

## 第二章 二次函数

### 2.2 二次函数的图象与性质

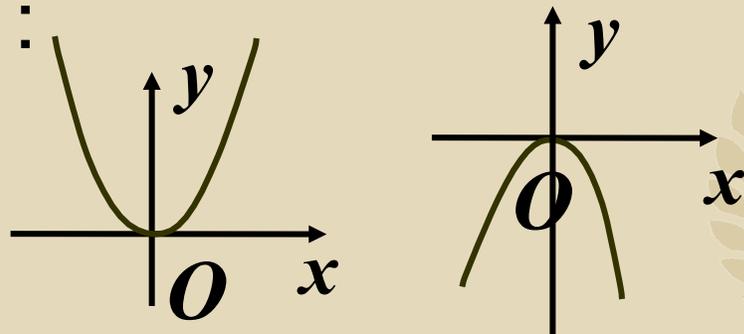
# 学习目标

1. 会用描点法画出  $y=a(x-h)^2+k$  ( $a \neq 0$ ) 的图象.
2. 掌握二次函数  $y=a(x-h)^2+k$  ( $a \neq 0$ ) 的图象的性质并会应用. (重点)
3. 理解二次函数  $y=a(x-h)^2+k$  ( $a \neq 0$ ) 与  $y=ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 之间的联系. (难点)

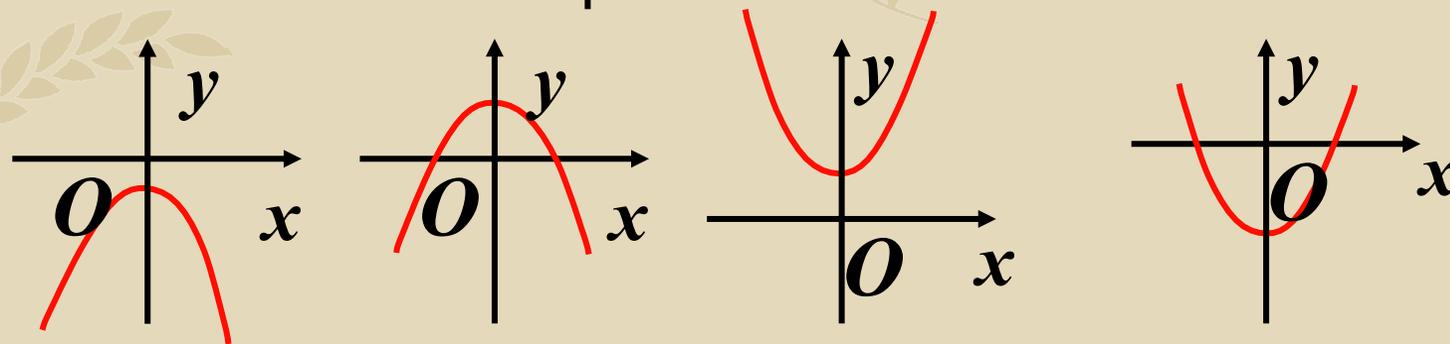
## 复习引入

1. 说出下列函数图象的开口方向, 对称轴, 顶点, 最值和增减变化情况:

