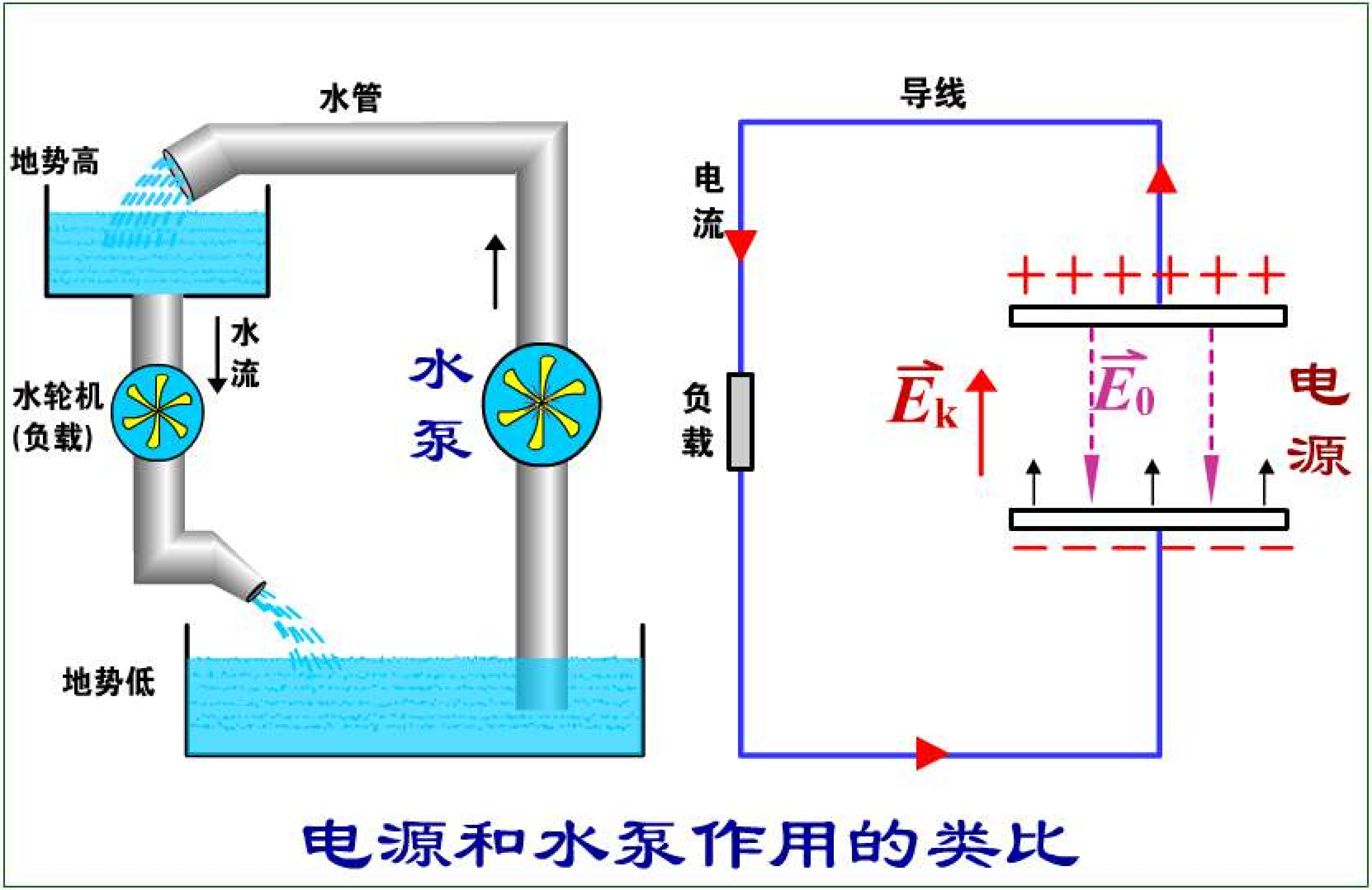
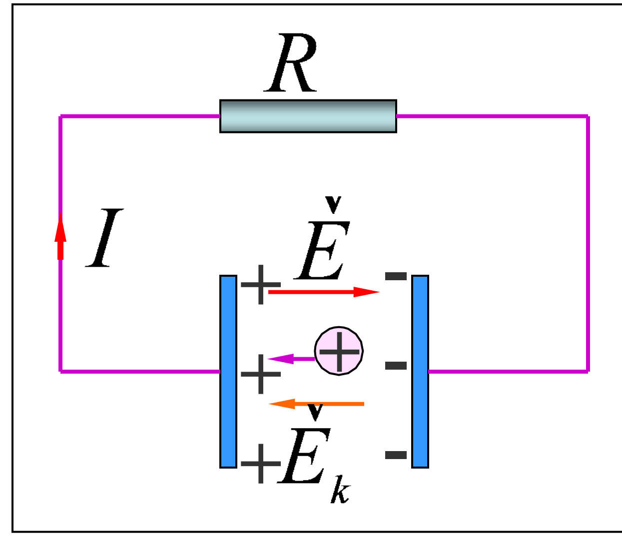
第十二章电磁感应

§12-1　电动势



非静电力: 能不断分离正负电荷使正电荷逆静电场力方向运动



电源：提供非静电力的装置

- 非静电**电场强度** $\vec{E}_k$: 为单位正电荷所受的非静电力

绕回路一周总电场力作功

$$W = \oint_l q(\vec{E}_k + \vec{E}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_l q\vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

- **电动势的定义：** 单位正电荷绕闭合回路运动一周，非静电力所做的功

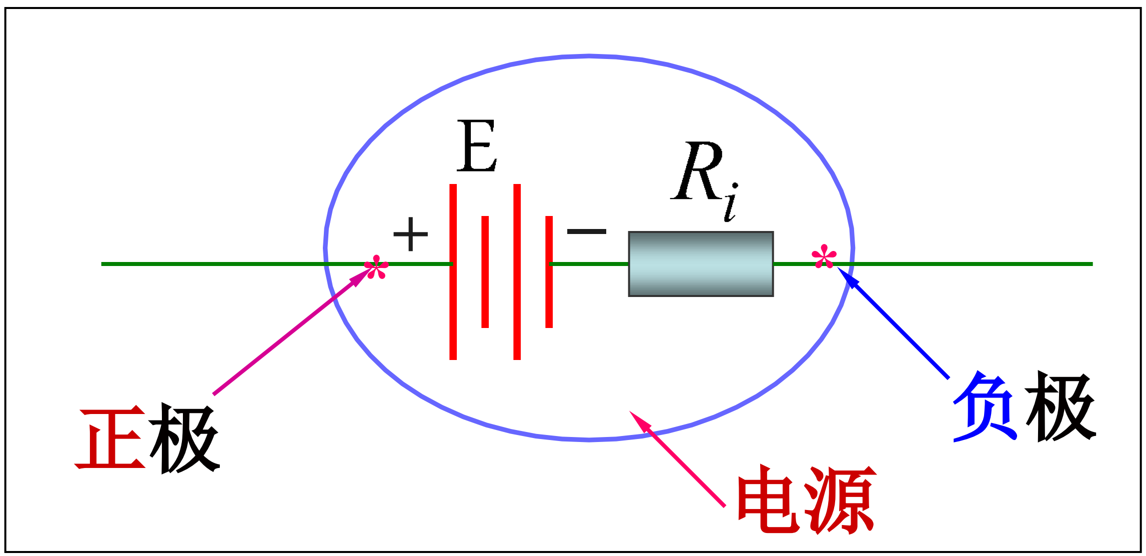
电动势

$$\boxed{E = \frac{W}{q} = \frac{\oint_l q\vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}}{q}}$$

$$\mathcal{E} = \int_{外} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{内} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} \qquad \because \int_{外} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

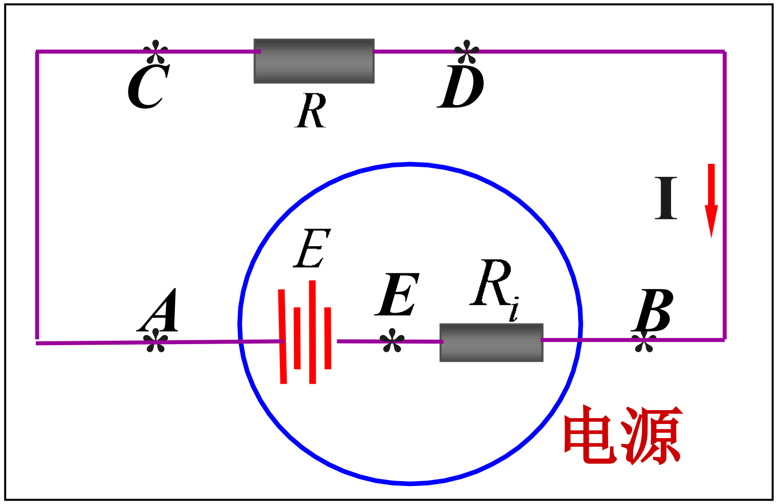
$\therefore$ 电源电动势 $\mathcal{E} = \oint_l \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{内} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

◆ 电源电动势大小等于将单位正电荷从负极经电源内部移至正极时非静电力所作的功.



