天津市和平区2022届高三数学下学期一模试题

一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 全集$U=Z$，集合$A=\{x|-2<x<2,x\in N\},B=\{-1,0,1,2\}$，则$(\complement_U A)\cap B=$（ ）

A. $\{-1,2\}$　　B. $\{-1,0\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{2\}$

【1题答案】

【答案】A

【解析】

【分析】先求的A，再求$\complement_U A$，最后求解$(\complement_U A)\cap B$即可.

【详解】因为$A=\{x|-2<x<2,x\in N\}=\{0,1\}$，$U=Z$，

故$\complement_U A=\{x|x\in Z$且$x\neq 0,x\neq 1\}$，则$(\complement_U A)\cap B=\{-1,2\}$.

故选：A.

2. 已知命题$p:\forall x>0,(x+1)e^x>1$，则命题p的否定为（ ）

A. $\forall x\leq 0,(x+1)e^x\leq 1$　　B. $\exists x_0\leq 0,(x_0+1)e^{x_0}\leq 1$

C. $\forall x>0,(x+1)e^x\leq 1$　　D. $\exists x_0>0,(x_0+1)e^{x_0}\leq 1$

【2题答案】

【答案】D

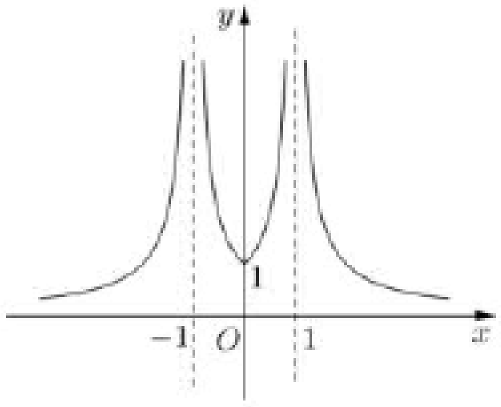
【解析】

【分析】根据含有一个量词的命题的否定的方法求解即可．

【详解】$p:\forall x>0,(x+1)e^x>1$的否定为$\neg p:\exists x_0>0,(x_0+1)e^{x_0}\leq 1$.

故选：D.

3. 下列函数中，图像为下图的是（ ）



A. $f(x)=\frac{1}{|x-1|}$　　　　B. $f(x)=\frac{1}{||x|-1|}$

C. $f(x)=\frac{1}{|x+1|}$　　　　D. $f(x)=\frac{1}{|x|+1}$

【3 题答案】

【答案】B

【解析】

【分析】根据奇偶性可排除 AC，利用 $f\left(\frac{1}{2}\right)>1$ 可排除 D.

【详解】由图象可知：$f\left(x\right)$定义在$\left(-\infty,-1\right)\cup\left(-1,1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$上的偶函数，

对于 AC，$f\left(x\right)$为非奇非偶函数，可排除 AC；

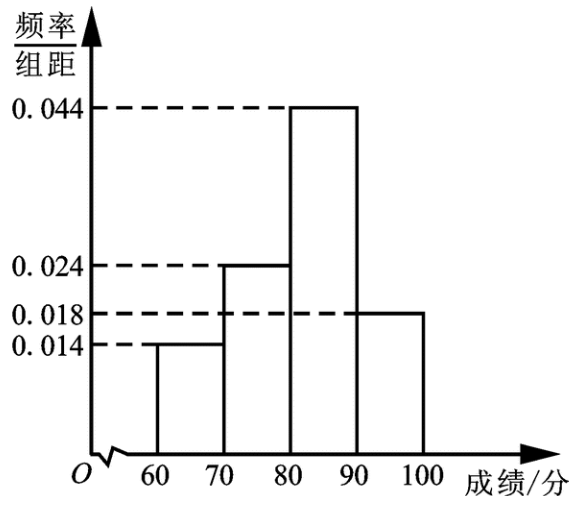
对于 D，当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{\frac{1}{2}+1}=\frac{2}{3}<1$，与图象不符，可排除 D；

对于 B，$f\left(x\right)=\begin{cases}-\frac{1}{x+1},x<-1\\ \frac{1}{x+1},-1<x\le 0\\ \frac{1}{1-x},0<x<1\\ \frac{1}{x-1},x>1\end{cases}$，可 知 图 象 与 函 数 相 符B,正 确.

