上海市嘉定区第一中学2023-2024学年高二上学期期末考试数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、填空题

1．已知直线l的一个法向量是$(2,-1)$，则它的斜率为______.

2．某药物公司实验一种降低胆固醇的新药，在500个病人中进行实验，结果如下表所示.

胆固醇降低的人数	没有起作用的人数	胆固醇升高的人数
307	120	73

则使用药物后胆固醇降低的经验概率等于____.

3．若等比数列的前n项和$S_n=4^{n-1}+a$，则$a=$____.

4．总体是由编号为$01,02,\cdots,29,30$的30个个体组成.利用下面的随机数表选取5个个体，选取方法是从随机数表第1行的第5列和第6列数字开始由左到右依次选取两个数字，则选出来的第5个个体的编号为______.

7816	1572	0802	6315	0216	4319	9714	0198
3204	9234	4936	8200	3623	4869	6938	7181

5．已知一个圆柱和一个圆锥同底等高，且圆锥的轴截面是一个正三角形，则圆柱的侧面积与圆锥的侧面积之比为______.

6．在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E、F分别为棱AA_1、BB_1的中点，G为棱A_1B_1上的一点，且$A_1G=\lambda\left(0\le\lambda\le1\right)$，则点$G$到平面$D_1EF$的距离为_______.

7．甲、乙两人参加玩游戏活动，每轮游戏活动由甲、乙各玩一盘，已知甲每盘获胜的概率为$\frac{3}{4}$，乙每盘获胜的概率为$\frac{2}{3}$.在每轮游戏活动中，甲和乙获胜与否互不影响，各轮结果也互不影响，则甲、乙两人在两轮玩游戏活动中共获胜3盘的概率为____.

8．已知O为空间任意一点，A、B、C、P满足任意三点不共线，但四点共面，且

$\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$，则$m$的值为______.

9．某校从高二女生中随机抽取了一个容量为20的身高样本，数据从小到大排序如下（单位：cm）：

152、155、158、164、164、165、165、165、166、167、168、168、169、170、170、170、171、x、176、178，若样本数据的90百分位数是175，则x的值为_____.

10．已知直线的斜率$k=\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{x}\right)$，$x\neq 0$，则直线的倾斜角$\alpha$的取值范围为_____.

11．在由正整数构成的无穷数列$\{a_n\}$中，对任意的正整数，都有$a_n\leq a_{n+1}$且对任意的正整数k，数列$\{a_n\}$中恰有k个k，则$a_{2023}=$___.

12．在一个棱长为6cm的密封正方体盒子中，放一个半径为1cm的小球．无论怎样摇动盒子，小球在盒子中不能达到的空间体积是_____cm^3.

二、单选题

13．设A、B是两个事件，以下说法正确的是（　）．

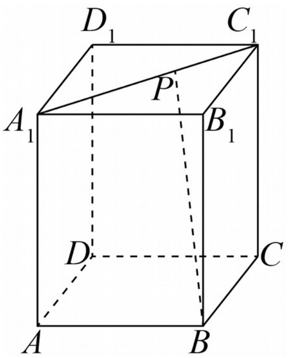
A．若$P(A)+P(B)=1$，则事件A与事件B对立

B．若$P(A)+P(B)=1$，则事件A与事件B互斥

C．若$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$，则事件A与事件B互斥且不对立

D．若$P(A\cap B)=P(A)P(B)$，则事件A与事件B相互独立

14．如图所示，长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=1,AD=2,AA_1=3$，P是线段A_1C_1上的动点，则下列直线中，始终与直线BP异面的是（　）



A．DD_1　　B．B_1C　　C．D_1C　　D．AC

15．已知a_1，a_2，a_3，a_4是各项均为正数的等差数列，其公差d大于零.若线段l_1，l_2，l_3，l_4的长分别为a_1，a_2，a_3，a_4，则（　）.

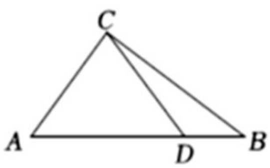
A．对任意的d，均存在以l_1，l_2，l_3为三边的三角形

B．对任意的d，均不存在以l_1，l_2，l_3为三边的三角形

C．对任意的d，均存在以l_2，l_3，l_4为三边的三角形

D．对任意的d，均不存在以l_2，l_3，l_4为三边的三角形

16．如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，已知$BC=4$，$AC=3$，D是斜边AB上任意一点（不含端点），沿直线CD将$\triangle ABC$折成直二面角$B-CD-A$，当$AD=$（　）时，折叠后A、B两点间的距离最小.



A．$\frac{15}{7}$　　B．$\frac{9}{5}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．3

三、解答题

17．已知数列$\{a_n\}$为等比数列，且为严格增数列，$a_2+a_4=10$，$a_2\cdot a_4=16$，

$b_n=2\log_2 a_n-6$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式及前n项和S_n；

(2)求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n的最小值.

18．已知方程$\left(m^2-2m-3\right)x+\left(2m^2+m-1\right)y+6-2m=0$（$m\in\mathbf{R}$）.

