

第四章 根轨迹法

目的

掌握绘制系统根轨迹的方法

掌握利用根轨迹分析系统的方法

内容

根轨迹方程

绘制根轨迹的基本法则

利用根轨迹进行系统分析

系统的性能

稳定性

动态性能

稳态误差

闭环特征方程的根
即闭环极点

开环放大倍数
开环积分环节个数

困 难!

困难1: 系统闭环特征方程的根如何求取!

困难2: 讨论或预测当系统中的某一参数发生变化时系统闭环特征方程的根如何变化!



参数改变, 系统性能如何改变!

伊万思 (W . R . Evans) 提出了一种图解方法, 即在复平面上由系统的

开环

极点、零点

确定

闭环

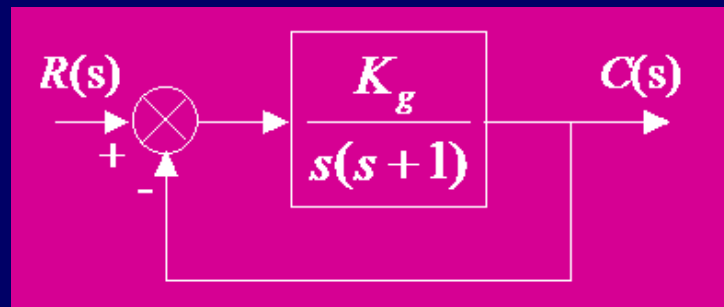
极点

称为根轨迹法。

§ 4.1 根轨迹法的基本概念

1. 引例

讨论 K_g 变化时闭环极点的变化。



开环传函

$$G_o(s) = \frac{K_g}{s(s+1)}$$

闭环传函

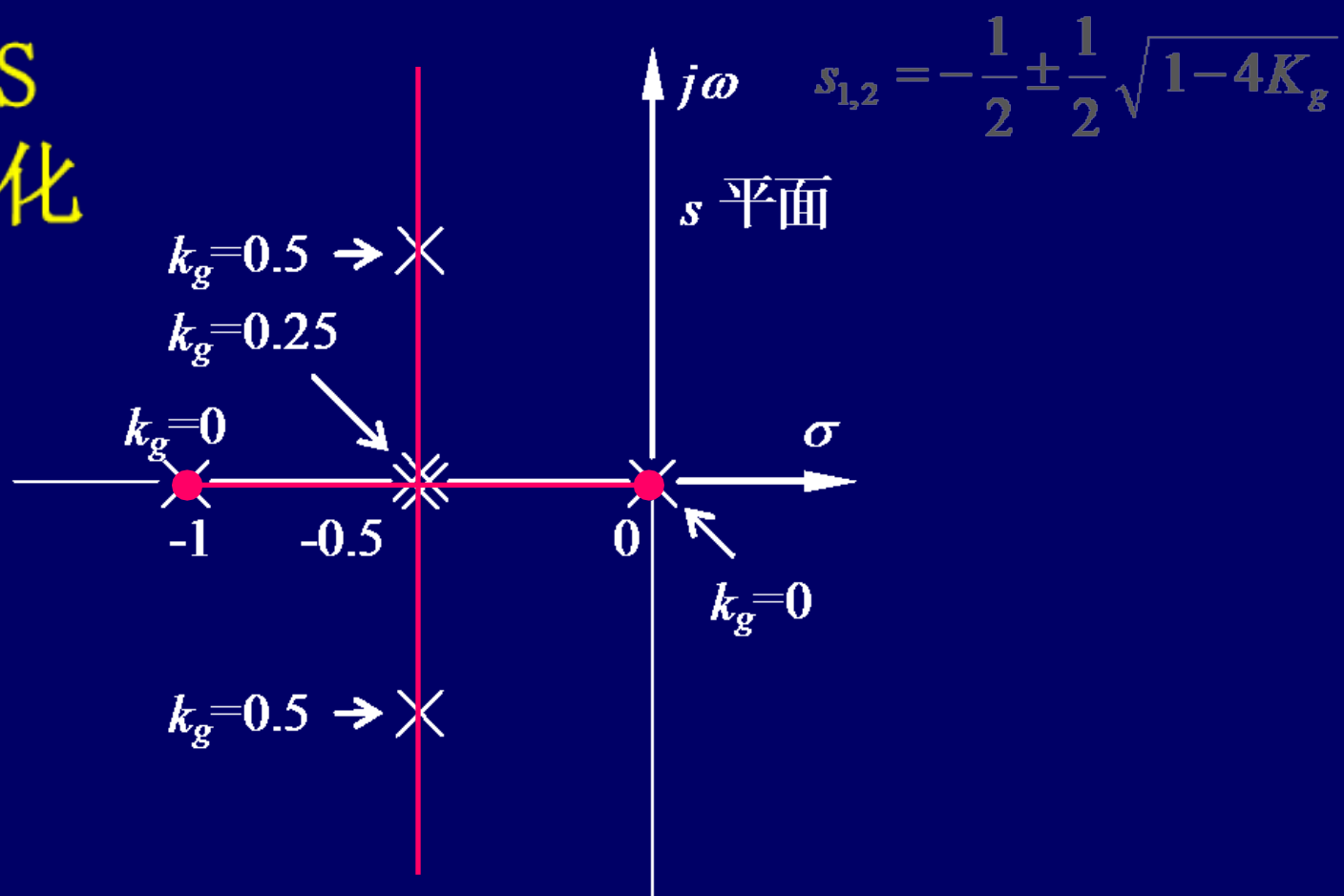
$$G_c(s) = \frac{K_g}{s^2 + s + K_g}$$

$$s^2 + s + K_g = 0$$

闭环极点

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4K_g}$$

闭环极点在S平面上的变化



系统的开环传递函数中某一参数变化时，系统闭环特征方程的根在S平面上的变化轨迹即为根轨迹

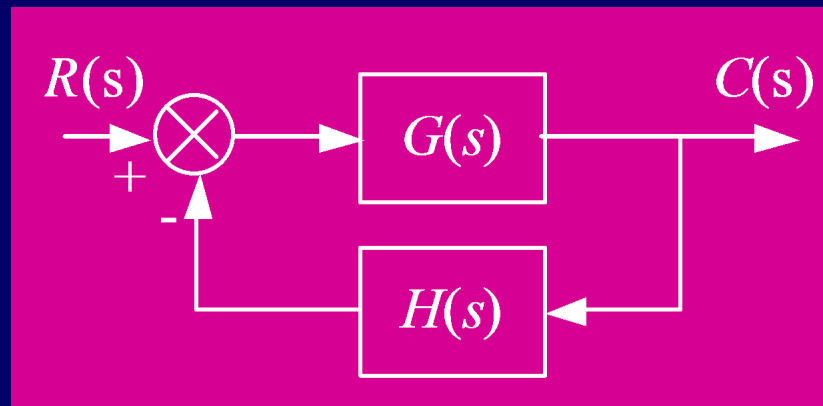
问题:

- ✓ 绘制根轨迹是用描点法吗?
- ✓ 高阶系统闭环特征方程的根的表达式如何求?

思路: 利用开环传函绘制闭环特征方程的根的变化。

2. 根轨迹方程

$$G_c(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$