电源的电动势 $\mathcal{E}$ 和内阻 R_i

从点A出发，顺时针绕行一周各部分电势降落总和为零，即



$$\oint_l \mathrm{d}U = \oint_l \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

$$U_{AC}+U_{CD}+U_{DB}+U_{BE}+U_{EA}=0$$

$$U_{AC}=U_{DB}=0 \qquad U_{EA}=-\mathrm{E} \qquad U_{BE}=IR_i$$

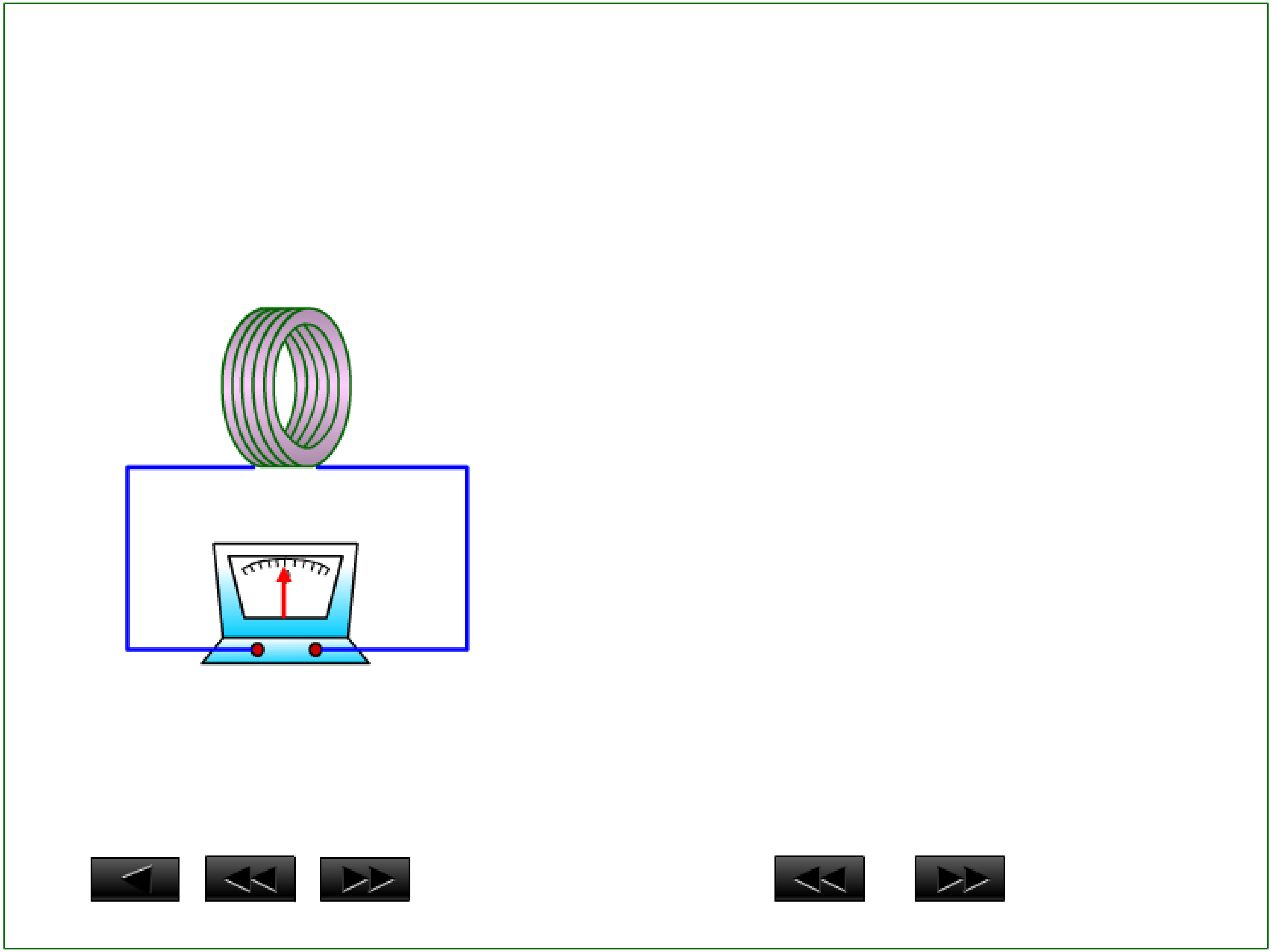
$$U_{CD}=IR \qquad IR+IR_i-\mathrm{E}=0$$