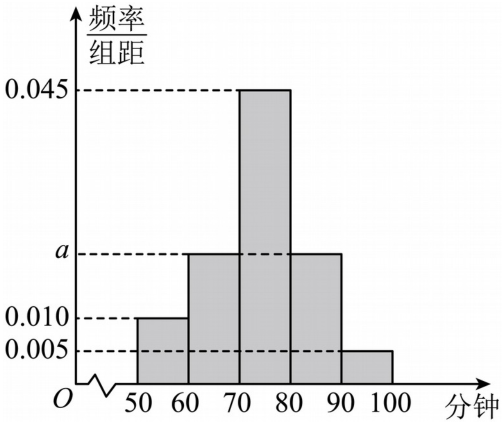
(1)求该方程表示直线的条件；

(2)当m为何实数时，方程表示的直线斜率不存在？求出此时的直线方程；

(3)直线是否过定点，若存在直线过定点，求出此定点，若不存在，说明理由．

19．法国著名的数学家笛卡尔曾经说过：“阅读优秀的书籍，就是和过去时代中最杰

出的人们——书籍的作者一一进行交谈，也就是和他们传播的优秀思想进行交流”．阅读会让精神世界闪光．某大学为了解大一新生的阅读情况，通过随机抽样调查了100位大一新生，对这些学生每天的阅读时间（单位：分钟）进行统计，得到样本的频率分布直方图如图所示：

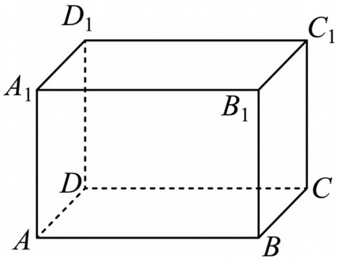


(1)求a的值；

(2)根据频率分布直方图，估计该校大一新生每天阅读时间的平均数（精确到0.1）（单位：分钟）；

(3)为了进一步了解大一新生的阅读方式，该大学采用分层抽样的方法从每天阅读时间位于分组$[50,60)$，$[60,70)$和$[80,90)$的学生中抽取5人，再从中任选2人进行调查，求其中恰好有1人每天阅读时间位于$[80,90)$的概率．

20．如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$DD_1=DA=1$，$AB=2$，点E在棱AB上运动．



(1)证明：$B_1C \perp D_1E$；

(2)设E为棱AB的中点，在棱CC_1上是否存在一点F，使得$BF //$平面DEC_1，若存在，求$\dfrac{CF}{CC_1}$的值，若不存在，说明理由；

(3)求直线AB与平面DEC_1所成角的取值范围.

21．设各项均为整数的无穷数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，且对所有$n \in \mathbf{N}$，$n>0$，$|a_{n+1}-a_n|=n$均成立.

(1)求$a_1+a_2+a_3$的所有可能值；

(2)若数列$\{a_n\}$使得无穷数列a_1，a_3，a_5，…，a_{2n-1}，…是公差为1的等差数列，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(3)求证：存在满足条件的数列$\{a_n\}$，使得在该数列中有无穷多项为2024.

参考答案：

1．2

【分析】根据直线的法向量与直线的方向向量垂直即可求解.

【详解】设直线l的斜率为k，则直线l的方向向量为$\left(1,k\right)$，

$\because$ 直线l的一个法向量是$\left(2,-1\right)$，

$\therefore \left(2,-1\right)\cdot\left(1,k\right)=2-k=0$，解得$k=2$.

直线l的斜率为2.

故答案为：2.

2．$\dfrac{307}{500}$/0.614

【分析】根据经验概率的定义可求出结果.

【详解】依题意使用药物后胆固醇降低的人数为307，又试验总次数为500，

所以使用药物后胆固醇降低的经验概率等于$\dfrac{307}{500}$.

故答案为：$\dfrac{307}{500}$

3．$-\dfrac{1}{4}$/-0.25

【分析】根据等比数列的前n项和$S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1}{1-q}-\dfrac{a_1}{1-q}\cdot q^n$的理解即可解决.

【详解】由题知，$S_n=4^{n-1}+a=\dfrac{1}{4}\cdot 4^n+a$，

因为$S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1}{1-q}-\dfrac{a_1}{1-q}\cdot q^n$，

所以由等比数列的性质，$a=-\dfrac{1}{4}$.

故答案为：$-\dfrac{1}{4}$

4．19

【分析】根据随机数表选取编号的方法求解即可.

【详解】随机数表第 1 行的第 5 列和第 6 列数字为 15，则选取的 5 个个体依次为：15，

$08,02,16,19$，故选出来的第 5 个个体的编号为 19.

故答案为:19.

5．$\sqrt{3}:1$

【分析】利用勾股定理及圆的面积公式，结合圆柱圆锥的侧面积公式即可求解.

【详解】设圆锥的底面半径为r，则圆锥的高为$\sqrt{(2r)^2-r^2}=\sqrt{3}r$，

所以圆柱的侧面积为$2\pi r\cdot\sqrt{3}r=2\sqrt{3}\pi r^2$.

