senior high school education

6.2.3　向量的数乘运算

预 学 案

共 学 案

预 学 案

一、向量的数乘❶

定义	实数λ与向量$\boldsymbol{a}$的积是一个__向量__	
记法	$\lambda\boldsymbol{a}$	
长度	$\lvert\lambda\boldsymbol{a}\rvert=\lvert\lambda\rvert\lvert\boldsymbol{a}\rvert$	
方向	$\lambda>0$	方向与$\boldsymbol{a}$的方向__相同__
	$\lambda<0$	方向与$\boldsymbol{a}$的方向__相反__

【即时练习】 判断正误(正确的画“√”，错误的画“×”)

(1)对于任意的向量$\boldsymbol{a}$，总有$0\cdot\boldsymbol{a}=0$.(×)

(2)当$\lambda>0$时，$|\lambda\boldsymbol{a}|=\lambda\boldsymbol{a}$.(×)

(3)若$\boldsymbol{a}\neq 0$，$\lambda\neq 0$，则$\boldsymbol{a}$与$-\lambda\boldsymbol{a}$的方向相反．(×)

(4)向量$-8\boldsymbol{a}(\boldsymbol{a}\neq 0)$的模是向量$4\boldsymbol{a}$的模的2倍．(√)

二、向量数乘的运算律❷

设λ，μ为任意实数

①$\lambda(\mu\boldsymbol{a})$＝<u>$(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$</u>；

②$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}$＝<u>$\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$</u>；

③$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$＝<u>$\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$</u>.

特别地，$(-\lambda)\boldsymbol{a}=-(\lambda\boldsymbol{a})=\lambda(-\boldsymbol{a})$，$\lambda(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$＝<u>$\lambda\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}$</u>.

向量的加、减、数乘运算统称为向量的线性运算．对于任意向量$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，以及任意实数λ、μ_1、μ_2，恒有$\lambda(\mu_1\boldsymbol{a}\pm\mu_2\boldsymbol{b})$＝<u>$\lambda\mu_1\boldsymbol{a}\pm\lambda\mu_2\boldsymbol{b}$</u>.

答案 返回导航

【即时练习】 $3(2\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})=(\quad)$

A． $5\boldsymbol{a}+7\boldsymbol{b}$ B． $5\boldsymbol{a}-7\boldsymbol{b}$

C． $6\boldsymbol{a}+12\boldsymbol{b}$ D． $6\boldsymbol{a}-12\boldsymbol{b}$

答案：D

解析：$3(2\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})=6\boldsymbol{a}-12\boldsymbol{b}$.故选D.

三、向量共线定理❸

向量$\boldsymbol{a}(\boldsymbol{a}\neq 0)$与$\boldsymbol{b}$共线的充要条件是：存在唯一一个实数$\lambda$，使__$\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$__.

【即时练习】

1．已知$\boldsymbol{a}=-\frac{2}{3}\boldsymbol{e}$，$\boldsymbol{b}=\frac{1}{3}\boldsymbol{e}$，则下列式子正确的是(　　)

A．$\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$　B．$\boldsymbol{b}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$

C．$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{a}$　D．$\boldsymbol{b}=-2\boldsymbol{a}$

答案：B

解析：因为$\boldsymbol{a}=-\frac{2}{3}\boldsymbol{e}$，$\boldsymbol{b}=\frac{1}{3}\boldsymbol{e}$，所以$\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{b}$，则$\boldsymbol{b}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$.故选B.

2．若$|\boldsymbol{a}|=5$，$\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}$的方向相反，且$|\boldsymbol{b}|=7$，则$\boldsymbol{a}=$____$-\frac{5}{7}$____$\boldsymbol{b}$.

解析：$\because \boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}$的方向相反，

可设$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}(\lambda<0)$，$\therefore |\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{b}|$，

$\therefore 5=7|\lambda|$，$\therefore \lambda=\pm\frac{5}{7}$，

又$\because \lambda<0$，$\therefore \lambda=-\frac{5}{7}$.

解析　答案　返回导航

微点拨❶

(1)向量数乘仍是一个向量．$\lambda\boldsymbol{a}$中的实数λ叫做向量$\boldsymbol{a}$的系数．

(2)不要忽略特殊情况：当$\lambda=0$时，$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$.当$\lambda\neq0$时，若$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$，也有$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$.

(3)实数与向量可以求积，但是不能进行加减运算．

(4)向量的数乘的几何意义就是把向量$\boldsymbol{a}$沿着$\boldsymbol{a}$的方向或$\boldsymbol{a}$的反方向扩大或缩小．当$\lambda>0$时，沿着$\boldsymbol{a}$的方向扩大$(\lambda>1)\lambda$倍或缩小$(0<\lambda<1)\lambda$；当$\lambda<0$时，沿着$\boldsymbol{a}$的反方向扩大$(|\lambda|>1)\lambda$倍或缩小$(|\lambda|<1)|\lambda|$.