故选：B.

【点睛】公众号拾穗者的杂货铺方法点睛：判断函数图象或根据图象选择解析式的问题，通常采用排除法来排除错误选项，进而得到正确结论，排除的依据有：①奇偶性；②特殊位置函数值的符号；③单调性

4. 为普及冬奥知识，某校在各班选拔部分学生进行冬奥知识竞赛．根据参赛学生的成绩，得到如图所示的频率分布直方图．若要对 40%成绩较高的学生进行奖励，则获奖学生的最低成绩可能为（ ）



A. 65

B. 75

C. 85

D. 95

【4 题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】根据频率分布直方图分别求出成绩在 $[90,100]$，$[80,90]$ 的频率，进而得解.

【详解】根据频率分布直方图可知，成绩在 $[90,100]$ 的频率为 $0.018\times10=0.18$

成绩在 $[80,90]$ 的频率为 $0.044\times10=0.44$，$0.044\times10=\frac{0.44}{2}=0.22$

又 $0.18+0.22=0.4$，所以 40%成绩较高的学生的分数在 $[80,100]$ 之间，且最低分数为 85

故选：C

5. 已知 $x\in\left(e^{-1},1\right)$，记 $a=\ln x,b=\left(\frac{1}{2}\right)^{\ln x},c=e^{\ln x}$，则 a,b,c 的大小关系是（ ）

A. $a<c<b$

B. $a<b<c$

C. $c<b<a$

D. $b<c<a$

【5 题答案】

【答案】A

【解析】

【分析】根据$x\in\left(e^{-1},1\right)$，利用指数函数和对数函数的单调性求解

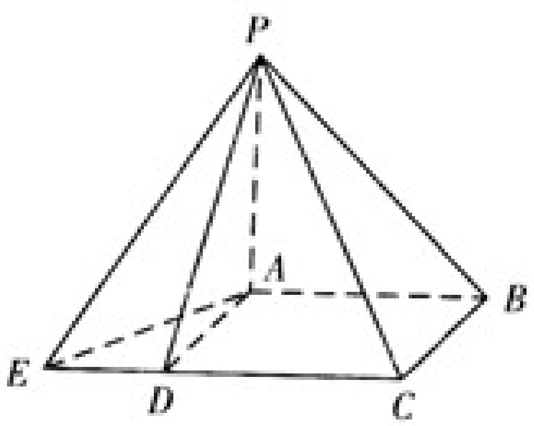
【详解】解：因为$x\in\left(e^{-1},1\right)$，

所以$a=\ln x\in(-1,0), b=\left(\frac{1}{2}\right)^{\ln x}\in(1,2), c=e^{\ln x}\in\left(\frac{1}{e},1\right)$，

所以$a<c<b$，

故选：A

6. 中国古代数学经典《九章算术》系统地总结了战国、秦、汉时期的数学成就，书中将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马，将四个面都为直角三角形的三棱锥称之为鳖臑．如图为一个阳马与一个鳖臑的组合体，已知$PA\perp$平面$ABCE$，四边形$ABCD$为正方形，$AD=2$，$ED=1$，若鳖臑$P-ADE$的体积为l，则阳马$P-ABCD$的外接球的表面积等于（　　）．



A. 17π　　B. 18π　　C. 19π　　D. 20π

【6题答案】

【答案】A

【解析】

【分析】先根据鳖臑$P-ADE$的体积为l，求得$PA=3$，再根据阳马$P-ABCD$的外接球的直径是以AD, AB, AP为宽，长，高的长方体的体对角线可求得求得直径，从而求得表面积．