◆ 全电路的欧姆定律

$$I=\frac{\mathrm{E}}{R+R_i}$$

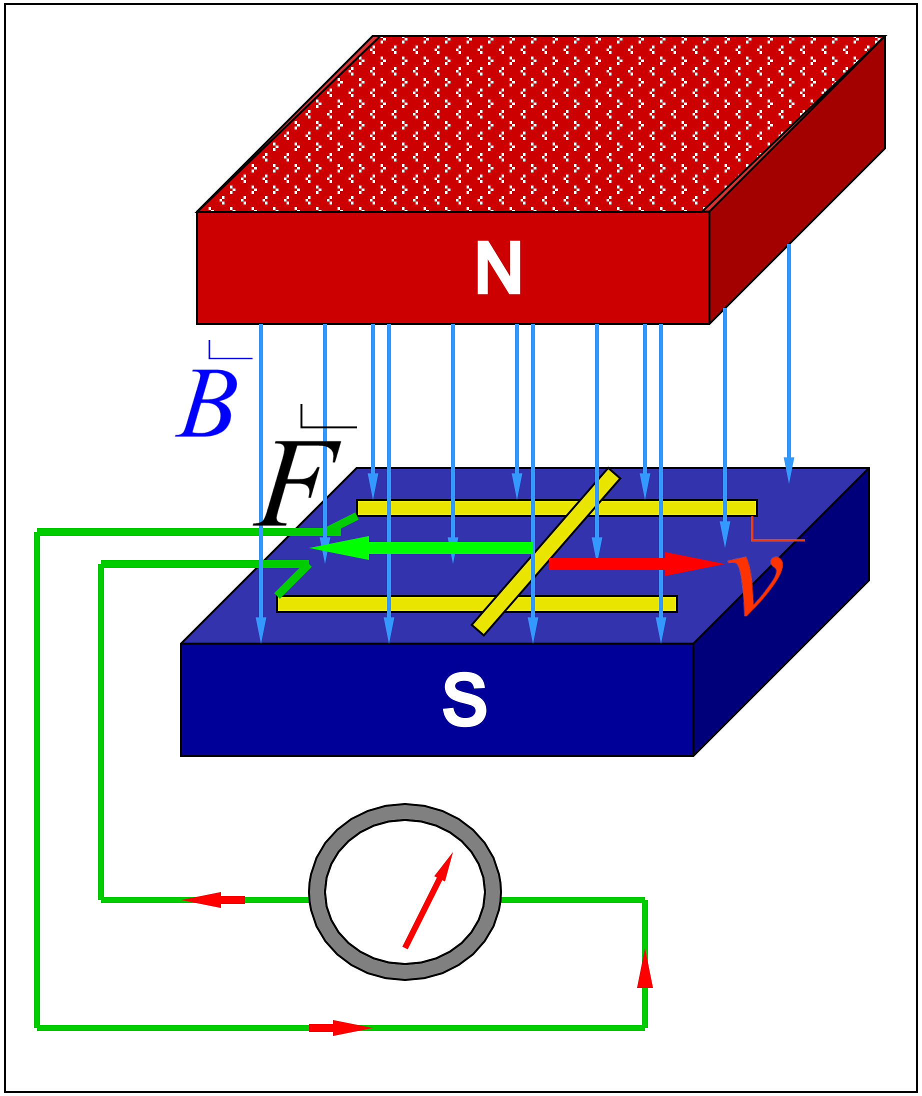
§12-2　电磁感应定律

电磁感应(electromagnetic induction)现象

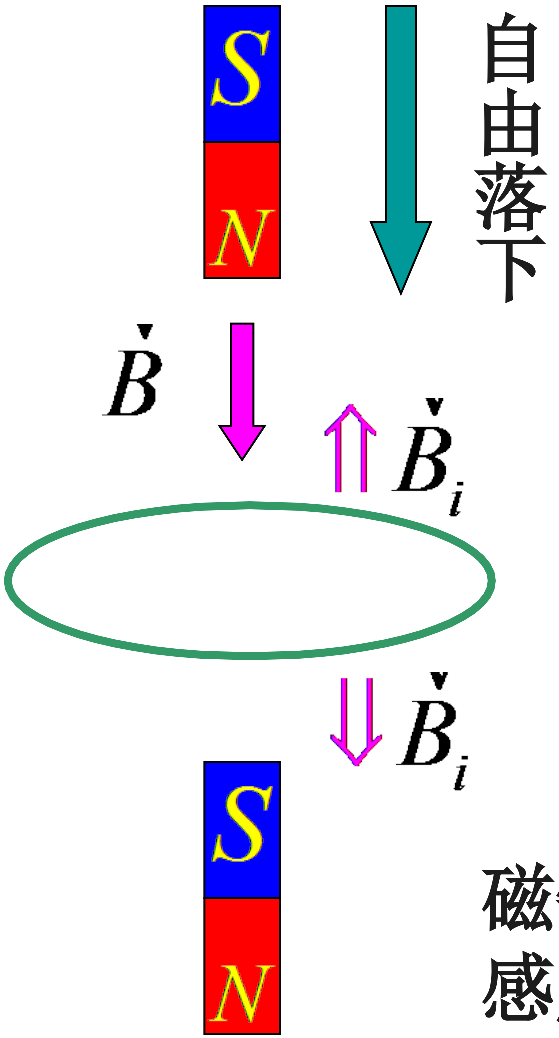


一　楞次定律(Lenz law)

闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的原因（反抗相对运动、磁场变化或线圈变形等）．



用楞次定律判断感应电流方向



线圈中有电流，电能从何而来？

磁铁在运动前后没有变化，电能只能从磁铁运动的动能转化而来。

势能 → 动能 → 保持磁铁向下运动的动能

动能 → 通过磁场的变化转变成为电能

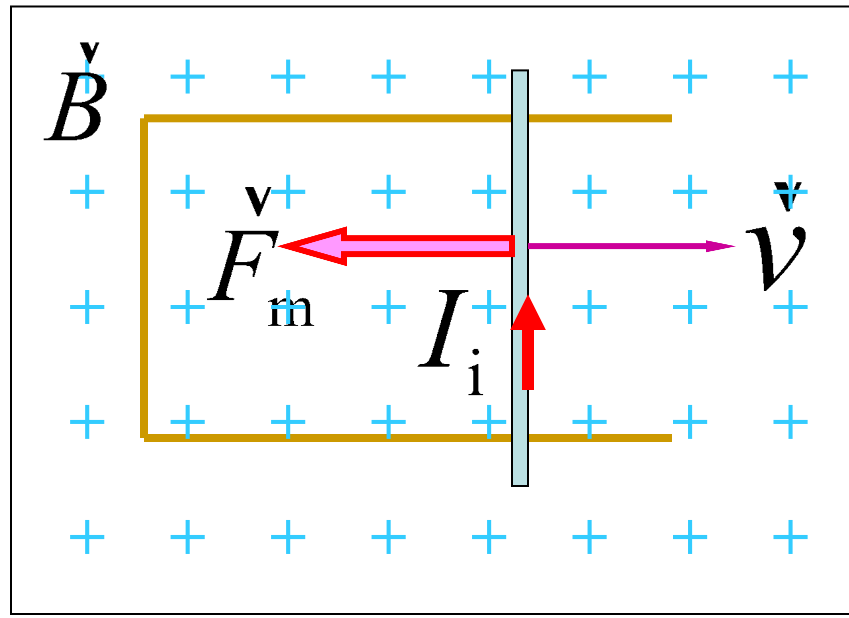
推论：磁铁落地速度变慢

磁铁在线圈上方，线圈电流产生的磁感应强度方向向上，在下方时，线圈电流产生的磁感应强度方向向下

楞次定律　闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的原因.

楞次定律是能量守恒定律的一种表现

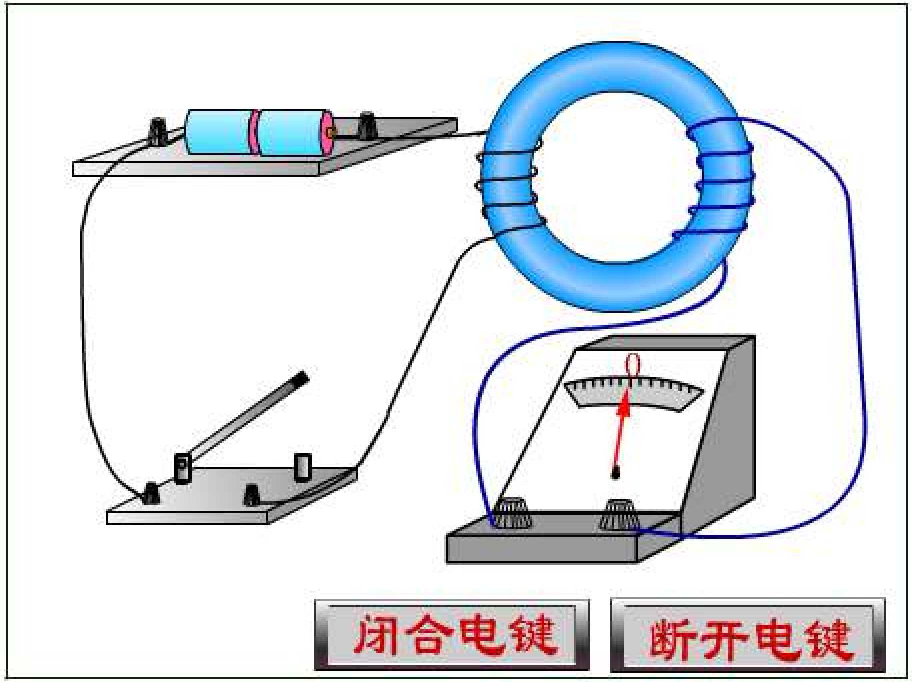
机械能 ⇒ 焦耳热



维持滑杆运动必须外加一力，此过程为外力克服安培力做功转化为焦耳热.

二　法拉第电磁感应定律

当穿过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势，且感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值



$$\boxed{E_i = -k\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

国际单位制 $\begin{cases} E_i \rightarrow \text{伏特} \\ \Phi \rightarrow \text{韦伯} \end{cases}$　$k = 1$

1）闭合回路由 N 匝密绕线圈组成

ϕ, φ

$$\mathrm{E}_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}$$

磁通匝数（磁链）$\psi = N\Phi$

[psi:] [fai]

2）若闭合回路的电阻为 R，感应电流为

$$I_{\mathrm{i}} = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\Delta t = t_2 - t_1$ 时间内，流过回路的电荷

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_i \mathrm{d}t = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \mathrm{d}\Phi = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