$$= \frac{G(s)}{1 + G_o(s)}$$



闭环特征方程

$$1 + G_o(s) = 0$$

$$G_o(s) = -1$$



$$\arg[G_o(s)] \Big|_{s=s_g} = \pm 180^\circ(2k+1)$$

$$|G_o(s)| \Big|_{s=s_g} = 1$$

若开环传函

$$G_o(s) = K_g \frac{\prod_{j=1}^m (s + z_j)}{\prod_{i=1}^n (s + p_i)}$$

则根轨迹的条件方程为

$$\left| K_g \frac{\prod_{j=1}^m (s + z_j)}{\prod_{i=1}^n (s + p_i)} \right|_{s = s_g} = 1$$

幅值方程

$$\arg \left[K_g \frac{\prod_{j=1}^m (s + z_j)}{\prod_{i=1}^n (s + p_i)} \right]_{s = s_i} = \pm 180^\circ (2k + 1)$$

幅角方程

§ 4.2 根轨迹绘制的基本法则

1. 根轨迹的连续性

根轨迹是连续变化的曲线

2. 根轨迹的对称性

根轨迹对称于实轴

3. 根轨迹的分支数

n 阶系统， n 条根轨迹。

4. 根轨迹的起点和终点

➤ $Kg=0$ 时的闭环极点为根轨迹的起点

n 条根轨迹起始于系统的 n 个开环极点

➤ $Kg \rightarrow \infty$ 时的闭环极点为根轨迹的终点

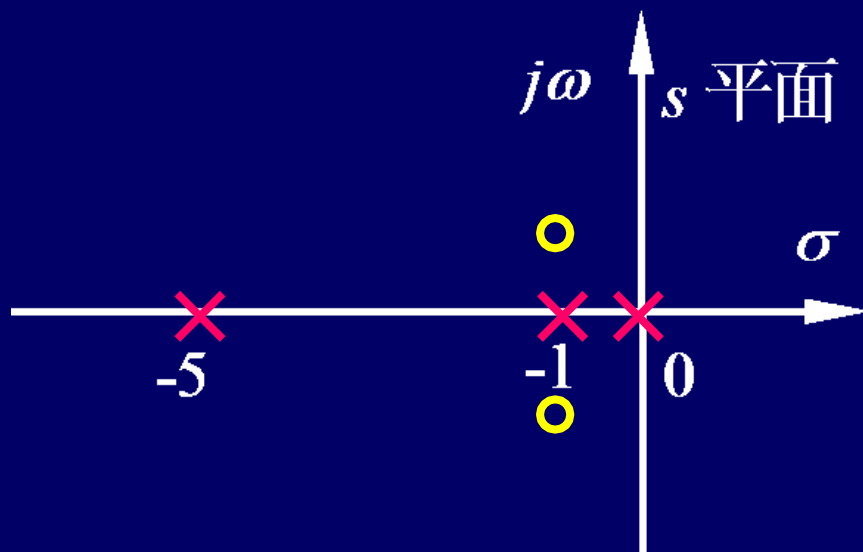
m 条根轨迹起始于系统的开环零点
开环零点, 其余 $n-m$ 条趋于无穷远处



例 已知开环传递函数试确定根轨迹的起点与终点。

$$G_o(s) = \frac{K_g (s^2 + 2s + 2)}{s(s+1)(s+5)}$$

解:



