绝密★启用前

2022年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

本试卷共4页，23小题，满分150分，考试用时120分钟。

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡的相应位置上。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案。答案不能答在试卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合$M=\{x|-4<x<2\}$，$N=\{x|x^2-x-6<0\}$，则=

A. $\{x|-4<x<3\}$　　B. $\{x|-4<x<-2\}$　　C. $\{x|-2<x<2\}$　　D. $\{x|2<x<3\}$

【答案】C

【解析】

【分析】

本题考查集合的交集和一元二次不等式的解法，渗透了数学运算素养．采取数轴法，利用数形结合的思想解题．

【详解】由题意得，$M=\{x|-4<x<2\},N=\{x|-2<x<3\}$，则

$M\cap N=\{x|-2<x<2\}$．故选C.

【点睛】不能领会交集的含义易致误，区分交集与并集的不同，交集取公共部分，并集包括二者部分．

2.设复数z满足$|z-i|=1$，z在复平面内对应的点为(x，y)，则

A. $(x+1)^2+y^2=1$　　B. $(x-1)^2+y^2=1$　　C. $x^2+(y-1)^2=1$　　D. $x^2+(y+1)^2=1$

【答案】C

【解析】

【分析】

本题考点为复数的运算，为基础题目，难度偏易．此题可采用几何法，根据点（x，y）和点(0，1)之间的距离为1，可选正确答案C．

【详解】$z=x+yi,z-i=x+(y-1)i,|z-i|=\sqrt{x^2+(y-1)^2}=1$,则$x^2+(y-1)^2=1$．故选C．

【点睛】本题考查复数的几何意义和模的运算，渗透了直观想象和数学运算素养．采取公式法或几何法，利用方程思想解题．

3.已知$a=log_2 0.2,b=2^{0.2},c=0.2^{0.3}$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

【答案】B

【解析】

【分析】

运用中间量比较，运用中间量比较

【详解】$a=log_2 0.2<log_2 1=0,b=2^{0.2}>2^0=1,0<0.2^{0.3}<0.2^0=1$,则$0<c<1,a<c<b$．故选B．

【点睛】本题考查指数和对数大小的比较，渗透了直观想象和数学运算素养．采取中间变量法，利用转化与化归思想解题．

4.古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是(≈，称为黄金分割比例)，著名的“断臂维纳斯”便是如此．此外，最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是．若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为105cm，头顶至脖子下端的长度为26 cm，则其身高可能是

A. 165 cm　　B. 175 cm　　C. 185 cm　　D. 190cm

【答案】B

【解析】

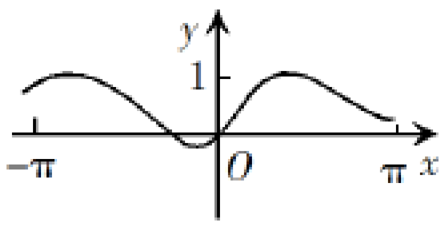
【分析】

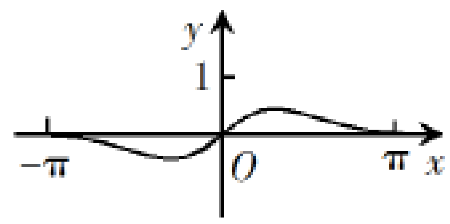
理解黄金分割比例的含义，应用比例式列方程求解．

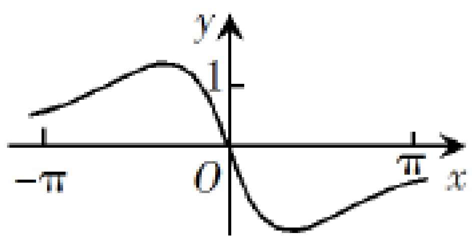
【详解】设人体脖子下端至肚脐的长为 x cm，肚脐至腿根的长为 y cm，则$\frac{26}{x}=\frac{26+x}{y+105}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，得$x\approx 42.07cm,y\approx 5.15cm$．又其腿长为 105cm，头顶至脖子下端的长度为 26cm，所以其身高约为 42．07+5．15+105+26=178．22，接近 175cm．故选 B．

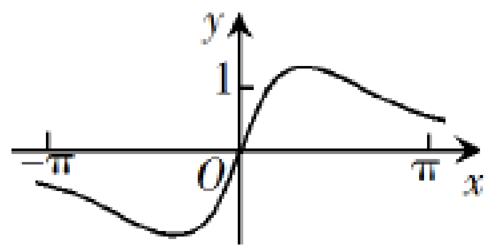
【点睛】本题考查类比归纳与合情推理，渗透了逻辑推理和数学运算素养．采取类比法，利用转化思想解题．