【详解】由题意，因为$PA\perp$平面$ABCE$，四边形$ABCD$为正方形，$AD=2$，$ED=1$，

又由鳖臑 $P-ADE$ 的体积为 1，所以 $V_{P-AED}=\frac{1}{3}\times PA\times S_{\triangle AED}=\frac{1}{3}\times PA\times\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$，

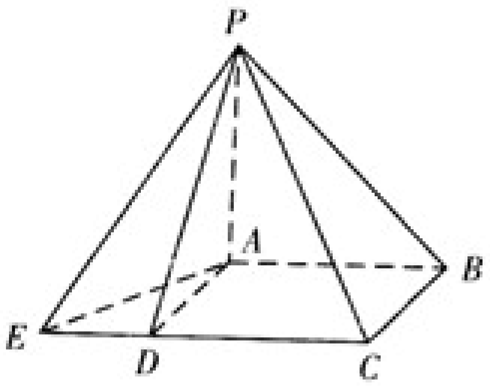
解得 $PA=3$，

而阳马 $P-ABCD$ 的外接球的直径是以 AD, AB, AP 为宽，长，高的长方体的体对角线，

所以 $(2R)^2=AD^2+AB^2+AP^2=4+4+9=17$，即 $4R^2=17$，

球的表面积为 $4\pi R^2=17\pi$.

故选 A．



【点睛】本题主要考查了多面体与球的组合体的性质，以及球的体积与表面公式计算，其中解答中得出阳马 $P-ABCD$ 的外接球的直径是以 AD, AB, AP 为宽，长，高的长方体的体对角线是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于中档试题．

7．　函数 $f(x)=4\sin(\omega x+\varphi)$，其中 $0<\omega<1$，$|\varphi|<\pi$，若 $f\left(\frac{3\pi}{8}\right)=4$，$f\left(\frac{9\pi}{8}\right)=0$，则 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上的单调　区间是（ ）

A. $\left[0,\frac{3}{8}\pi\right]$　　B. $\left[\frac{15}{8}\pi,2\pi\right]$　　C. $\left[\frac{3}{8}\pi,\frac{15}{8}\pi\right]$　　D. $[0,\pi]$

【7 题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】根据 $f(x)$ 的对称中　、　点求得 ω，进而求得 φ，结合三角函数单调区间的求法求得正确答案．

【详解】据题意可以得出直线 $x=\frac{3}{8}\pi$ 和点 $\left(\frac{9}{8}\pi,0\right)$ 分别是的图象的一条对称 和一个对称中 ，

所以 $\frac{9\pi}{8}-\frac{3\pi}{8}=\frac{3\pi}{4}=\frac{2k-1}{4}T=\frac{2k-1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{(2k-1)\pi}{2\omega}$ ，

即 $\omega=\frac{4k-2}{3}$ （ $k\in Z$ ），

所以 $\omega=\frac{2}{3}$ ；又由 $f\left(\frac{3\pi}{8}\right)=4$ 得 $\sin\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}\pi+\varphi\right)=1$ ，

即 $\frac{\pi}{4}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}$ （ $k\in Z$ ），

$|\varphi|<\pi$ ，所以 $\varphi=\frac{\pi}{4}$ ，所以 $f(x)=4\sin\left(\frac{2}{3}x+\frac{\pi}{4}\right)$ ；

由 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\le\frac{2}{3}x+\frac{\pi}{4}\le 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$ 得 $f(x)$ 的单调 区间为 $\left[3k\pi+\frac{3}{8}\pi,3k\pi+\frac{15}{8}\pi\right]$ （ $k\in Z$ ），

所以 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上的单调 区间是 $\left[\frac{3}{8}\pi,\frac{15}{8}\pi\right]$.

故选：C

8. 已知 线 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条 线 点 $(\sqrt{3},2)$ ，且 线的一个 点在 线 $x^2=4\sqrt{7}y$ 的 线上，则 线的方 为（ ）

A. $\frac{y^2}{21}-\frac{x^2}{28}=1$

B. $\frac{x^2}{28}-\frac{y^2}{21}=1$

C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

D. $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{3}=1$

【8 题答案】

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意列出 a,b,c 的等量关系式，求解即可.