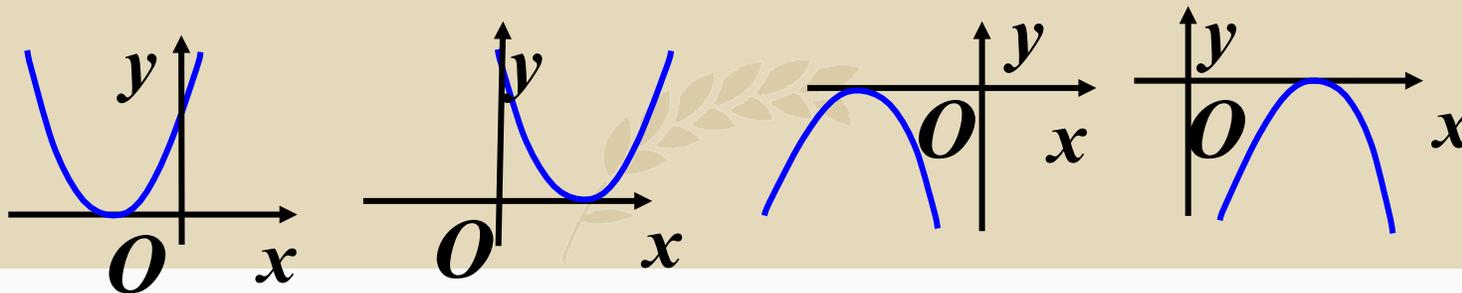
(1)  $y=ax^2$



(2)  $y=ax^2+c$



(3)  $y=a(x-h)^2$



## 导入新课

2. 请说出二次函数  $y=-2x^2$  的开口方向、顶点坐标、对称轴及最值？

3. 把  $y=-2x^2$  的图象

- 向上平移3个单位  $\rightarrow y=-2x^2+3$
- 向左平移2个单位  $\rightarrow y=-2(x+2)^2$

4. 请猜测一下，二次函数  $y=-2(x+2)^2+3$  的图象是否可以由  $y=-2x^2$  平移得到？学完本课时你就会明白。

# 一 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

## 合作探究

1. 画出函数  $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$  的图象. 指出它的开口方向、顶点、对称轴与增减性.

# 讲授新课

## 先列表

$x$	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	...	
$y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$	...	-5.5	-3	-1.5	-1	-1.5	-3	-5.5	...	

再描点、连线

$$y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$$

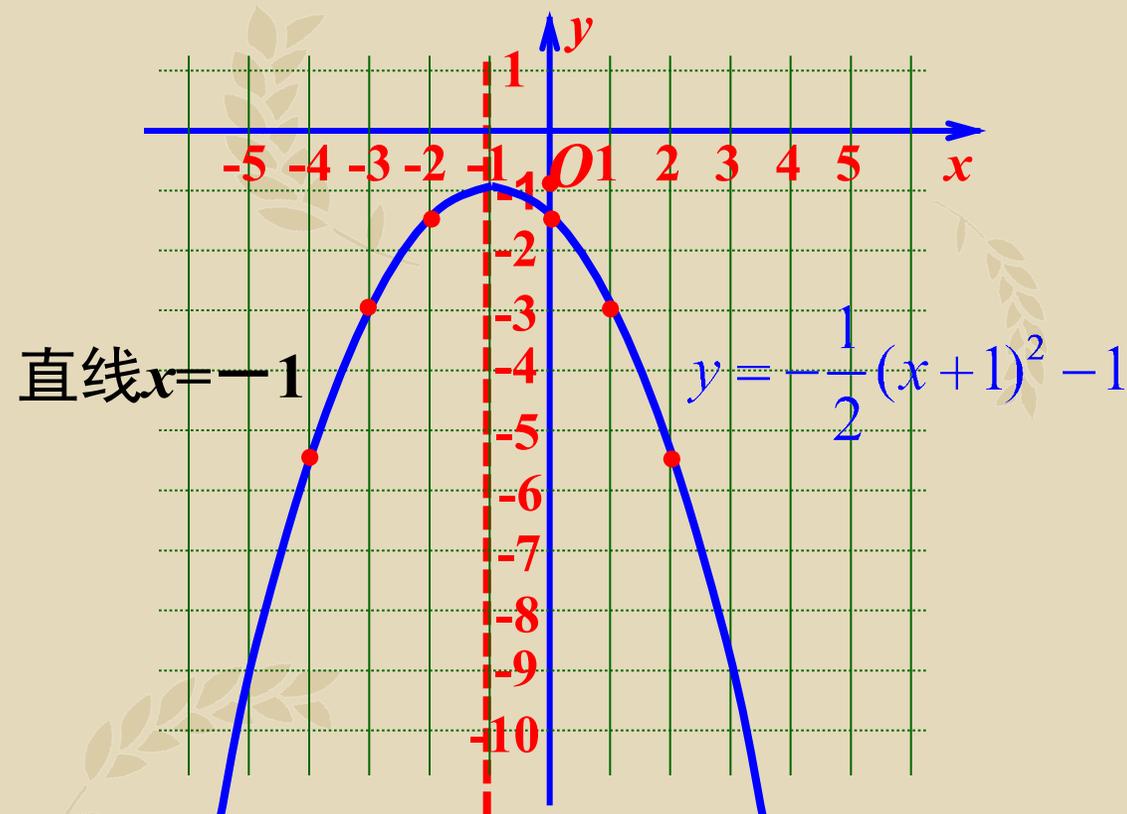
开口方向向下;