3） 感应电动势的方向

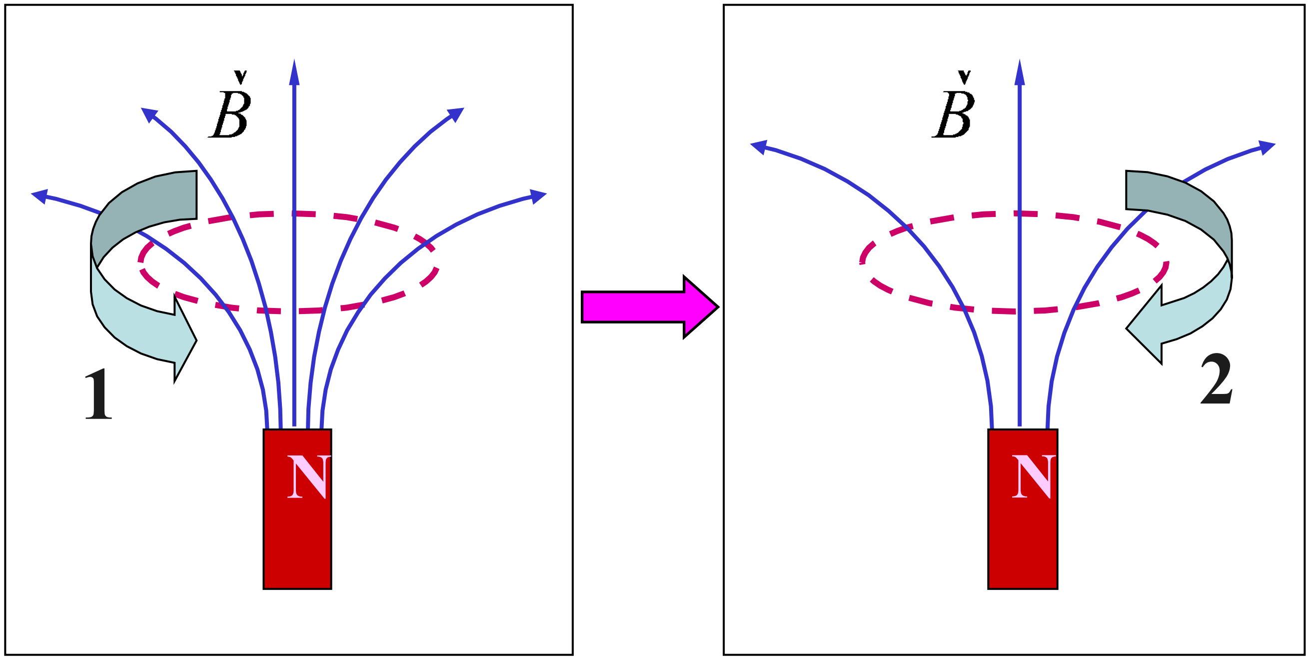
负号“－”的讨论：——如何确定正、负号？

以环路方向为基准，成右螺旋的环路面积法向 $\vec{n}$ 为判别正负号的依据 Φ_B

- $\vec{B}$ 与 $\vec{n}$ 夹锐角，$\Phi > 0$
- $\vec{B}$ 与 $\vec{n}$ 夹钝角，$\Phi < 0$

确定电动势方向的步骤：

1. 选定回路 L 绕行方向，以确定 $\vec{n}$ 的方向作为基准；
2. 确定 Φ_B 的正负；
3. 确定 $\dfrac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$ 的正负；
4. 确定 ε 的正负，$\begin{cases} \varepsilon > 0，\varepsilon \text{ 的方向与} L \text{ 绕行方向相同；} \\ \varepsilon < 0，\varepsilon \text{ 的方向与} L \text{ 绕行方向相反。} \end{cases}$



$|\vec{B}|$ 减小

回路1，$\vec{S}$ 与 $\vec{B}$ 同向

$\Phi > 0, \mathrm{d}\Phi < 0$

回路2，$\vec{S}$ 与 $\vec{B}$ 异向

$\Phi < 0, \mathrm{d}\Phi > 0$

回路1 $\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} < 0$ $\quad E_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0$ $\quad E_i$ 与回路同向

回路2 $\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0$ $\quad E_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} < 0$ $\quad E_i$ 与回路异向

【结论】

1. 对任意选定的环路方向， $\mathcal{E}$与 $\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ 的符号恒相反；

2. $\boldsymbol{\varepsilon}$的大小和方向与$\boldsymbol{\Phi}$无关，只由$\mathbf{d}\boldsymbol{\Phi}/\boldsymbol{dt}$ 决定；

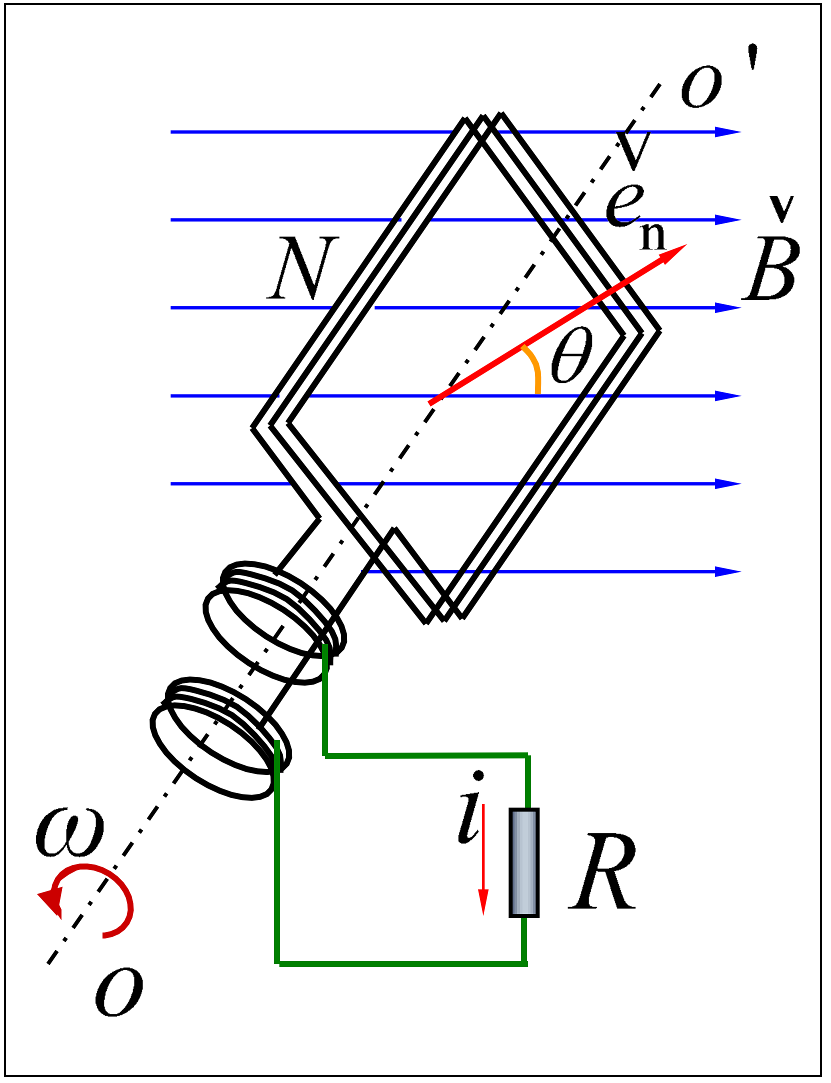
$$q=\int_{t_1}^{t_2} I\mathrm{d}t \quad I=\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \quad q=\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}\mathrm{d}\Phi=\frac{1}{R}(\Phi_2-\Phi_1)$$

3. $\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$ — $\boldsymbol{\Phi_B}$的变化率，即变化的快慢决定$\boldsymbol{\varepsilon}$的值；

$\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1$—$\boldsymbol{\Phi_B}$的变化量，即变化了多少决定q的值。

（q是流过的电量）

【例】 在匀强磁场中，置有面积为 S 的可绕轴转动的N 匝线圈．若线圈以角速度 ω 作匀速转动．求线圈中的感应电动势．



已知 S, N, ω 求 E

【解】设 $t=0$ 时，

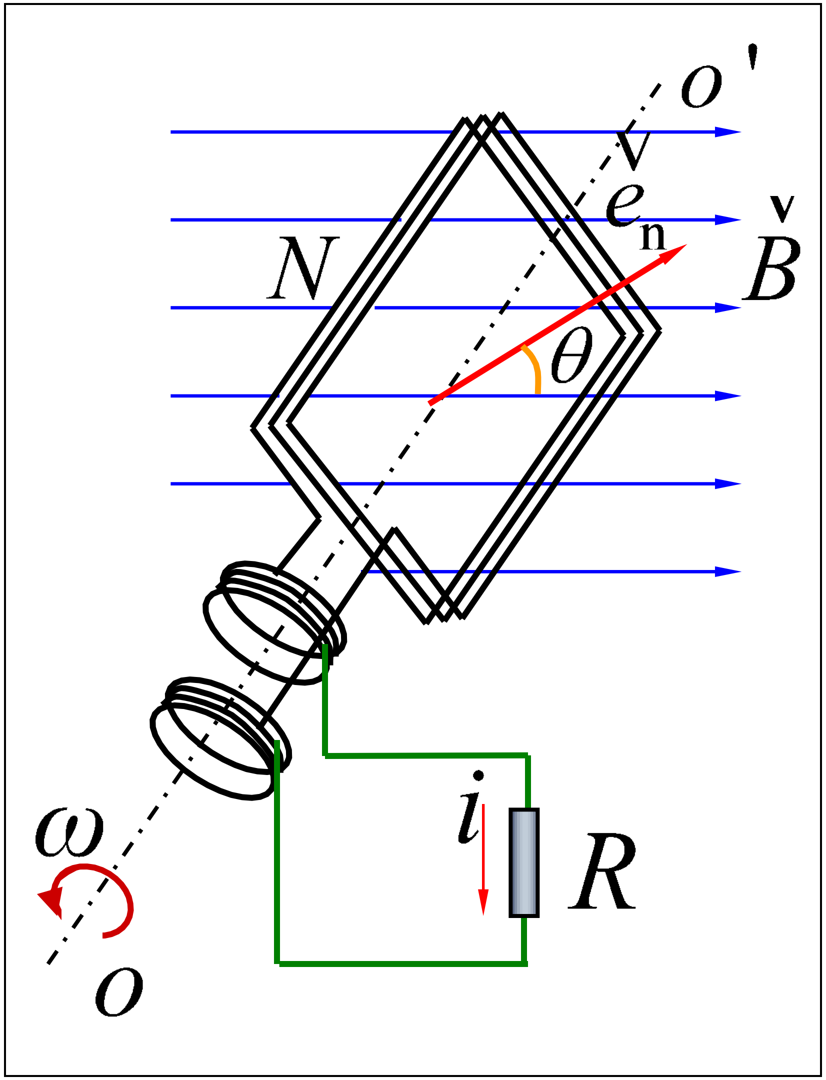
$\vec{e}_n$ 与 $\vec{B}$ 同向，则 $\theta = \omega t$

$$\psi = N\phi = NBS\cos\omega t$$

$$\mathrm{E} = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = NBS\omega\sin\omega t$$