5.函数 f(x)=$\frac{sinx+x}{cosx+x^2}$在[—π，π的图像大致为

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】D

【解析】

【分析】

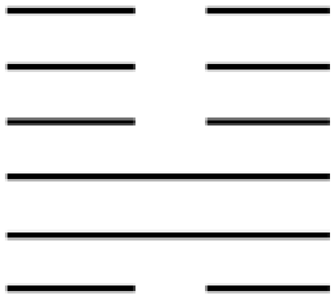
先判断函数的奇偶性，得是奇函数，排除 A，再注意到选项的区别，利用特殊值得正确答案．

【详解】由$f(-x)=\frac{sin(-x)+(-x)}{cos(-x)+(-x)^2}=\frac{-sinx-x}{cosx+x^2}=-f(x)$，得是奇函数，其图象关于原点对称．又$f(\frac{\pi}{2})=\frac{1+\frac{\pi}{2}}{(\frac{\pi}{2})^2}=\frac{4+2\pi}{\pi^2}>1,f(\pi)=\frac{\pi}{-1+\pi^2}>0$．故选 D．

【点睛】本题考查函数的性质与图象，渗透了逻辑推理、直观想象和数学运算素养．采取性质法或赋值法，利用数形结合思想解题．

6.我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化．每一“重卦”由从下到上排列的 6 个爻组成，爻分为阳

爻“——”和阴爻“— —”，如图就是一重卦．在所有重卦中随机取一重卦，则该重卦恰有 3 个阳爻的概率是



A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

【答案】A

【解析】

【分析】

本题主要考查利用两个计数原理与排列组合计算古典概型问题，渗透了传统文化、数学计算等数学素养，“重卦”中每一爻有两种情况，基本事件计算是住店问题，该重卦恰有 3 个阳爻是相同元素的排列问题，利用直接法即可计算．

【详解】由题知，每一爻有 2 中情况，一重卦的 6 爻有情况，其中 6 爻中恰有 3 个阳爻情况有，所以该重卦恰有 3 个阳爻的概率为$\frac{C_6^3}{2^6}$=，故选 A．

【点睛】对利用排列组合计算古典概型问题，首先要分析元素是否可重复，其次要分析是排列问题还是组合问题．本题是重复元素的排列问题，所以基本事件的计算是“住店”问题，满足条件事件的计算是相同元素的排列问题即为组合问题．

7.已知非零向量 a，b 满足=2，且（a－b）b，则 a 与 b 的夹角为

A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

【答案】B

【解析】

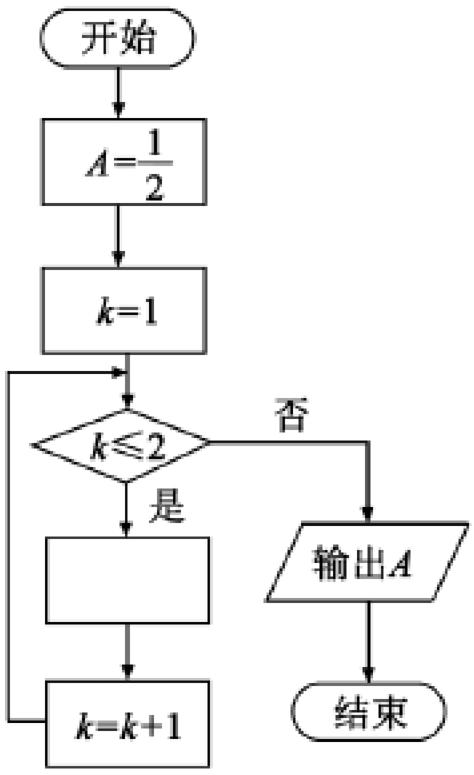
【分析】

本题主要考查利用平面向量数量积计算向量长度、夹角与垂直问题，渗透了转化与化归、数学计算等数学素养．先由$(a-b)\perp b$得出向量的数量积与其模的关系，再利用向量夹角公式即可计算出向量夹角．

【详解】因为$(a-b)\perp b$，所以$(a-b)\cdot b=a\cdot b-b^2$=0，所以$a\cdot b=b^2$，所以=$\frac{a\cdot b}{|a|\cdot|b|}=\frac{|b|^2}{2|b|^2}=\frac{1}{2}$，所以与的夹角为，故选 B．

【点睛】对向量夹角的计算，先计算出向量的数量积及各个向量的摸，在利用向量夹角公式求出夹角的余弦值，再求出夹角，注意向量夹角范围为.

