D. $x = -1$

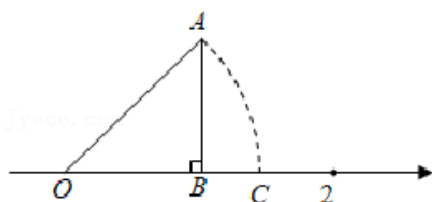
【解答】解：由题意，得

$$x+1 \neq 0,$$

$$\text{解得 } x \neq -1,$$

故选：C.

2. (3 分) 如图，数轴上点 B 表示的数为 1， $AB \perp OB$ ，且 $AB = OB$ ，以原点 O 为圆心， OA 为半径画弧，交数轴正半轴于点 C ，则点 C 所表示的数为 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2} - 1$ D. $1 - \sqrt{2}$

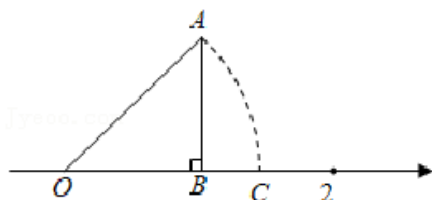
【解答】解：如图，在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中， $AB = OB = 1$ ，则 $OA = \sqrt{OB^2 + AB^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

\therefore 以 O 为圆心，以 OA 为半径画弧，交数轴的正半轴于点 C ，

$$\therefore OC = OA = \sqrt{2},$$

\therefore 点 C 表示的实数是 $\sqrt{2}$.

故选：A.



3. (3 分) 为筹备学校元旦联欢晚会，在准备工作中，班长先对全班同学喜爱的水果做了民意调查，再决定最终买哪种水果。下面的统计量中，他最关注的是 ()

- A. 众数 B. 平均数 C. 中位数 D. 方差

【解答】解：由于众数是数据中出现次数最多的数，故班长最值得关注的应该是统计调查数据的众数.

故选：A.

4. (3分) 下列各组数中，能作为直角三角形边长的是 ()

- A. 1, 2, 3 B. 6, 7, 8 C. 1, 1, $\sqrt{3}$ D. 5, 12, 13

【解答】解：A、 $\because 1^2+2^2 \neq 3^2$, \therefore 不能构成直角三角形，故本选项不符合题意；

B、 $\because 6^2+7^2 \neq 8^2$, \therefore 不能构成直角三角形，故本选项不符合题意；

C、 $\because 1^2+1^2 \neq (\sqrt{3})^2$, \therefore 不能构成直角三角形，故本选项不符合题意；

D、 $\because 5^2+12^2=13^2$, \therefore 能构成直角三角形，故本选项符合题意.

故选：D.

5. (3分) 一次函数 $y=3x+1$ 的图象经过点 $(1, y_1)$, $(2, y_2)$, 则以下判断正确的是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 无法确定

【解答】解： \because 一次函数 $y=3x+1$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

$\because P_1(1, y_1)$ 、 $P_2(2, y_2)$ 是一次函数 $y=3x+1$ 图象上的两个点, $1 < 2$,

$\therefore y_1 < y_2$.

故选：B.

6. (3分) 在平面直角坐标系 xOy 中，将直线 $y=2x+1$ 向上平移 2 个单位长度后，所得的直线的解析式为 ()

- A. $y=2x-1$ B. $y=2x+2$ C. $y=2x+3$ D. $y=2x-2$

【解答】解：由题意得：平移后的解析式为： $y=2x+1+2$ ，即 $y=2x+3$.

故选：C.

7. (3分) 菱形和矩形都具有的性质是 ()

- A. 对角线互相垂直 B. 对角线长度相等
C. 对角线平分一组对角 D. 对角线互相平分

【解答】解： \because 矩形的对角线相等且互相平分，菱形的对角线垂直且互相平分，

\therefore 菱形和矩形都具有的性质为对角线互相平分，

故选：D.