令 $\mathrm{E}_m = NBS\omega$

则 $\mathrm{E} = \mathrm{E}_m \sin\omega t$

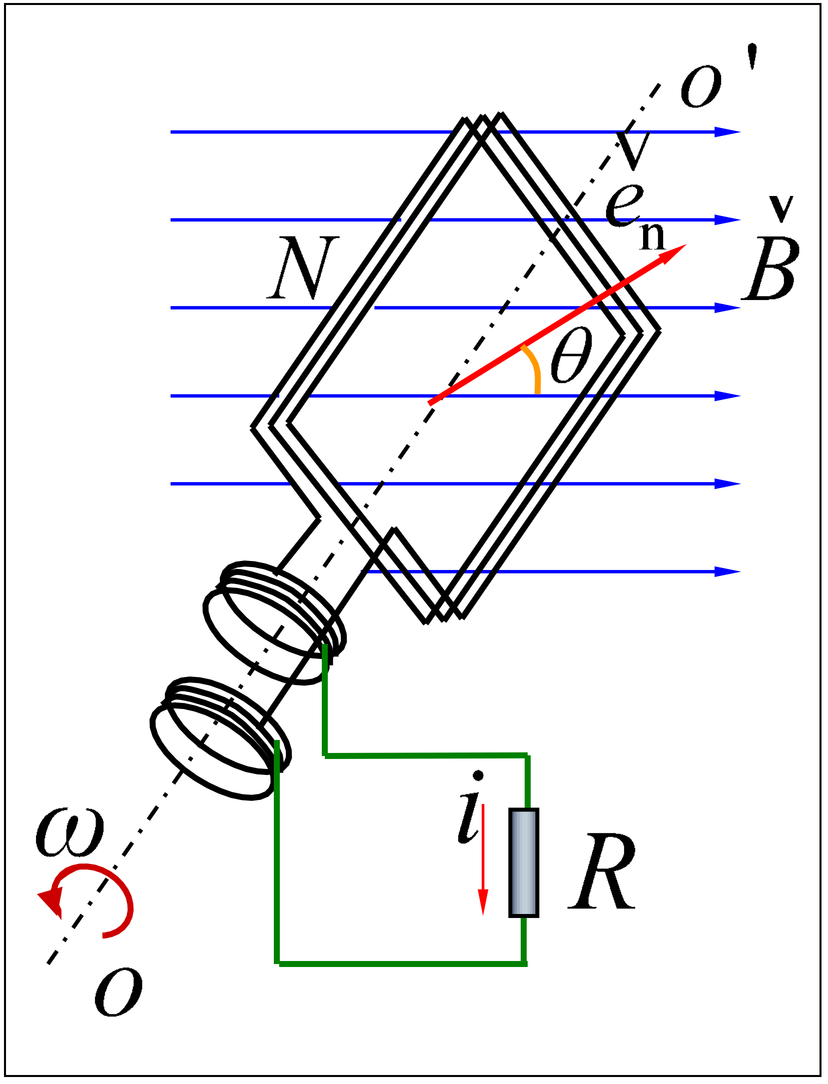


$$E = E_m \sin \omega t$$

$$i = \frac{E_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

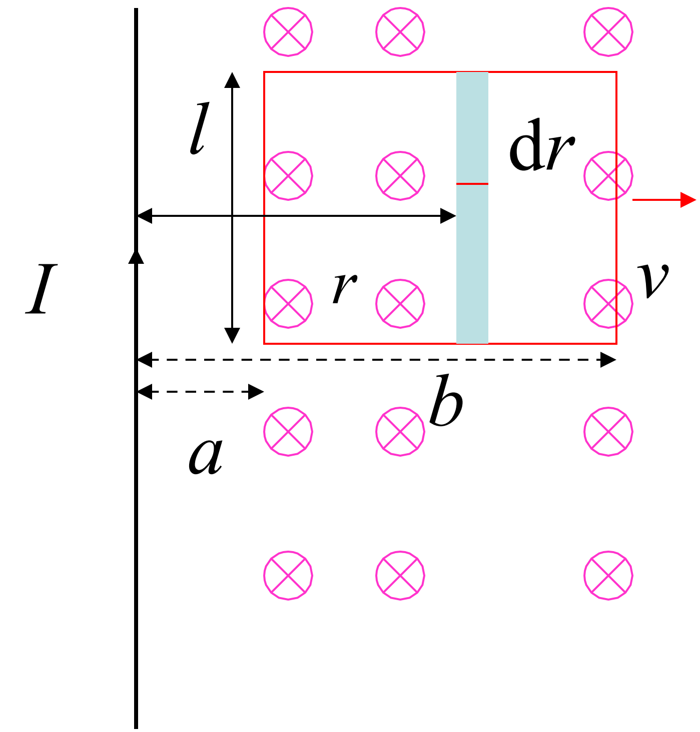
$$I_m = \frac{E_m}{R}$$

可见,在匀强磁场中匀速转动的线圈内的感应电电流是时间的正弦函数.这种电流称交流电.



【例】在一个载流为I的无限长直线旁边有一个矩形线圈，几何尺寸和相对位置如图所示。试求，当矩形线圈以速度v运动时，回路中的感应电动势。

【解】先求磁通量 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$



$$\Phi_m=\int \vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_s B\cos\theta ds$$

$$=\int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr=\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

由 $\varepsilon_i=-\dfrac{d\Phi_m}{dt}$ 可得

$$\varepsilon_i=-\frac{d\Phi_m}{da}\frac{da}{dt}-\frac{d\Phi_m}{db}\frac{db}{dt}=\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)v$$

§12-3 动生电动势

引起磁通量变化的原因

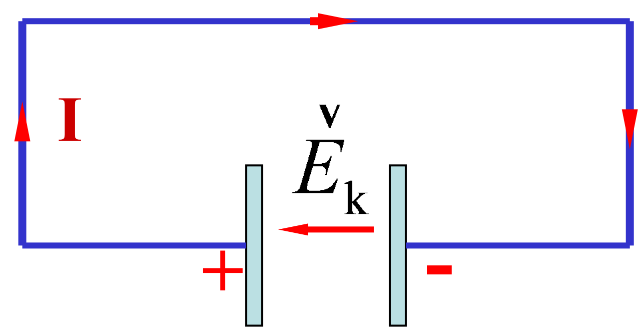
1）稳恒磁场中的导体运动， 或者回路面积变化、取向变化等 ⟹ 动生电动势

2）导体不动，磁场变化 ⟹ 感生电动势

感应电动势：
- 动生电动势
- 感生电动势

$\vec{E}_k$：非静电的电场强度.

电动势



$$\mathcal{E} = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

◈ 闭合电路的总电动势

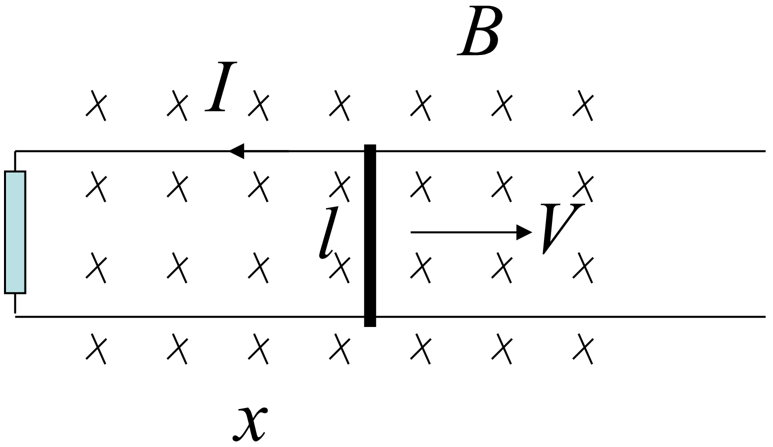
$$\boxed{\mathcal{E} = \oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l}}$$

一　动生电动势(motional electromotive force)

特例

回路磁通量为：

$$\Phi_m = B \cdot lx$$



根据法拉第电磁感应定律：

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{d(B \cdot lx)}{dt} = Bl\frac{dx}{dt} = Blv$$