由题意可知，圆锥的底面周长为$2\pi r$，母线长为$2r$，

所以圆锥的侧面积为$\dfrac{1}{2}\times2\pi r\times2r=2\pi r^2$.

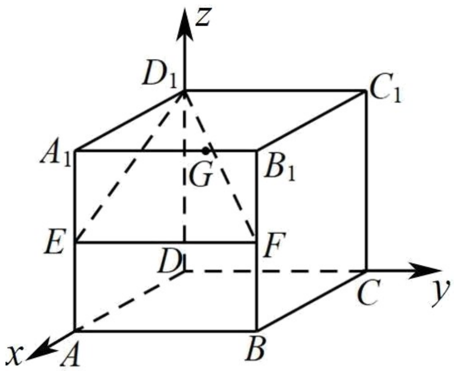
所以圆柱的侧面积与圆锥的侧面积之比为$\sqrt{3}:1$.

故答案为：$\sqrt{3}:1$.

6．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

【分析】以D为原点，DA，DC，DD_1所在直线分别为x轴，y轴，z轴建立空间直角坐标系$D-xyz$，利用向量法能求出点G到平面D_1EF的距离.

【详解】以D为原点，DA，DC，DD_1所在直线分别为x轴，y轴，z轴建立如图所示的空间直角坐标系$D-xyz$，



则$G(1,\lambda,1)$，$D_1(0$，0，$1)$，$E\left(1,0,\dfrac{1}{2}\right)$，$F\left(1,1,\dfrac{1}{2}\right)$，

所以$\overrightarrow{D_1E}=(1,0,-\dfrac{1}{2})$，$\overrightarrow{D_1F}=(1,1,-\dfrac{1}{2})$，$\overrightarrow{GE}=(0,-\lambda,-\dfrac{1}{2})$，

设平面D_1EF的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{D_1E}=x-\dfrac{1}{2}z=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{D_1F}=x+y-\dfrac{1}{2}z=0,\end{cases}$

令$x=1$，则$y=0$，$z=2$，所以平面D_1EF的一个法向量$\vec{n}=(1,0,2)$.

点G到平面D_1EF的距离为$|\dfrac{\overrightarrow{GE}\cdot\vec{n}}{|\vec{n}|}|=|\dfrac{-\dfrac{1}{2}\times 2}{\sqrt{5}}|=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{5}}{5}$.

7．$\frac{5}{12}$

【分析】分别求出甲、乙两人在两轮玩游戏活动中共获胜1盘、3盘的概率，再根据相互独立事件以及互斥事件的概率公式，即可求得答案.

【详解】设A_1,A_2分别表示甲在两轮玩游戏活动中共获胜1盘、2盘的事件，

设B_1,B_2分别表示乙在两轮玩游戏活动中共获胜1盘、2盘的事件，

根据相互独立事件的概率公式可得$P\left(A_1\right)=2\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{8},P\left(A_2\right)=\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$，

$P\left(B_1\right)=2\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{9},P\left(B_2\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$，

则甲、乙两人在两轮玩游戏活动中共获胜3盘的事件为$A=A_1B_2\cup A_2B_1$，

且A_1B_2,A_2B_1互斥，故$P\left(A\right)=P\left(A_1B_2\right)+P\left(A_2B_1\right)=P\left(A_1\right)P\left(B_2\right)+P\left(A_2\right)P\left(B_1\right)$

$=\frac{3}{8}\times\frac{4}{9}+\frac{9}{16}\times\frac{4}{9}=\frac{5}{12}$，

故答案为：$\frac{5}{12}$

8．4

【分析】根据空间中四点共面的推论结合$\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$，求解即可.

【详解】解：因为O为空间任意一点，A、B、C、P满足任意三点不共线，但四点共面，

且$\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$，

所以$m+\left(-2\right)+\left(-1\right)=1$，故$m=4$.

故答案为：4.

9．174

【分析】根据百分位数的意义求解.

【详解】因为样本容量为20，$20\times 90\%=18$，

所以样本数据的90百分位数是第18个数和第19个数的平均数，

即$\frac{x+176}{2}=175$，解得$x=174$.

故答案为：174.

10．$[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})\cup(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}]$

【分析】由基本不等式得出斜率的范围，由斜率得倾斜角的范围.

【详解】$x>0$时，$k=\frac{1}{2}(x+\frac{1}{x})\geq\frac{1}{2}\times 2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}=1$，当且仅当$x=1$时等号成立，即$k\geq 1$，同理$x<0$时，$k\leq -1$，

又$\tan\frac{\pi}{4}=1$，$\tan\frac{3\pi}{4}=-1$，

由$k\geq 1$得$\alpha\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$，由$k\leq -1$得$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}]$.

故答案为：$[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})\cup(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}]$.

11．64

【分析】将相同数字作为一组，则第k组有k个数，利用等差数列求和公式确定前n组的数