对称轴是直线 $x=-1$ ;

顶点坐标是 $(-1,-1)$ ;

$x < -1$ 时,  $y$ 随 $x$ 的增大而增大;

$x > -1$ 时,  $y$ 随 $x$ 的增大而减小.



# 讲授新课

## 试一试

2. 画出函数 $y=2(x+1)^2-2$ 图象，并说出抛物线的开口方向、对称轴、顶点及增减性.

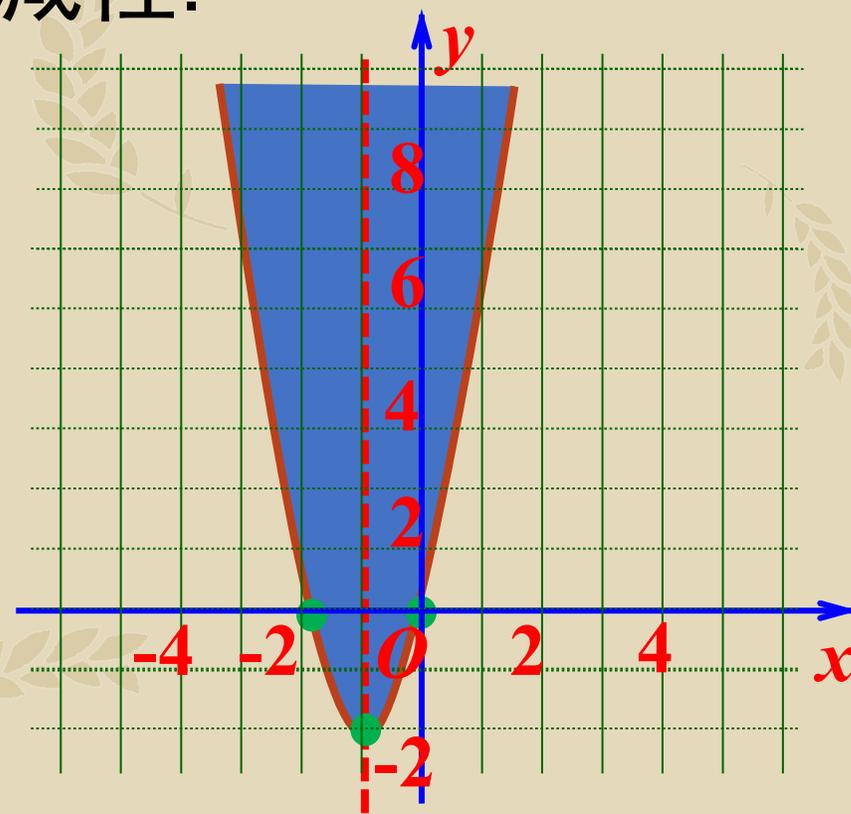
开口方向向上；

对称轴是直线 $x=-1$ ；

顶点坐标是 $(-1,-2)$ ；

$x < -1$ 时， $y$ 随 $x$ 的增大而减小；

$x > -1$ 时， $y$ 随 $x$ 的增大而增大.



## 要点归纳

### 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的性质

$y=a(x-h)^2+k$	$a>0$	$a<0$
开口方向	向上	向下
对称轴	直线 $x=h$	直线 $x=h$
顶点坐标	$(h, k)$	$(h, k)$
最值	当 $x=h$ 时, $y_{\text{最小值}}=k$	当 $x=h$ 时, $y_{\text{最大值}}=k$
增减性	当 $x<h$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而减小; $x>h$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而增大.	当 $x>h$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而减小; $x<h$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而增大.