洛沦兹力为：

$$\vec{F}_{洛} = q\vec{V} \times \vec{B}$$

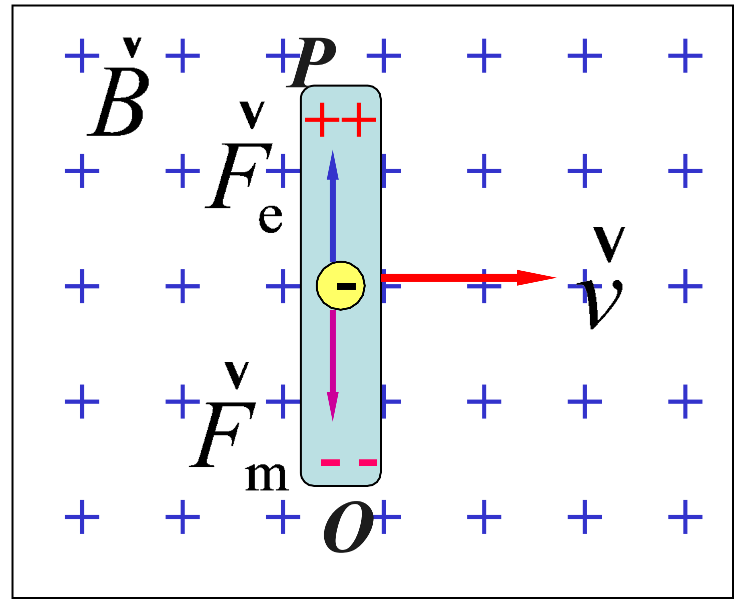
二　动生电动势的理论解释

动生电动势的非静电力场来源 ⟹ 洛伦兹力

$$\vec{F}_{\mathrm{m}} = (-e)\vec{v} \times \vec{B}$$

平衡时　$\vec{F}_{\mathrm{m}} = -\vec{F}_{\mathrm{e}} = -e\vec{E}_{\mathrm{k}}$

$$\vec{E}_{\mathrm{k}} = \frac{\vec{F}_{\mathrm{m}}}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$$



$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \int_{OP} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_{OP} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

设杆长为 l　　$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \int_0^l vB\,\mathrm{d}l = vBl$

三 动生电动势与能量转换

$$\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_x+\vec{\upsilon}_y \qquad \vec{F}=\vec{F}_x+\vec{F}_y$$

$$\vec{F}_y=-e\vec{\upsilon}_x\times\vec{B} \qquad \vec{F}_x=-e\vec{\upsilon}_y\times\vec{B}$$

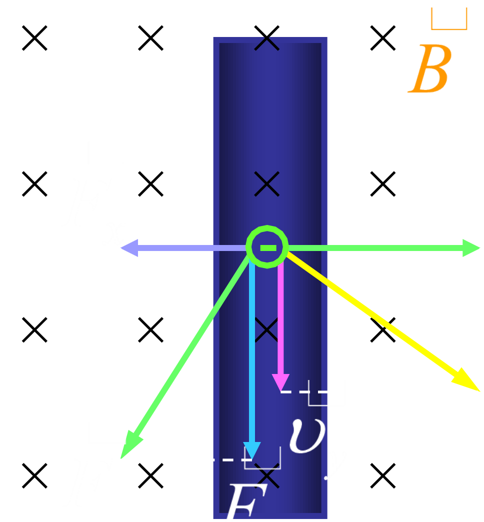


图5.11 洛仑兹力不做功

功率 $P=\vec{F}\cdot\vec{\upsilon}=\vec{F}_x\cdot\vec{\upsilon}_x+\vec{F}_y\cdot\vec{\upsilon}_y$

$$=\left(-e\vec{\upsilon}_y\times\vec{B}\right)\cdot\vec{\upsilon}_x+\left(-e\vec{\upsilon}_x\times\vec{B}\right)\cdot\vec{\upsilon}_y$$

$$=-e\left[\vec{\upsilon}_y\cdot\left(\vec{B}\times\vec{\upsilon}_x\right)+\left(\vec{\upsilon}_x\times\vec{B}\right)\cdot\vec{\upsilon}_y\right]$$

$$=-e\vec{\upsilon}_y\cdot\left[\left(\vec{B}\times\vec{\upsilon}_x\right)-\left(\vec{B}\times\vec{\upsilon}_x\right)\right]=0$$

即

洛仑兹力不做功，洛仑兹力只起传递能量的作用。

要保持金属杆移动速度 $\vec{\upsilon}_x$，外力需克服阻力 $\vec{F}_x$ 做功；

电荷受 $\vec{F}_y$ 的作用而获得速度 $\vec{\upsilon}_y$，从而获得能量。

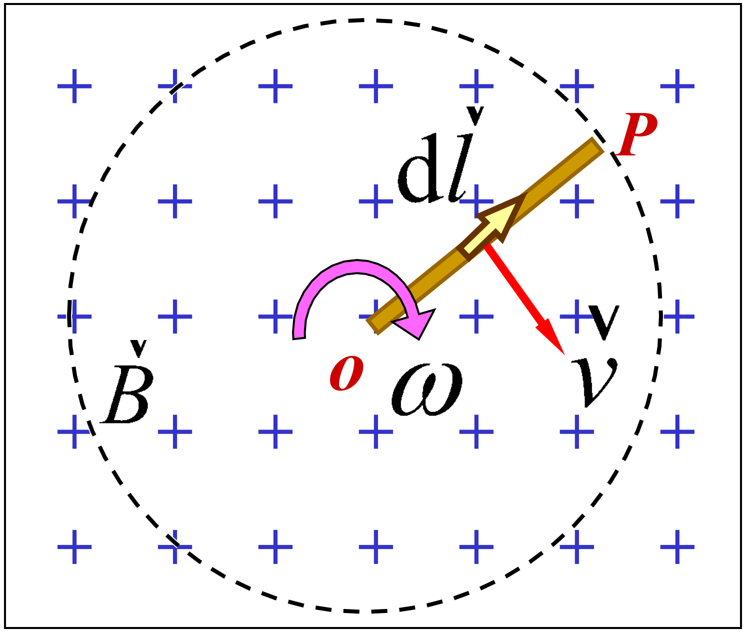
【例】一长为 L 的铜棒在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中,以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面上绕棒的一端转动，求铜棒两端的感应电动势.

【解】

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$
$$= vB\,\mathrm{d}l$$

$$\mathcal{E}_i = \int_0^L vB\,\mathrm{d}l$$
$$= \int_0^L \omega l B\,\mathrm{d}l$$

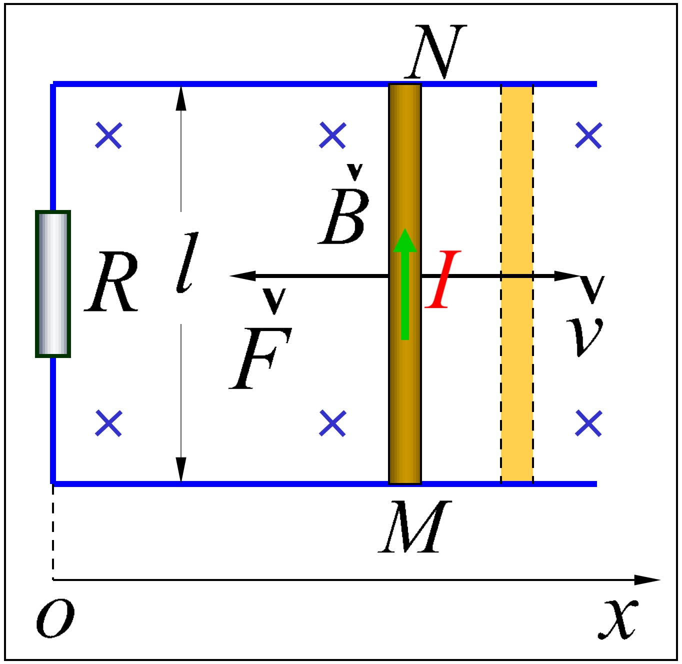
$$\mathcal{E}_i = \frac{1}{2}B\omega L^2$$



$\mathcal{E}_i$ 方向 $O \longrightarrow P$

（点 P 的电势高于点 O 的电势）

【例】一导线矩形框的平面与磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场相垂直.在此矩形框上,有一质量为 m 长为 l 的可移动的细导体棒 MN；矩形框还接有一个电阻 R,其值较之导线的电阻值要大得很多.若开始时,细导体棒以速度 $\vec{v}_0$ 沿如图所示的矩形框运动,试求棒的速率随时间变化的函数关系.