【详解】因为 $(\sqrt{3},2)$ 在 线 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条 线 $y=\frac{a}{b}x$ 上，

故可得 $\sqrt{3}a=2b$；

因为 线 $x^2=4\sqrt{7}y$ 的 线为 $y=-\sqrt{7}$，故 $-c=-\sqrt{7}$，

又 $a^2+b^2=c^2$；解得 $a^2=4,b^2=3$，

故 线方 为：$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{3}=1$.

故选：D.

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sin\frac{\pi x}{2},0\le x\le 2\\ -\sqrt{-x^2+6x-8},2<x\le 4\end{cases}$，若函数 $g(x)=f(x)-kx-1$ 有三个 点，则 数 k 的 值 为( )

A. $\left[-\frac{3}{4},-\frac{1}{4}\right]$　　B. $\left(-\frac{3}{4},-\frac{1}{4}\right]$　　C. $\left(-\frac{4}{3},-\frac{1}{4}\right)$　　D. $\left(-\frac{4}{3},-\frac{1}{4}\right]$

【9 题答案】

【答案】B

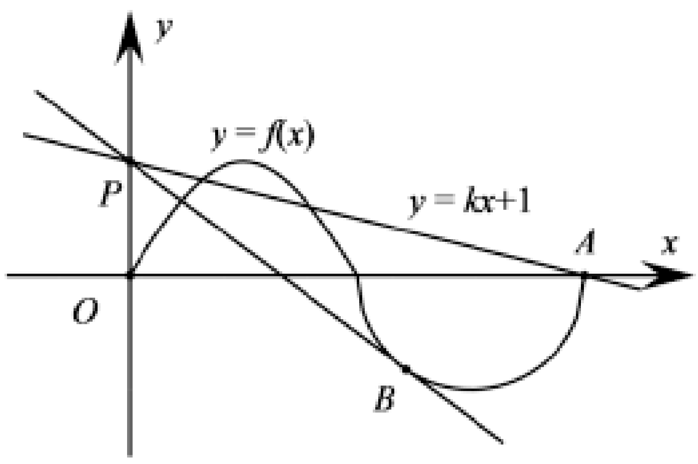
【解析】

【分析】 出函数 $y=f(x)$ 的图象，则函数 $y=g(x)$ 有三个不 的 点，等 于直线 $y=kx+1$ 与 线 $y=f(x)$ 的图象有三个不 点，考查直线 $y=kx+1$ 与 $(x-3)^2+y^2=1$ 相 ，且 点位于 三象 时以及直线 $y=kx+1$ 点 $(4,0)$ 时，对 的 k 值，数形结合可得出 数 k 的 值 .

【详解】解：当 $2<x<4$ 时，$y=-\sqrt{-x^2+6x-8}$，则 $y\le 0$，等式 边平方得 $y^2=-x^2+6x-8$，

理得 $(x-3)^2+y^2=1$，

所以 线 $y=-\sqrt{-x^2+6x-8}(2<x\leqslant 4)$ 表示 $(x-3)^2+y^2=1$ 的下 ，如下图所示，



由题意可知，函数 $y=g(x)$ 有三个不 的 点，等 于直线 $y=kx+1$ 与 线 $y=f(x)$ 的图象有三个不 点，

直线 $y=kx+1$ 定点 $P(0,1)$，

当直线 $y=kx+1$ 点 $A(4,0)$ 时，则 $4k+1=0$，可得 $k=-\frac{1}{4}$；

当直线 $y=kx+1$ 与 $(x-3)^2+y^2=1$ 相 ，且 点位于 三象 时，$k<0$，

时 $\frac{|3k+1|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，解得 $k=-\frac{3}{4}$．

由图象可知，当 $-\frac{3}{4}<k\leqslant -\frac{1}{4}$ 时，直线 $y=kx+1$ 与 线 $y=f(x)$ 的图象有三个不 点．

因 ， 数 k 值 是 $\left(-\frac{3}{4},-\frac{1}{4}\right]$．

故选：B．

【点睛】本题考查利用函数的 点个数求参数， 时 考查了直线与 的位置关系以及正 函数图象的 用，考查数形结合 的 用，属于 题．

、 题（本大题 **6** 小题，每小题 **5** 分， **30** 分． 答案 在题中 线上）

10. 若 数 z $(3-4i)z=|3-4i|$，则 z 的模为_______， 部为_______．

【10 题答案】

【答案】 ①. 1 $\frac{4}{5}$ ②.