8. (3分) 甲、乙、丙、丁四位同学五次数学测验成绩统计如表. 如果从这四位同学中，选出一位平均成绩较高且状态稳定的同学参加数学比赛，那么应选 ()

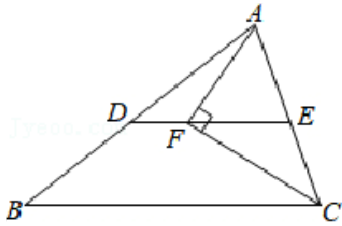
| | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 |
|-----|----|----|----|----|
| 平均数 | 80 | 85 | 85 | 80 |
| 方差 | 42 | 45 | 54 | 59 |

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【解答】解：由于乙的平均数较大且方差较小，故选乙.

故选：B.

9. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D、点E分别是AB，AC的中点，点F是DE上一点，且 $\angle AFC=90^\circ$ ，若 $BC=12$ ， $AC=8$ ，则DF的长为（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【解答】解： \because 点D、点E分别是AB，AC的中点，

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because BC = 12,$$

$$\therefore DE = 6,$$

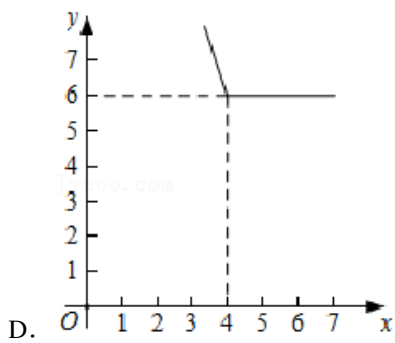
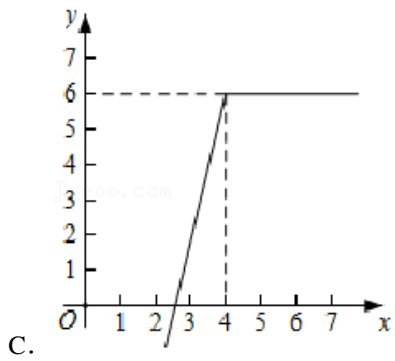
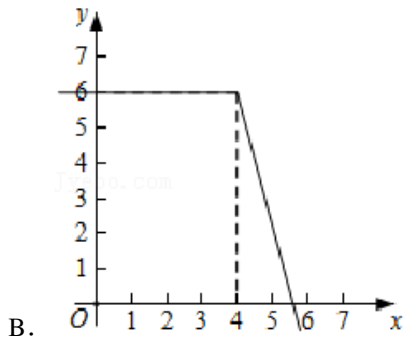
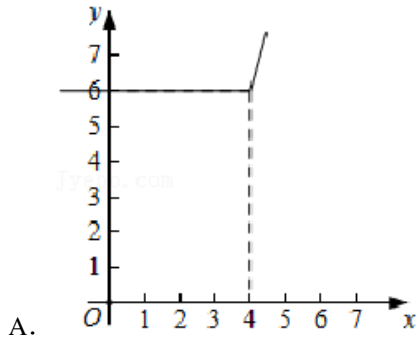
在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中， $\angle AFC = 90^\circ$ ，点E是AC的中点， $AC = 8$ ，

$$\therefore FE = \frac{1}{2}AC = 4,$$

$$\therefore DF = DE - FE = 6 - 4 = 2,$$

故选：B.

10. (3分) 若定义一种新运算： $a \otimes b = \begin{cases} 2a - b (a \geq b) \\ 2a + b - 12 (a < b) \end{cases}$ ，例如： $3 \otimes 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$ ； $4 \otimes 5 = 2 \times 4 + 5 - 12 = 1$. 则函数 $y = (x+2) \otimes (2x-2)$ 的图象大致是（ ）



【解答】解：∵当 $x+2 \geq 2x-2$ 时， $x \leq 4$ ，

$$\therefore \text{当 } x \leq 4 \text{ 时，} (x+2) \otimes (2x-2) = 2(x+2) - (2x-2) = 6,$$

即： $y=6$ ，

$$\text{当 } x > 4 \text{ 时，} (x+2) \otimes (2x-2) = 2(x+2) + (2x-2) - 12 = 4x - 10,$$

即： $y=4x-10$ ，

$$\therefore k=4>0,$$

\therefore 当 $x>4$ 时, $y=4x-10$, 函数图象从左向右逐渐上升, y 随 x 的增大而增大,

综上所述, A 选项符合题意.