8.如图是求$\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}$程序框图，图中空白框中应填入



A. A=　　　　B. A=　　　　C. A=$\dfrac{1}{1+2A}$　　　　D. A=$1+\dfrac{1}{2A}$

【答案】A

【解析】

【分析】

本题主要考查算法中的程序框图，渗透阅读、分析与解决问题等素养，认真分析式子结构特征与程序框图结构，即可找出作出选择.

【详解】执行第1次,$A=\frac{1}{2}$,$k=1\le 2$是,因为第一次应该计算$\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}$=,$k=k+1$=2,循环,执行第2次,$k=2\le 2$,是,因为第二次应该计算$2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}$=,$k=k+1$=3,循环,执行第3次,$k=2\le 2$,否,输出,故循环体为$A=\dfrac{1}{2+A}$,故选A.

【点睛】秒杀速解　认真观察计算式子的结构特点，可知循环体为$A=\dfrac{1}{2+A}$.

9.记为等差数列的前 n 项和．已知$S_4=0$，$a_5=5$，则

A. $a_n=2n-5$　　B. $a_n=3n-10$　　C. $S_n=2n^2-8n$　　D. $S_n=\frac{1}{2}n^2-2n$

【答案】A

【解析】

【分析】

等差数列通项公式与前 n 项和公式．本题还可用排除，对 B,，$S_4=\frac{4(-7+2)}{2}=-10\neq 0$，排除 B，对 C，$S_4=0,a_5=S_5-S_4=2\times 5^2-8\times 5-0=10\neq 5$，排除 C．对 D，$S_4=0,a_5=S_5-S_4=\frac{1}{2}\times 5^2-2\times 5-0=\frac{5}{2}\neq 5$，排除 D，故选 A．

【详解】由题知，$\begin{cases}S_4=4a_1+\frac{d}{2}\times 4\times 3=0\\ a_5=a_1+4d=5\end{cases}$，解得$\begin{cases}a_1=-3\\ d=2\end{cases}$，$\therefore a_n=2n-5$，故选 A．

【点睛】本题主要考查等差数列通项公式与前 n 项和公式，渗透方程思想与数学计算等素养．利用等差数列通项公式与前 n 项公式即可列出关于首项与公差的方程，解出首项与公差，在适当计算即可做了判断．

10.已知椭圆 C 的焦点为$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，过 F_2 的直线与 C 交于 A，B 两点.若$|AF_2|=2|F_2B|$，$|AB|=|BF_1|$，则 C 的方程为

A. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$　　B. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　D. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$

【答案】B

【解析】

【分析】

由已知可设$|F_2B|=n$，则$|AF_2|=2n,|BF_1|=|AB|=3n$，得$|AF_1|=2n$，在$\triangle AF_1B$中求得$cos\angle F_1AB=\frac{1}{3}$，再在$\triangle AF_1F_2$中，由余弦定理得$n=\frac{\sqrt{3}}{2}$，从而可求解.

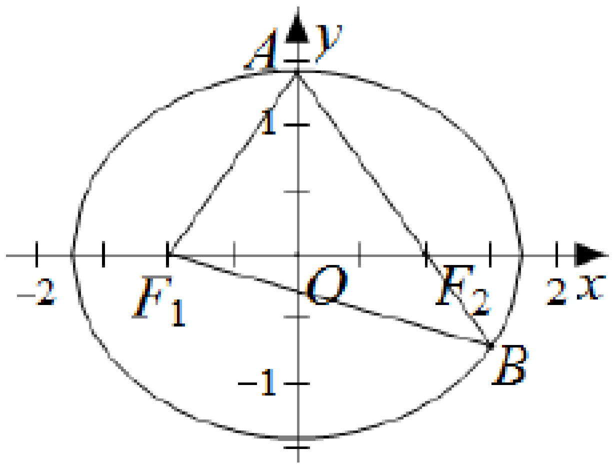
【详解】法一：如图，由已知可设$|F_2B|=n$，则$|AF_2|=2n,|BF_1|=|AB|=3n$，由椭圆的定义有$2a=|BF_1|+|BF_2|=4n,\therefore|AF_1|=2a-|AF_2|=2n$．在$\triangle AF_1B$中，由余弦定理推论得$cos\angle F_1AB=\frac{4n^2+9n^2-9n^2}{2\cdot 2n\cdot 3n}=\frac{1}{3}$．在$\triangle AF_1F_2$中，由余弦定理得$4n^2+4n^2-2\cdot 2n\cdot 2n\cdot\frac{1}{3}=4$，解得$n=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore 2a=4n=2\sqrt{3},\therefore a=\sqrt{3},\therefore b^2=a^2-c^2=3-1=2,\therefore$所求椭圆方程为$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$，故选 B.

