# 第3章　　导数及应用

## 3.2.2　基本初等函数的导数公式及导数的运算法则

## 学习目标

- 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则
  - 内容：基本初等函数的导数公式及导数的运算法则
  - 应用
    - 求函数的导数
    - 函数的导数在生活中的应用
    - 求复合函数的导数

## 设计思路

本课主要学习基本初等函数的导数公式及导数的运算法则.以分形与函数的动画为引子，在复习导数的几何意义、四种常见函数的导数的基础之上，学习基本初等函数的导数公式及导数的运算法则。在基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则的基础上将导数的计算研究得更深入，虽然基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则解决了不少导数问题，但对于由函数和函数复合而成的函数还没有涉及，平时研究的函数不会仅限于基本初等函数，因此我们要想将问题研究得更加透彻，就得继续研究导数．层层深入，由易到难，探讨什么是复合函数、复合函数的构成及复合函数的求导法则等.

为了巩固新知识，探究了4个例题，采用例题与变式训练相结合的方法，一例一练。本课内容是导数的关键部分，对后面更深地研究导数起着至关重要的作用。为此，通过设置难易不同的必做和选做试题，对不同的学生进行因材施教。

## 新课导入

**科学视野** 分形与函数

1. 导数的几何意义?

导数的几何意义是曲线在某一点处的切线的斜率.

2. 导数的物理意义?

导数的物理意义是运动物体在某一时刻的瞬时速度.

3. 导函数的求解公式是什么?

导函数的求解公式是：$f'(x)=y'=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ .

# 4. 四种常见函数的导数及应用：

| 函数 | 导数 |
| --- | --- |
| $y=x$ | $y'=1$ |
| $y=x^2$ | $y'=2x$ |
| $y=\dfrac{1}{x}$ | $y'=-\dfrac{1}{x^2}$ |
| $y=\sqrt{x}$ | $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ |

思考

上述四个函数是哪类初等函数？导数有什么规律？

幂函数

$$y=x^n$$
$$\Downarrow$$
$$y'=nx^{n-1}$$

新课讲授

## 探究问题一 基本初等函数的导数公式

1、若$f(x)=c$，则$f'(x)=0$ ← 常函数

2、若$f(x)=x^n$，则$f'(x)=n\cdot x^{n-1}$ ← 幂函数

3、若$f(x)=\sin x$，则$f'(x)=\cos x$

4、若$f(x)=\cos x$，则$f'(x)=-\sin x$

三角函数

5、若$f(x)=a^x$，则$f'(x)=a^x\cdot\ln a$

6、若$f(x)=e^x$，则$f'(x)=e^x$

指数函数

7、若$f(x)=\log_a x$，则$f'(x)=\dfrac{1}{x\ln a}$

8、若$f(x)=\ln x$，则$f'(x)=\dfrac{1}{x}$

对数函数

## 请注意　几个基本初等函数的导数的区别

（1）注意区别$y=a^x(a>0,a\neq 1)$与$y=x^\alpha(\alpha\in Q^*)$的导数的区别：

$$y'=(a^x)'=a^x\cdot\ln a(a>0,a\neq 1)$$

$$y'=(x^\alpha)'=\alpha\cdot x^{\alpha-1}(\alpha\in Q^*).$$

（2）$y=\sin x$与$y=\cos x$导数的区别与联系：

$$y'=(\sin x)'=\cos x, y'=(\cos x)'=-\sin x.$$

（3）以e为底的指数函数的导数是其本身，以e的对数函数的导数是反比例函数（这有点特殊）；

（4）以$a$为底的指数函数或对数函数的导数较为难记，要格外注意它们都有$\ln a$这个部分，只是对数函数的导数中$\ln a$在分母上；

（5）要特别注意指数函数、对数函数的求导中，以e为底的是以$a$为底的特例.

典例探究

【例1】用导数公式求下列函数的导数

(1)$y=x^9$ (2)$y=5^x$

(3)$y=\sin\frac{\pi}{2}$ (4)$f(x)=\sqrt{\sqrt{x}}$

答案:(1)$y'=9x^8$ (2)$y'=5^x\ln 5$

(3)$y'=0$ (4)$y'=(x^{\frac{1}{4}})'=\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}$

## 练一练

变式练习1: 求下列函数的导数

$(1)y = x^{20}$　　　　$(2)y = \log_6 x$

$(3)y = \cos x$　　　　$(4)y = \dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$

答案:$(1)y' = 20x^{19}$　　　　$(2)y' = \dfrac{1}{x \cdot \ln 6}$

$(3)y' = -\sin x$　　　　$(4)y' = (x^{-\frac{2}{5}})' = -\dfrac{2}{5}x^{-\frac{7}{5}}$

## 典例探究

【例2】假设某国家在20年期间的通货膨胀率为5%。物价$p$（单位: 元）与时间t（单位：年）有如下关系:

$p(t)=p_0(1+5\%)^t$.其中$p_0$为$t=0$时的物价。假定某种商品的$p_0=1$，那么在第10个年头，这种商品的价格上涨的速度大约是多少？（精确到0.01）

**解：** 由导数公式：$p'(t)=1.05^t p_0 \ln 1.05$

$$\therefore p'(10)=1.05^{10}\ln 1.05\approx 0.08(元/年)$$

答: 在第10个年头, 这种商品的价格约以0.08元/年的速度上涨。

## 练一练

变式练习2：若某种商品的$p_0=5$，那么在第10个年头，这种商品的价格上涨的速度大约是多少？

提示：$p'(t)=1.05^t p_0 \ln 1.05,$

$$\therefore p'(10)\approx 5\times 0.08=0.4$$

探究问题二 导数的运算法则

**法则1**:两个函数的和(差)的导数,等于这两个函数的导数的和(差),即:

**法则2**:两个函数的积的导数,等于第一个函数的导数乘第二个函数,加上第一个函数乘第二个函数的导数 ,即:

**法则3**:两个函数的商的导数,等于第一个函数的导数乘第二个函数,减去第一个函数乘第二个函数的导数 ,再除以第二个函数的平方.即:

由法则2:

## 典例探究

【例3】求下列函数的导数：

(1) $y=x^3-2x+3$　　(2) $y=\sin 2x$

(3) $y=\dfrac{x-1}{x+1}$　　(4) $y=\dfrac{\ln x}{x}$

解:(1)因为 $y'=(x^3-2x+3)'=(x^3)'-(2x)'+(3)'=3x^2-2$

所以，函数 $y=x^3-2x+3$ 的导数是 $y'=3x^2-2$

(2)Q $y=\sin 2x=2\sin x g\cos x$

$\therefore y'=(2\sin x g\cos x)'$

$=2(\sin x'\cos x+\sin x\cos x')$

$=2(\cos^2 x-\sin^2 x)$

$=2\cos 2x$

所以，函数 $y=\sin 2x$ 的导数是 $y'=2\cos 2x$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/376052110223010233