5. 根轨迹的渐近线

➤ 渐近线与实轴的交点

$$-\sigma = -\frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{j=1}^m z_j}{n-m}$$

➤ 渐近线与实轴的夹角

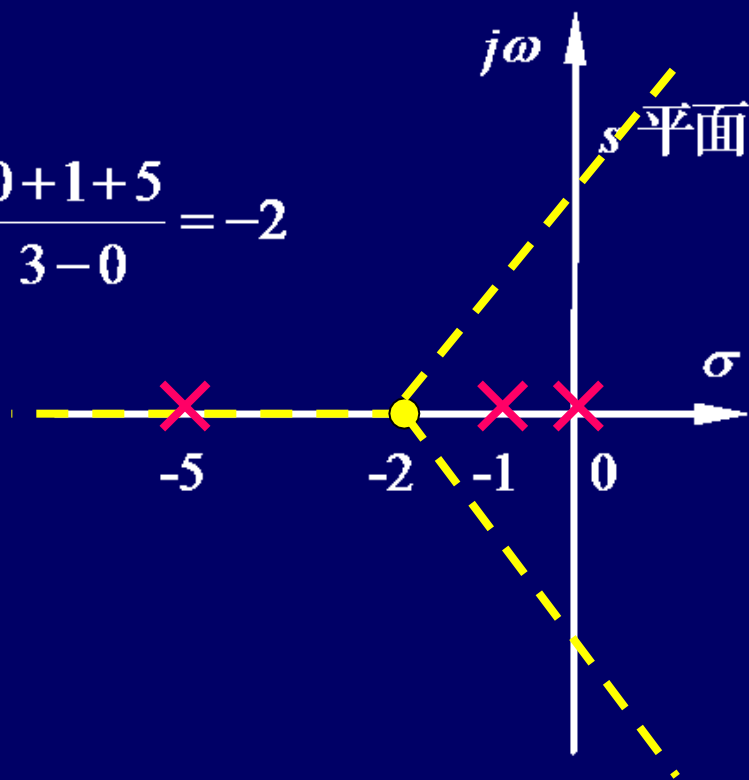
$$\theta = \frac{m180^\circ(2k+1)}{n-m}$$

例 已知系统开环传递函数，试确定根轨迹的支数、起点和渐近线

$$G_o(s) = \frac{K_g}{s(s+1)(s+5)}$$

解：

$$-\sigma = -\frac{\sum_{i=1}^3 p_i}{n-m} = -\frac{0+1+5}{3-0} = -2$$



$$\begin{aligned}\theta &= \pm \frac{180^\circ(2k+1)}{n-m} \\ &= \pm \frac{180^\circ(2k+1)}{3} \\ &= \pm 60^\circ, \pm 180^\circ\end{aligned}$$

6. 实轴上的根轨迹

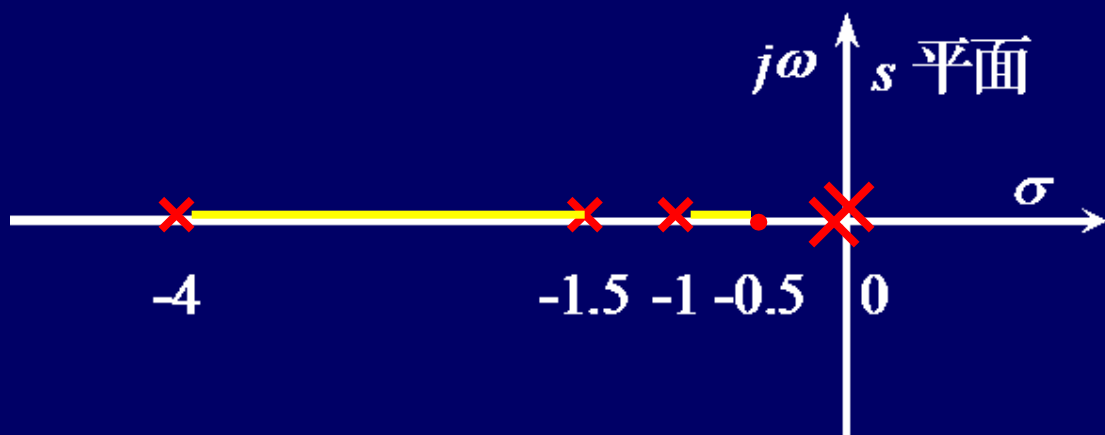
在实轴上选取实验点偶，不是实验点 s_i 右

例：实轴上选取实验点偶，不是实验点 s_i 右
数，则实验点所在的实验段是根轨迹，否则
该实验段不是根轨迹

$$s^2(s+1)(s+1.5)(s+4)$$

该实验段不是根轨迹

解：



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/367043004061010003>