【解析】

【分析】 已知等式 形，利用 数的代数形式的 除运算，再利用 数模的计算公式，即可求解.

【详解】由题意， 数 z $(3-4i)z=|3-4i|$，

可得 $z=\frac{|3-4i|}{3-4i}=\frac{5(3+4i)}{(3-4i)(3+4i)}=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$，

所以 $z=\sqrt{(\frac{3}{5})^2+(\frac{4}{5})^2}=1$，且 数 z 的 部为 $\frac{4}{5}$.

故答案为：1，$\frac{4}{5}$.

【点睛】本题主要考查了 数的代数形式的 除运算，以及 数的 本 及 数模的计算，着重考查了计算能力，属于 题.

11. 在 $\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的 式中，$\frac{1}{x}$ 的系数是__________.

【11 题答案】

【答案】112

【解析】

【分析】由 项式定理求解

【详解】由 项式定理知 $\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的 式的通项为

$T_{r+1}=C_8^r(2x)^{8-r}\left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=C_8^r2^{8-r}(-1)^r x^{8-\frac{3}{2}r}$

$8-\frac{3}{2}r=-1$ 得 $r=6$

故 $T_7=\frac{112}{x}$

故答案为：112

12. 已知 C 的 在直线 $2x-y-2=0$ 上，且与直线 l：$3x+4y-28=0$ 相 于点 $P(4,4)$.则 C 的

方 为________.

【12 题答案】

【答案】$(x-1)^2+y^2=25$

【解析】

【分析】由 C 与直线 l：$3x+4y-28=0$ 相 于点 $P(4,4)$，可得 点与 的直线 m 的方 再根据

C 的 在直线 $2x-y-2=0$ 上，可求得 ，从而可得答案

【详解】解： 点 $P(4,4)$ 与直线 l：$3x+4y-28=0$ 垂直的直线 m 的 率为 $k=\frac{4}{3}$，

所以直线 m 的方 为 $y-4=\frac{4}{3}(x-4)$，即 $4x-3y-4=0$，

由 $\begin{cases}4x-3y-4=0\\2x-y-2=0\end{cases}$，解得 $C(1,0)$，

所以 $r=\sqrt{(4-1)^2+(4-0)^2}=5$.

故 C 的方 为：$(x-1)^2+y^2=25$.

故答案为：$(x-1)^2+y^2=25$.

13. 为 率，某 采 k 合 1 法，即将 k 个 的 本合 ，若为

性，则可以确定所有 本都是 性的；若为阳性，则 要对本组的每个 再 .若有 100 ，已知其

中 2 ，采用 10 合一 法，若 2 者在 一组，则总 数为__________ ；若

者在 一组的 率为 $\frac{1}{11}$，定义 量 X 为总 数，则数学期 $E(X)$ 为__________.

【13 题答案】

【答案】 ①. 20 $\frac{320}{11}$②.

【解析】

【分析】采 k 合1 法，每组 查一 ， 10 ，又 者在 一组， 再 查10 ，可得一 要 查的 数；由题意得 量 X 可能 的值是20，30，分别求得 $P(X=20)$，$P(X=30)$，从而得其分布列和期 .

【详解】解：采 k 合1 法，每组 查一 ， 10 ，又 者在 一组， 再 查10 ，因 一 要 查20 ；

由题意得， 量 X 可能 的值是20，30，

$P(X=20)=\frac{1}{11}$，$P(X=30)=\frac{10}{11}$，

所以 量 X 的分布列为：

X	20	30
P	$\frac{1}{11}$	$\frac{10}{11}$

所以 $E(X)=20\times\frac{1}{11}+30\times\frac{10}{11}=\frac{320}{11}$，

故答案为：20；$\frac{320}{11}$.