返回导航

微点拨❷

(1)向量数乘运算律与实数乘法运算律很相似，只是向量数乘分配律由于因子的不同，可分为$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$和$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$.

(2)向量数乘运算律的理论依据是两个向量相等的定义.

微点拨❸

(1)由$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}\Rightarrow\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$中，若$\lambda=0$，则$\boldsymbol{a}=0$，零向量与任一向量都平行.若$\lambda>0$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$同向；若$\lambda<0$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$反向.

(2)由$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}\Rightarrow\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$中，由$\lambda$的唯一性，得$\boldsymbol{b}\neq0$.

(3)该定理有两方面的应用，一是一个向量可以由另一个向量线性表示，则可以判定两向量平行；二是若两向量平行，则一个向量可以由另一非零向量线性表示，可以用来求参数λ，它是轴上向量坐标化的依据.

共学案

共学案

【学习目标】

(1)了解向量数乘的概念并理解数乘运算的几何意义.

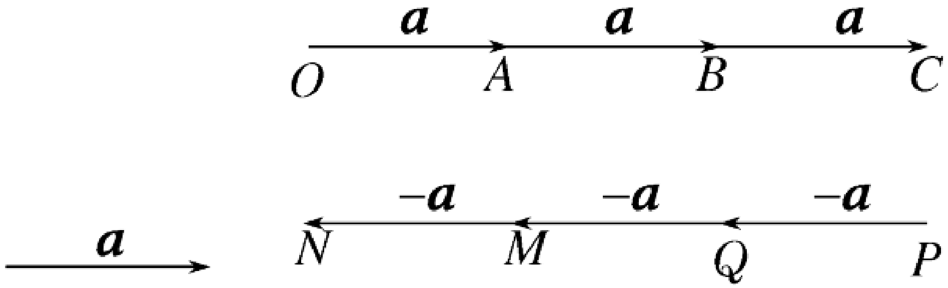
(2)理解并掌握向量数乘的运算律，会进行向量的数乘运算.

(3)理解并掌握两向量共线的性质及判定方法.

题型 1　向量的数乘运算

【问题探究1】　(1)如图，已知非零向量$\boldsymbol{a}$作出$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}$和$(-\boldsymbol{a})+(-\boldsymbol{a})+(-\boldsymbol{a})$．它们的长度和方向分别是怎样的？类比数的乘法，该如何表示运算结果？它们的长度和方向分别是怎样的？

(2)$\lambda\boldsymbol{a}$的几何意义是什么？



答案　返回导航

例1 (多选)已知λ，$\mu\in\mathbf{R}$，且$\boldsymbol{a}\neq 0$，则在以下各命题中，正确的命题是(　　)

A．当$\lambda<0$时，$\lambda\boldsymbol{a}$的方向与$\boldsymbol{a}$的方向一定相反

B．当$\lambda=0$时，$\lambda\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{a}$是共线向量

C．$|\lambda\boldsymbol{a}|=\lambda|\boldsymbol{a}|$

D．当$\lambda\mu>0$时，$\lambda\boldsymbol{a}$的方向与$\mu\boldsymbol{a}$的方向一定相同

答案：ABD

学霸笔记

λ的正负决定向量$\lambda\vec{a}(\vec{a}\neq\vec{0})$的方向，$|\lambda|$的大小决定$\lambda\vec{a}$的模.

跟踪训练1　设$\boldsymbol{a}$是非零向量，λ是非零实数，下列结论中正确的是(　　)

A．$\boldsymbol{a}$与$\lambda\boldsymbol{a}$的方向相反　B．$\boldsymbol{a}$与$\lambda^2\boldsymbol{a}$的方向相同

C．$|-\lambda\boldsymbol{a}|\geqslant|\boldsymbol{a}|$　D．$|-\lambda\boldsymbol{a}|>|\lambda||\boldsymbol{a}|$

答案：B

解析：对于A中，只有$\lambda<0$时，$\boldsymbol{a}$与$\lambda\boldsymbol{a}$的方向相反，所以A不正确；
对于B中，因为$\lambda^2>0$，所以$\boldsymbol{a}$与$\lambda^2\boldsymbol{a}$的方向相同，所以B正确；
对于C中，因为$|-\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$，只有当$|\lambda|\geqslant1$，才有$|-\lambda\boldsymbol{a}|\geqslant|\boldsymbol{a}|$，所以C不正确；
对于D中，因为$|-\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$，所以D不正确．故选B.

题型 2　向量的线性运算

【问题探究2】　已知向量$\boldsymbol{a}$，请通过作图判断以下结论是否成立？你能据此归纳出向量数乘的运算律吗？

(1)$3(2\boldsymbol{a})=6\boldsymbol{a}$；

(2)$(2+3)\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{a}$；

(3)$2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
https://d.book118.com/358125071077007017