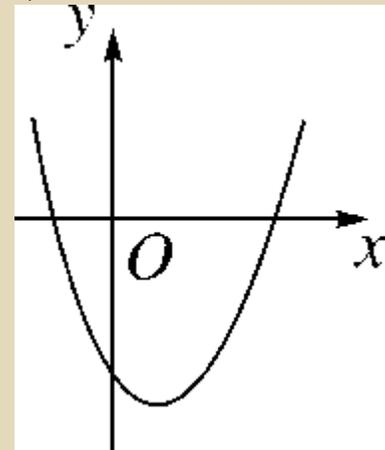
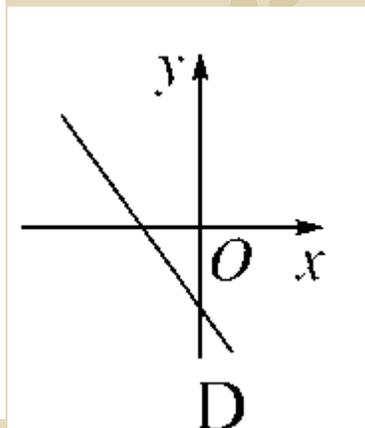
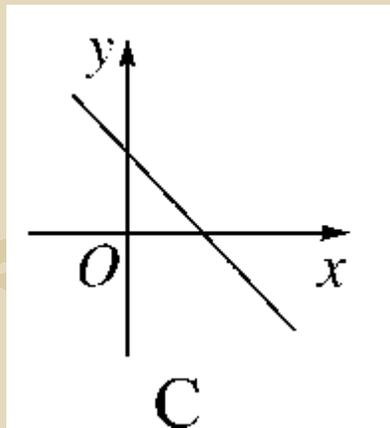
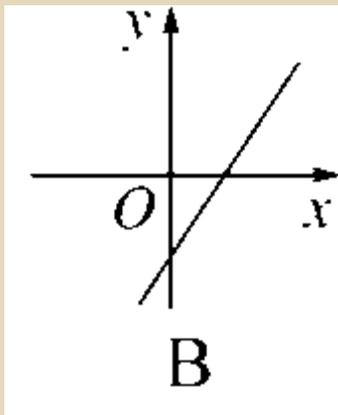
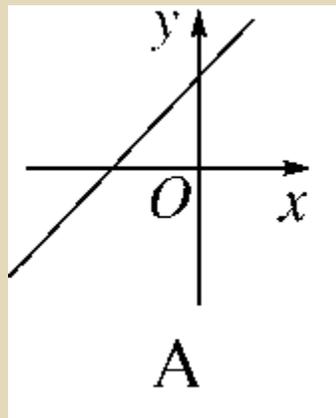
## 顶点式

$$y = a(x - h)^2 + k \quad (a \neq 0)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h = 0, k = 0 \rightarrow y = ax^2 \\ h = 0, k \neq 0 \rightarrow y = ax^2 + k \\ k = 0, h \neq 0 \rightarrow y = a(x - h)^2 \end{array} \right.$$

## 典例精析

例1. 已知二次函数 $y = a(x-1)^2 - c$ 的图象如图所示，  
则一次函数 $y = ax + c$ 的大致图象可能是( A )



解析：根据二次函数开口向上则 $a > 0$ ，根据 $-c$ 是二次函数顶点坐标的纵坐标，得出 $c > 0$ ，故一次函数 $y = ax + c$ 的大致图象经过第一、二、三象限。故选A.

## 讲授新课

例2. 已知二次函数 $y = a(x - 1)^2 - 4$ 的图象经过点 $(3, 0)$ .

(1) 求 $a$ 的值;

(2) 若 $A(m, y_1)$ 、 $B(m + n, y_2)$  ( $n > 0$ ) 是该函数图象上的两点, 当 $y_1 = y_2$ 时, 求 $m$ 、 $n$ 之间的数量关系.