解 如图建立坐标

棒中 $\mathcal{E}_i = Blv$ 且由 $M \longrightarrow N$

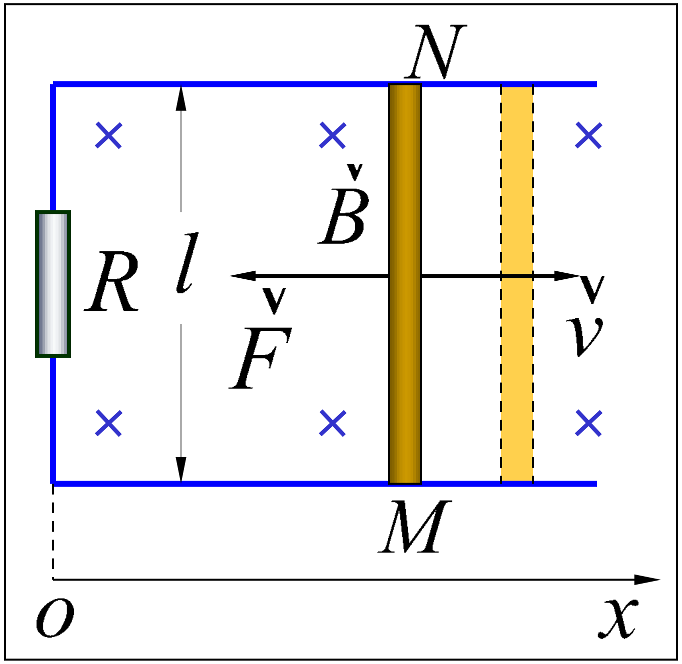
棒所受安培力

$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

方向沿 ox 轴反向

$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

方向沿ox轴反向



棒的运动方程为

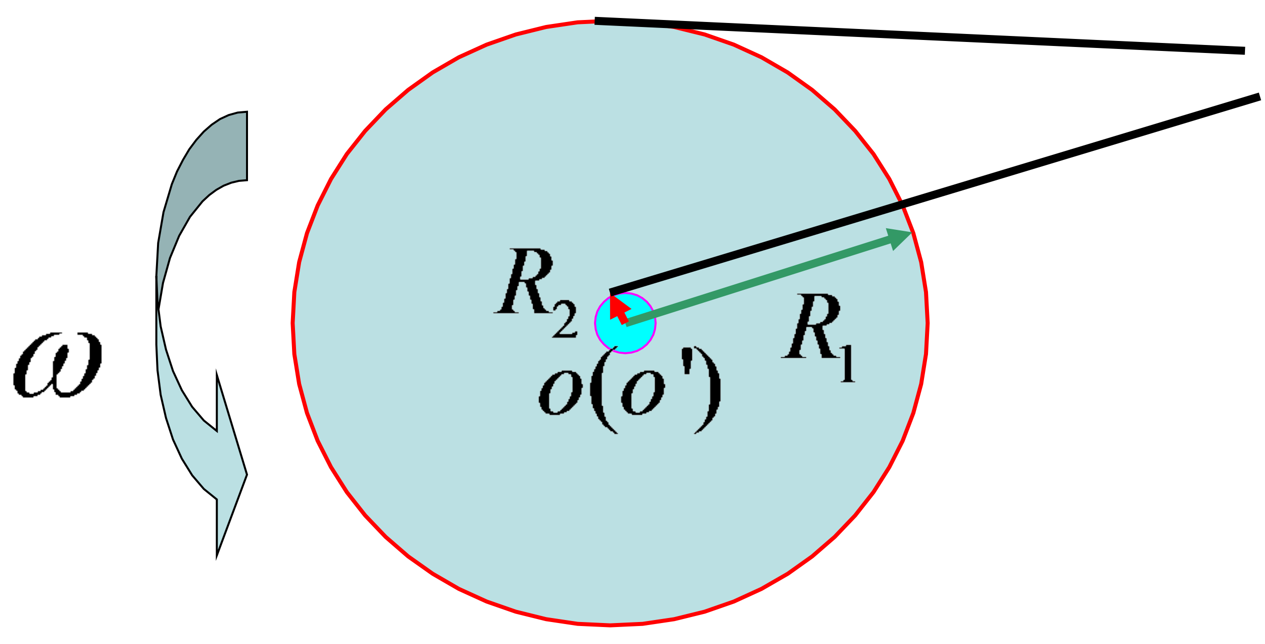
$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{B^2 l^2 v}{R}$$

则 $$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\int_0^t \frac{B^2 l^2}{mR}\mathrm{d}t$$

计算得棒的速率随时间变化的函数关系为

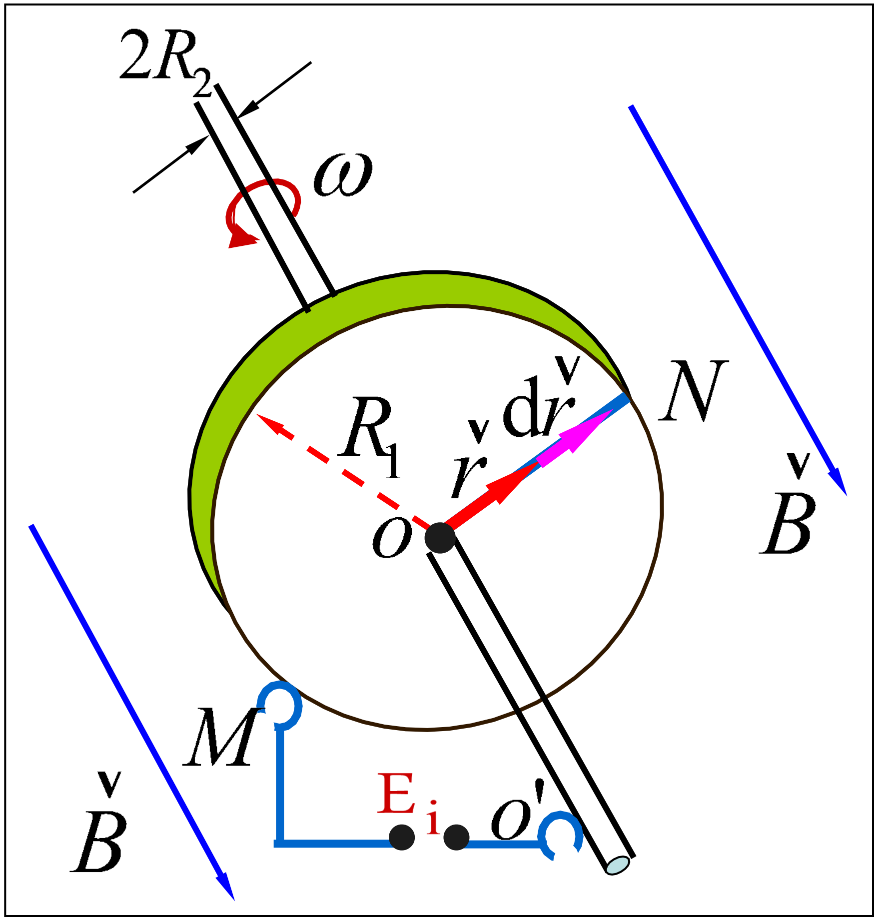
$$v = v_0 \mathrm{e}^{-(B^2 l^2 / mR)t}$$

【例】 圆盘发电机 一半径为 $R_1 = 1.2\mathrm{m}$ 、厚度 $d = 1.0\times10^{-3}\mathrm{m}$ 的铜圆盘,以角速率 $\omega = 5\times2\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$,绕通过盘心 垂直的金属轴 oo' 转动， 轴的半径为 R_2，且 $R_2 = 2.0\times10^{-3}\mathrm{m}$。圆盘放在磁感强度 $B = 10\mathrm{T}$ 的均匀磁场 $\vec{B}$ 中, $\vec{B}$ 的方向亦与盘面垂直. 有两个集电刷分别与圆盘的边缘和转轴相连。试计算它们之间的电势差,并指出何处的电势较高。



已知 $R_1 = 1.2\mathrm{m}$，$d = 1.0\times10^{-3}\mathrm{m}$，$\omega = 5\times2\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$