法二：由已知可设$|F_2B|=n$，则$|AF_2|=2n,|BF_1|=|AB|=3n$，由椭圆的定义有

$2a=|BF_1|+|BF_2|=4n$, $\therefore|AF_1|=2a-|AF_2|=2n$．在$\triangle AF_1F_2$和$\triangle BF_1F_2$中，由余弦定理得

$\begin{cases}4n^2+4-2\cdot 2n\cdot 2\cdot cos\angle AF_2F_1=4n^2,\\ n^2+4-2\cdot n\cdot 2\cdot cos\angle BF_2F_1=9n^2\end{cases}$，又$\angle AF_2F_1,\angle BF_2F_1$互补，$\therefore cos\angle AF_2F_1+cos\angle BF_2F_1=0$，两式消去$cos\angle AF_2F_1,cos\angle BF_2F_1$，得$3n^2+6=11n^2$，解得$n=\frac{\sqrt{3}}{2}$．$\therefore 2a=4n=2\sqrt{3}$，$\therefore a=\sqrt{3}$，$\therefore b^2=a^2-c^2=3-1=2$，$\therefore$所求椭圆方程为$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$，故选B.



【点睛】本题考查椭圆标准方程及其简单性质，考查数形结合思想、转化与化归的能力，很好的落实了直观想象、逻辑推理等数学素养．

11.关于函数$f(x)=sin|x|+|sinx|$有下述四个结论：

①f(x)是偶函数　　②f(x)在区间（,）单调递增

③f(x)在有4个零点　　④f(x)的最大值为2

其中所有正确结论的编号是

A. ①②④　　B. ②④　　C. ①④　　D. ①③

【答案】C

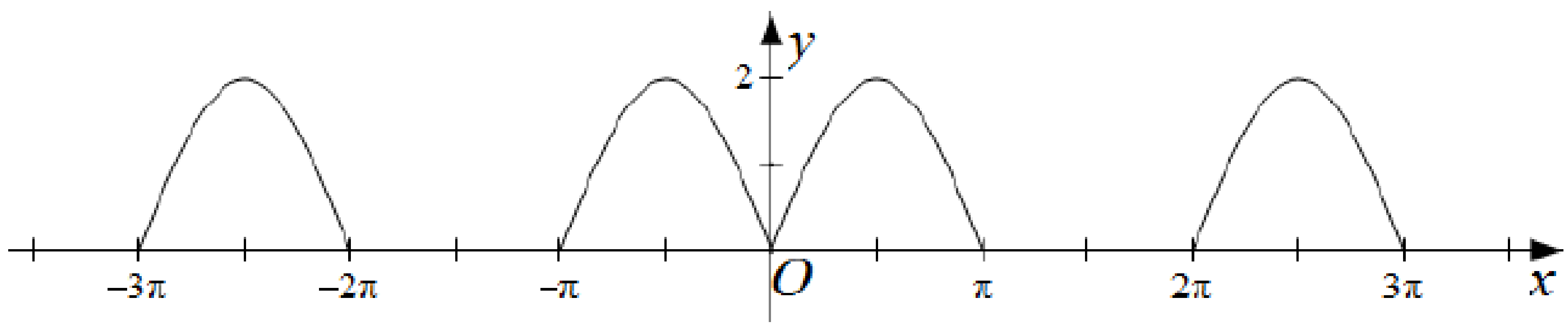
【解析】

【分析】

化简函数$f(x)=sin|x|+|sinx|$，研究它性质从而得出正确答案．

【详解】$\because f(-x)=sin|-x|+|sin(-x)|=sin|x|+|sinx|=f(x)$，$\therefore f(x)$为偶函数，故①正确．当$\frac{\pi}{2}<x<\pi$时，$f(x)=2sinx$，它在区间单调递减，故②错误．当$0\le x\le\pi$时，$f(x)=2sinx$，它有两个零点：；当$-\pi\le x<0$时，$f(x)=sin(-x)-sinx=-2sinx$，它有一个零点：，故在$[-\pi,\pi]$有个零点：$-\pi,0,\pi$，故③错误．当$x\in[2k\pi,2k\pi+\pi](k\in N^*)$时，$f(x)=2sinx$；当$x\in[2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi](k\in N^*)$时，$f(x)=sinx-sinx=0$，又为偶函数，的最大值为，故④正确．综上所述，①④　正确，故选C.