14. 已知 $a>b>0$，则 $a+\frac{4}{a+b}+\frac{1}{a-b}$ 的最小值为__________.

【14题答案】

【答案】 $3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】

由$a>b>0$可知$a+b>0$，$a-b>0$，$a+\frac{4}{a+b}+\frac{1}{a-b}=\frac{a+b}{2}+\frac{4}{a+b}+\frac{a-b}{2}+\frac{1}{a-b}$，利用 本不等式即可求最值

【详解】因为$a>b>0$，所以$a+b>0$，$a-b>0$，

$$a+\frac{4}{a+b}+\frac{1}{a-b}=\frac{a+b}{2}+\frac{4}{a+b}+\frac{a-b}{2}+\frac{1}{a-b}$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{a+b}{2}\times\frac{4}{a+b}}+2\sqrt{\frac{a-b}{2}\times\frac{1}{a-b}}=2\sqrt{2}+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$$

当且 当$\begin{cases}a+b=2\sqrt{2}\\a-b=\sqrt{2}\end{cases}$即$a=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$b=\sqrt{2}$时等号成 ，

故答案为：$3\sqrt{2}$

【点睛】 错点睛：利用 本不等式求最值时，要 意其 的三个条 ：

（1）一正 定三相等 一正 就是各项 为正数；

（2） 定 就是要求和的最小值， 成和的 项之积 成定值；要求积的最大值，则 成积的因式的和 成定值；

（3）三相等是利用 本不等式求最值时， 等号成 的条 ，若不能 等号则 个定值就不是所求的最值， 是最 生错误的地方

15. 在□ABC中，$AB=AC=\sqrt{3}$，$2\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{BD}$，$2\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{CD}=\frac{51}{4}$，则$BC=$______，

长DF AC于点E，点P在边BC上，则$\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{EP}$的最小值为______.

【15题答案】

【答案】 ①. $\sqrt{3}$ ②. $-\frac{3}{16}$.

【解析】

【分析】(1)以$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AB}$为 底表示$\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{CD}$，根据数量积 的运算 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{CD}=\frac{51}{4}$，由 可求BC，

(2)　　平面直角　　系，利用数量积的　　运算公式表示$\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{EP}$，再求其最小值.

【详解】解：由$2\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{BD}$，可得$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CA}+3\overrightarrow{AB}$

由$2\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AD}$，可得$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AC}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$，

$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{CD}=\left(3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)\cdot\left(\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$

$=\dfrac{9}{2}\overrightarrow{AB}^2+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}^2$

$=\dfrac{9}{2}\times3-3+\dfrac{3}{2}\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\cos A=\dfrac{51}{4}$，

则$\cos A=\dfrac{1}{2}$.$\therefore BC=\sqrt{3}$.

如图　　平面直角　　系，可得$B\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},0\right)$，$C\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},0\right)$，$A\left(0,\dfrac{3}{2}\right)$，

$P(x,0)$，$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\le x\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\because 2\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AD}$，$CF//AD$，$CF=\dfrac{1}{2}AD$，$C$为$AE$中点，

$\therefore \overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AC}$，

$\therefore \overrightarrow{PD}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{AB}=\left(-x,\dfrac{3}{2}\right)+3\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},-\dfrac{3}{2}\right)=\left(-x-\dfrac{3\sqrt{3}}{2},-3\right)$，

$\overrightarrow{PE}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{AC}=\left(-x,\dfrac{3}{2}\right)+2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},-\dfrac{3}{2}\right)=\left(-x+\sqrt{3},-\dfrac{3}{2}\right)$，

$\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{EP}=\overrightarrow{PD}\cdot\overrightarrow{PE}=\left(-x-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)\left(-x+\sqrt{3}\right)+(-3)\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)=x^2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$