$R_2 = 2.0\times10^{-3}\mathrm{m}, B = 10\mathrm{T}$



求 $\mathrm{E_i} = ?$

（方法一）

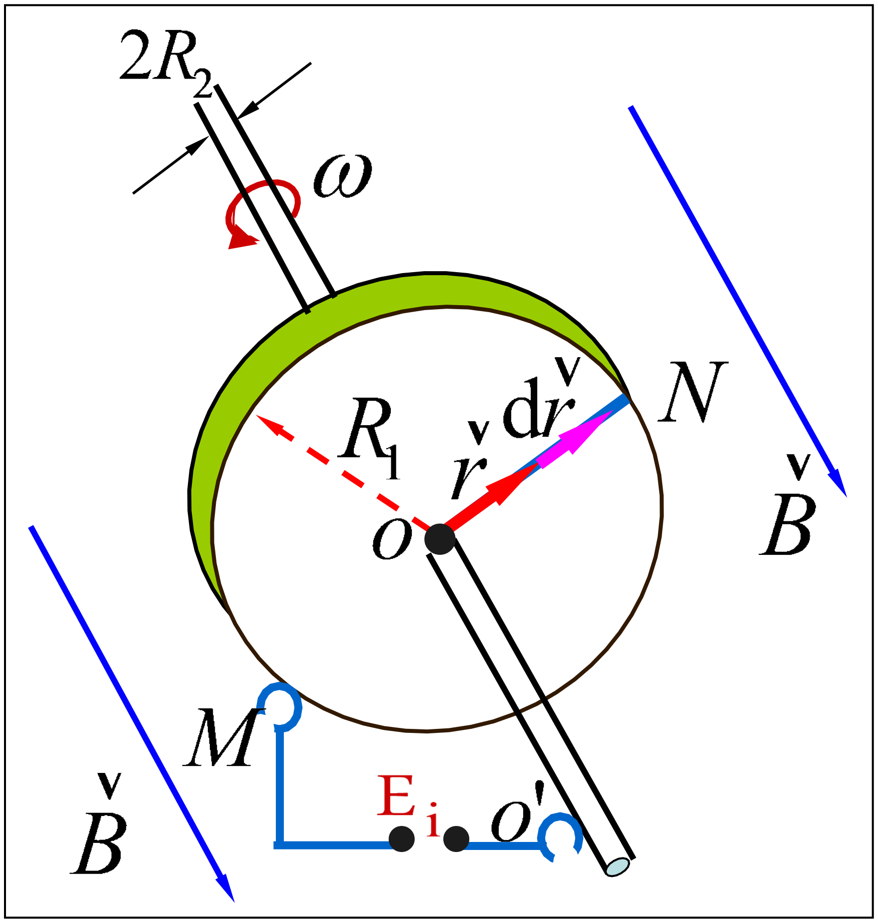
解 因为 $d \ll R_1$，所以不计圆盘厚度.

如图取线元 $\mathrm{d}\vec{r}$

则 $\mathrm{dE_i} = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{r}$

$$= vB\mathrm{d}r = r\omega B\,\mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = vB\mathrm{d}r = r\omega B\mathrm{d}r$$



$$\mathcal{E}_i = \int_{R_1}^{R_2} r\omega B\mathrm{d}r$$

$$= \frac{1}{2}\omega B(R_1^2 - R_2^2)$$

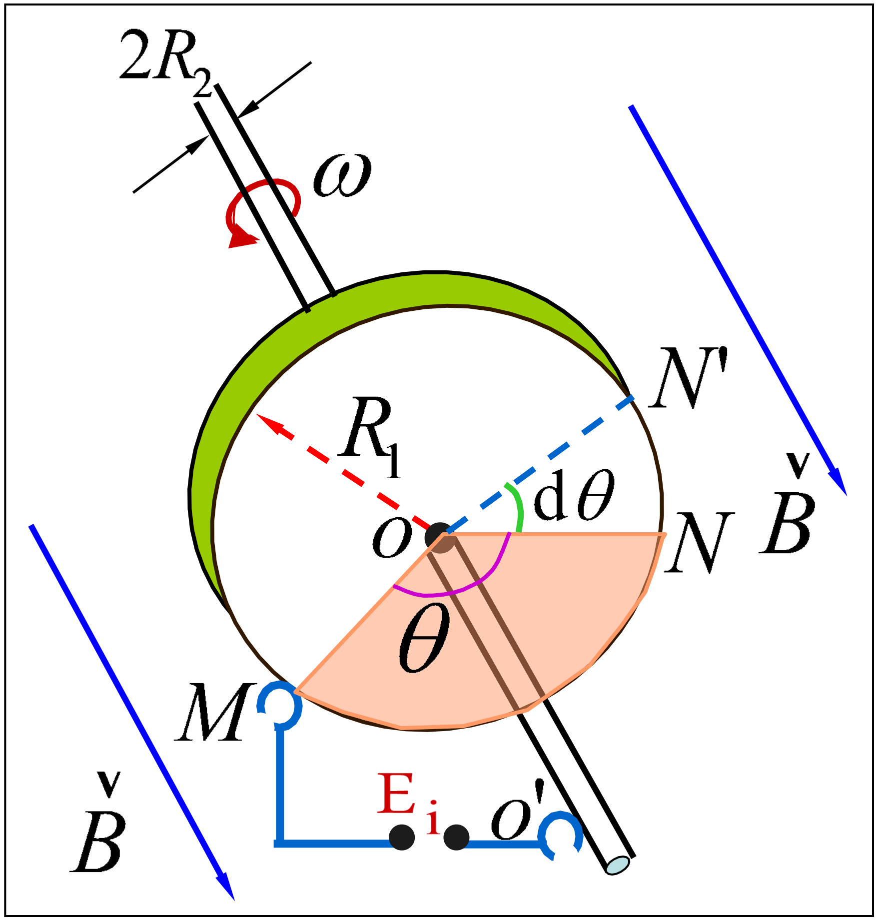
$$= 226\ \mathrm{V}$$

圆盘边缘的电势高于中心转轴的电势.

已知 $R_1 = 1.2\text{m}$，$d = 1.0\times 10^{-3}\text{m}$，$\omega = 5\times 2\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

$R_2 = 2.0\times 10^{-3}\text{m}$，$B = 10\,\text{T}$

求 $\mathcal{E}_i = ?$

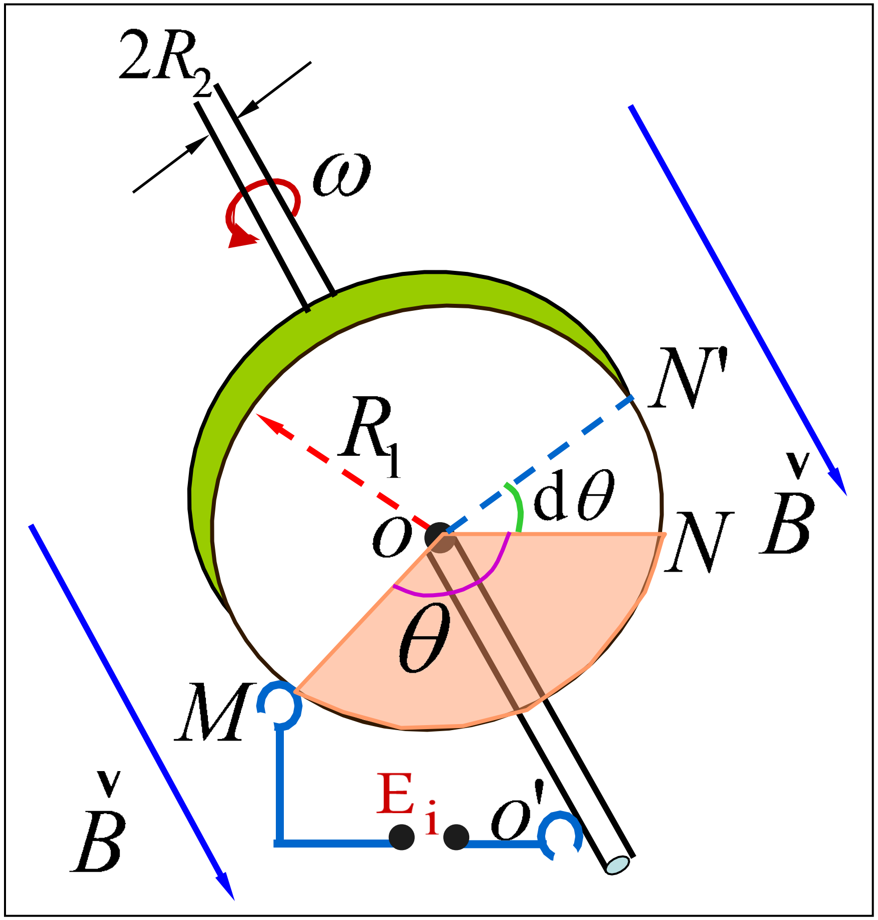


（方法二）

【解】 取一虚拟的闭和回路 $MNOM$ 并取其绕向与 $\vec{B}$ 相同．则

$$\Phi = B\frac{\theta}{2\pi}\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}B\left(R_1^2 - R_2^2\right)\theta$$



$$\Phi = \frac{1}{2} B (R_1^2 - R_2^2) \theta$$

设 $t = 0$ 时点 M 与点 N 重合即 $\theta = 0$

则 t 时刻 $\theta = \omega t$

$$\Phi = \frac{1}{2} B (R_1^2 - R_2^2) \omega t$$

$$\mathrm{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$= -\frac{1}{2} B (R_1^2 - R_2^2) \omega$$

方向与回路 $MNOM$ 绕向相反,即盘缘的电势高于中心.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/366010143141011010