【点睛】画出函数$f(x)=sin|x|+|sinx|$的图象，由图象可得①④正确，故选C.



12.已知三棱锥 P−ABC的四个顶点在球 O 的球面上，PA=PB=PC，△ABC是边长为 2 的正三角形，E，F 分别是 PA，AB的中点，∠CEF=90°，则球 O 的体积为

A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

【答案】D

【解析】

【分析】

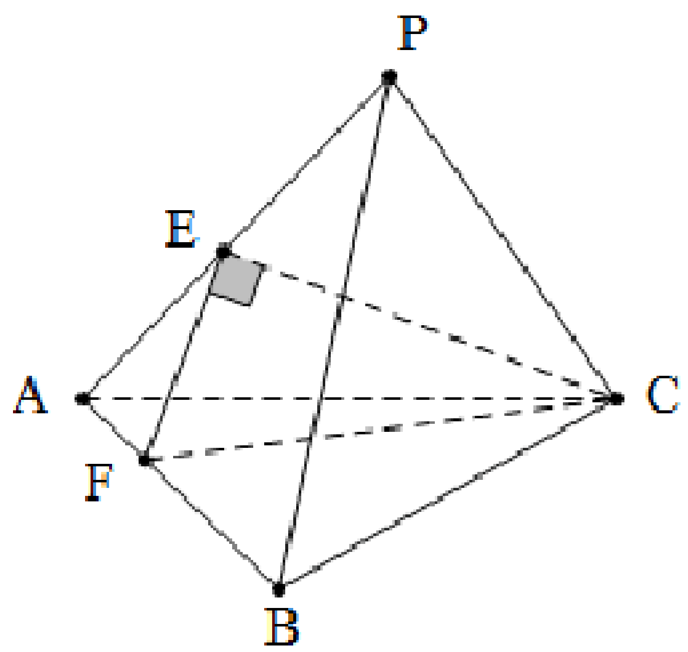
先证得平面，再求得$PA=PB=PC=\sqrt{2}$，从而得$P-ABC$为正方体一部分，进而知正方体的体对角线即为球直径，从而得解.

【详解】解法一:$\because PA=PB=PC$，ΔABC为边长为 2 的等边三角形，$\therefore P-ABC$为正三棱锥，

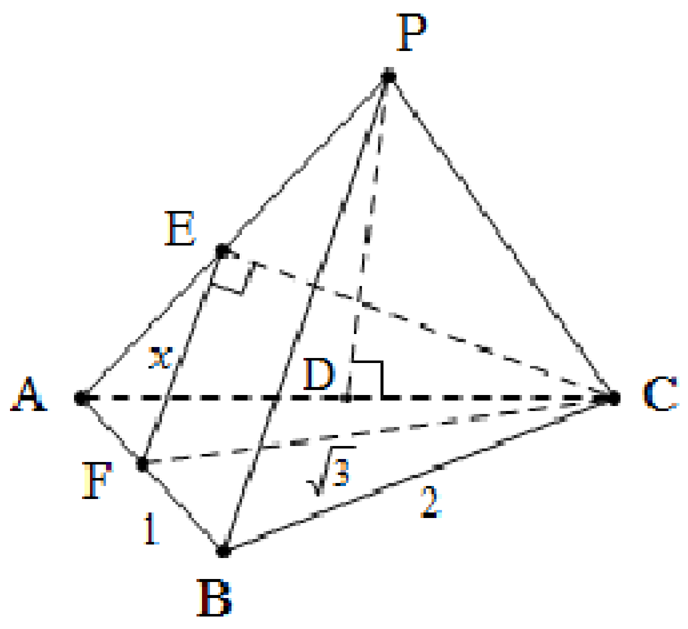
$\therefore PB\perp AC$，又，分别为、中点，

$\therefore EF//PB$，$\therefore EF\perp AC$，又$EF\perp CE$，$CE\cap AC=C$，$\therefore EF\perp$平面，平面，$\therefore \angle APB=90^{\circ}$，$\therefore PA=PB=PC=\sqrt{2}$，

$\therefore P-ABC$为正方体一部分，$2R=\sqrt{2+2+2}=\sqrt{6}$，即 $R=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$\therefore V=\dfrac{4}{3}\pi R^{3}=\dfrac{4}{3}\pi\times\dfrac{6\sqrt{6}}{8}=\sqrt{6}\pi$，故选 D.