故选: A.

二、填空题(本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

11. (2 分) 请写出一个图象经过第一、三象限的正比例函数的解析式 $y=x$.

【解答】解: \because 正比例函数 $y=kx$ 的图象经过第一、三象限,

$$\therefore k \text{ 可取 } 1,$$

此时正比例函数解析式为 $y=x$.

故答案为 $y=x$.

12. (2 分) 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A+\angle C=100^\circ$, 则 $\angle C=$ 50° .

【解答】解: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle A=\angle C,$$

$$\therefore \angle A+\angle C=100^\circ,$$

$$\therefore \angle A=\angle C=50^\circ,$$

故答案为: 50° .

13. (2 分) 某手表厂抽查了 10 只手表的日走时误差, 数据如表所示:

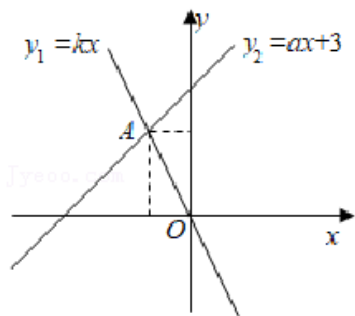
| | | | | |
|---------------|---|---|---|---|
| 日走时误差 (单位: 秒) | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 只数 | 4 | 3 | 2 | 1 |

则这 10 只手表的平均日走时误差是 1 秒.

【解答】解: 这 10 只手表的平均日走时误差是 $\frac{0\times 4+1\times 3+2\times 2+3\times 1}{10}=1$ (秒).

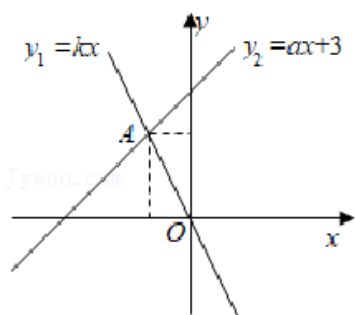
故答案为: 1.

14. (2 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y_1=kx$ 与 $y_2=ax+3$ 的图象交于点 $A(-1, 2)$, 则关于 x 的不等式 $kx>ax+3$ 的解集是 $x<-1$.

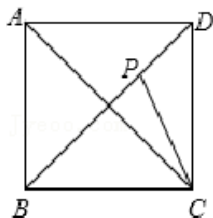


【解答】解：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y_1=kx$ 与 $y_2=ax+3$ 的图象交于点 A $(-1, 2)$ ，则关于 x 的不等式 $kx > ax+3$ 的解集是 $x < -1$ 。

故答案是： $x < -1$ 。



15. (2分) 如图，已知 P 是正方形 $ABCD$ 对角线 BD 上一点，且 $BP=BC$ ，则 $\angle ACP$ 度数是 22.5 度。



【解答】解：∵ $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle DBC = \angle BCA = 45^\circ,$$

$$\because BP = BC,$$

$$\therefore \angle BCP = \angle BPC = \frac{1}{2} (180^\circ - 45^\circ) = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle ACP \text{ 度数是 } 67.5^\circ - 45^\circ = 22.5^\circ.$$

16. (2分) 我国三国时期数学家赵爽为了证明勾股定理，创造了一幅“弦图”，后人称其为“赵爽弦图”，如图1所示。在图2中，若正方形 $ABCD$ 的边长为14，正方形 $IJKL$ 的边长为2，且 $IJ \parallel AB$ ，则正方形 $EFGH$ 的边长为 10。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/347040036120006044>