解: (1) 将 $(3, 0)$ 代入 $y = a(x - 1)^2 - 4$ ,

得 $0 = 4a - 4$ , 解得 $a = 1$ ;

## 讲授新课

### (2)方法一:

根据题意, 得 $y_1 = (m-1)^2 - 4$ ,  $y_2 = (m+n-1)^2 - 4$ ,

$$\because y_1 = y_2,$$

$$\therefore (m-1)^2 - 4 = (m+n-1)^2 - 4, \text{ 即 } (m-1)^2 = (m+n-1)^2.$$

$$\because n > 0, \therefore m-1 = -(m+n-1), \text{ 化简, 得 } 2m+n=2;$$

### 方法二:

$\because$  函数 $y = (x-1)^2 - 4$ 的图象的对称轴是经过点 $(1, -4)$ ,  
且平行于 $y$ 轴的直线,

$$\therefore m+n-1 = 1-m, \text{ 化简, 得 } 2m+n=2.$$

# 讲授新课

## 二 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 与 $y=ax^2$ 的关系

### 合作探究

怎样移动抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 就可以得到抛物线 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$  ?

### 平移方法1

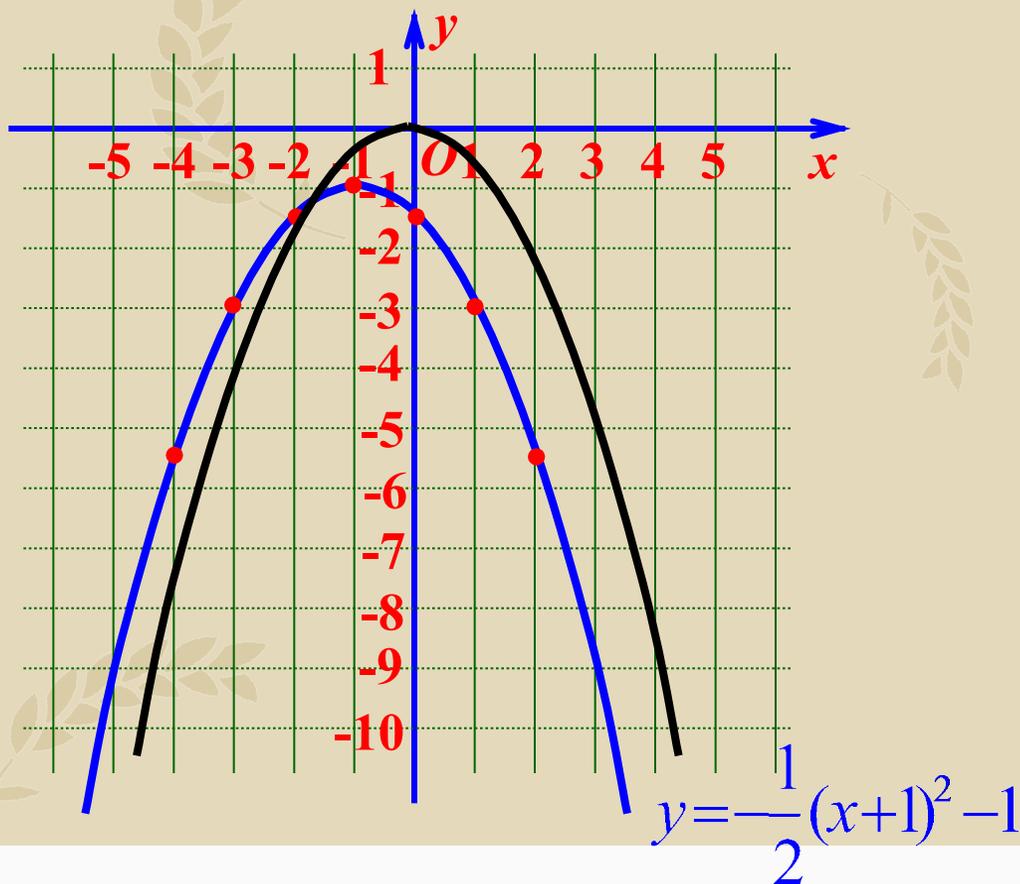
$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

一个单位  
向下平移

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

向左平移  
1个单位

$$y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/377104200103006101>