解法二：



设$PA=PB=PC=2x$，分别为中点，

$\therefore EF//PB$，且$EF=\frac{1}{2}PB=x$，$\because \Delta ABC$为边长为 2 的等边三角形，

$\therefore CF=\sqrt{3}$又$\angle CEF=90^{\circ}$ $\therefore CE=\sqrt{3-x^2}$ ，$AE=\frac{1}{2}PA=x$

中余弦定理$cos\angle EAC=\frac{x^2+4-(3-x^2)}{2\times 2\times x}$，作$PD\perp AC$于，$\because PA=PC$，

为中点，$cos\angle EAC=\frac{AD}{PA}=\frac{1}{2x}$，$\therefore \frac{x^2+4-3+x^2}{4x}=\frac{1}{2x}$，

$\therefore 2x^2+1=2$ $\therefore x^2=\frac{1}{2}$ $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore PA=PB=PC=\sqrt{2}$，又$AB=BC=AC=2$，$\therefore PA,PB,PC$两两垂直，

$\therefore 2R=\sqrt{2+2+2}=\sqrt{6}$，$\therefore R=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$\therefore V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\times\frac{6\sqrt{6}}{8}=\sqrt{6}\pi$，故选 D.

【点睛】本题考查学生空间想象能力，补体法解决外接球问题．可通过线面垂直定理，得到三棱两两互相垂直关系，快速得到侧棱长，进而补体成正方体解决．

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.曲线$y=3(x^2+x)e^x$在点处的切线方程为___________.

【答案】$3x-y=0$.

【解析】

【分析】

本题根据导数的几何意义，通过求导数，确定得到切线的斜率，利用直线方程的点斜式求得切线方程

【详解】详解：$y'=3(2x+1)e^x+3(x^2+x)e^x=3(x^2+3x+1)e^x$,

所以，$k=y'|_{x=0}=3$

所以，曲线$y=3(x^2+x)e^x$在点处的切线方程为，即$3x-y=0$.

【点睛】准确求导数是进一步计算的基础，本题易因为导数的运算法则掌握不熟，二导致计算错误．求导

14.记 $_n$为等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和．若$a_1=\frac{1}{3}$，$a_4^2=a_6$，则 S_5=____________．

【答案】

【解析】

【分析】

本题根据已知条件，列出关于等比数列公比的方程，应用等比数列的求和公式，计算得到．题目的难度不大，注重了基础知识、基本计算能力的考查．

【详解】设等比数列的公比为，由已知$a_1=\frac{1}{3},a_4{}^2=a_6$，所以$(\frac{1}{3}q^3)^2=\frac{1}{3}q^5$,又，

所以所以$S_5=\frac{a_1(1-q^5)}{1-q}=\frac{\frac{1}{3}(1-3^5)}{1-3}=\frac{121}{3}$.

【点睛】准确计算，是解答此类问题的基本要求．本题由于涉及幂的乘方运算、繁分式分式计算，部分考生易出现运算错误．

15.甲、乙两队进行篮球决赛，采取七场四胜制（当一队赢得四场胜利时，该队获胜，决赛结束）．根据前期比赛成绩，甲队的主客场安排依次为 主主客客主客主”．设甲队主场取胜的概率为，客场取胜的概率为，且各场比赛结果相互独立，则甲队以 4∶1 获胜的概率是____________．

【答案】

【解析】

【分析】

本题应注意分情况讨论，即前五场甲队获胜的两种情况，应用独立事件的概率的计算公式求解．题目有一定的难度，注重了基础知识、基本计算能力及分类讨论思想的考查．

【详解】前四场中有一场客场输，第五场赢时，甲队以获胜的概率是$0.6^3\times0.5\times0.5\times2=0.108$,

前四场中有一场主场输，第五场赢时，甲队以获胜的概率是$0.4\times0.6^2\times0.5^2\times2=0.072$,

综上所述，甲队以获胜的概率是$q=0.108+0.072=0.18$.

【点睛】由于本题题干较长，所以，易错点之一就是能否静心读题，正确理解题意；易错点之二是思维的全面性是否具备，要考虑甲队以获胜的两种情况；易错点之三是是否能够准确计算．