题型十 阅读理解及定义型问题 （专题训练）

1．（2021·甘肃武威市·中考真题）对于任意的有理数a,b，如果满足$\frac{a}{2}+\frac{b}{3}=\frac{a+b}{2+3}$，那么我们称这一对数$a,b$为“相随数对”，记为$\left(a,b\right)$．若$\left(m,n\right)$是“相随数对”，则$3m+2[3m+\left(2n-1\right)]=$（　　）

A．-2　　B．-1　　C．2　　D．3

【答案】A

【分析】

先根据新定义，可得9m+4n=0，将整式$3m+2[3m+\left(2n-1\right)]$去括号合并同类项化简得$9m+4n-2$，然后整体代入计算即可．

【详解】

解：$\because\left(m,n\right)$是“相随数对”，

$\therefore\frac{m}{2}+\frac{n}{3}=\frac{m+n}{2+3}$，

整理得9m+4n=0，

$3m+2[3m+\left(2n-1\right)]=3m+6m+4n-2=9m+4n-2=-2$．

故选择A．

【点睛】

本题考查新定义相随数对，找出数对之间关系，整式加减计算求值，掌握新定义相随数对，找出数对之间关系，整式加减计算求值是解题关键．

2．（山东省菏泽市2021年中考数学真题）定义：$\left[a,b,c\right]$为二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的特征数，下面给出特征数为$\left[m,1-m,2-m\right]$的二次函数的一些结论：①当$m=1$时，函数图象的对称轴是y轴；②当$m=2$时，函数图象过原点；③当$m>0$时，函数有最小值；④如果$m<0$，当$x>\frac{1}{2}$时，y随x的增大而减小，其中所有正确结论的序号是______．

【答案】①②③．

【分析】

利用二次函数的性质根据特征数$\left[m,1-m,2-m\right]$，以及m

的取值，逐一代入函数关系式，然判断后即可确定正确的答案．

【详解】

解：当$m=1$时，

把$m=1$代入$\left[m,1-m,2-m\right]$，可得特征数为$\left[1,0,1\right]$

∴$a=1$，$b=0$，$c=1$，

∴函数解析式为$y=x^2+1$，函数图象的对称轴是y轴，故①正确；

当$m=2$时，

把$m=2$代入$\left[m,1-m,2-m\right]$，可得特征数为$\left[2,-1,0\right]$

∴$a=2$，$b=-1$，$c=0$，

∴函数解析式为$y=2x^2-x$，

当$x=0$时，$y=0$，函数图象过原点，故②正确；

函数$y=mx^2+\left(1-m\right)x+\left(2-m\right)$

当$m>0$时，函数$y=mx^2+\left(1-m\right)x+\left(2-m\right)$图像开口向上，有最小值，故③正确；

当$m<0$时，函数$y=mx^2+\left(1-m\right)x+\left(2-m\right)$图像开口向下，

对称轴为：$x=-\frac{1-m}{2m}=\frac{m-1}{2m}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2m}>\frac{1}{2}$

∴$x>\frac{1}{2}$时，x可能在函数对称轴的左侧，也可能在对称轴的右侧，故不能判断其增减性，故④错误；

综上所述，正确的是①②③，

故答案是：①②③．

【点睛】

本题考查了二次函数的图像与性质，二次函数的对称轴等知识点，牢记二次函数的基本性质是解题的关键．

3．（四川省雅安市2021年中考数学真题）定义：$\min\left\{a,b\right\}=\begin{cases}a(a\le b)\\b(a>b)\end{cases}$，若函数$y=\min\left(x+1,-x^2+2x+3\right)$，则该函数的最大值为（　　）

A．0　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

【答案】C

【分析】

根据题目中所给的运算法则，分两种情况进行求解即可.

【详解】

令 $y=min\left(a,b\right)$，

当 $x+1\le -x^2+2x+3$ 时，即 $x^2-x-2\le 0$ 时，$y=x+1$，

令 $w=x^2-x-2$ ，则 w 与 x 轴的交点坐标为（2，0），（-1，0），

∴当 $w\le 0$ 时，$-1\le x\le 2$，

∴ $y=x+1$（$-1\le x\le 2$），

∵y 随 x 的增大而增大，

∴当 x=2 时，$y_{最大}=3$；

当 $x+1>-x^2+2x+3$ 时，即 $x^2-x-2>0$ 时，$y=-x^2+2x+3$，

令 $w=x^2-x-2$ ，则 w 与 x 轴的交点坐标为（2，0），（-1，0），

∴当 $w>0$ 时，$x>2$ 或 $x<-1$，

∴ $y=-x^2+2x+3$（$x>2$ 或 $x<-1$），

∵ $y=-x^2+2x+3$ 的对称轴为 x=1，

∴当 $x>2$ 时，y 随 x 的增大而减小，

∵当 x=2 时，$y=-x^2+2x+3$=3，

∴当 $x>2$ 时，y<3；

当 $x<-1$，y 随 x 的增大而增大，

∴当 x=-1 时，$y=-x^2+2x+3$=0；

∴当 $x<-1$ 时，y<0；

综上，$y=\min\left(x+1,-x^2+2x+3\right)$ 的最大值为 3.

故选 C.

【点睛】

本题是新定义运算与二次函数相结合的题目，解题时要注意分情况讨论，不要漏解.

4．（内蒙古通辽市2021年中考数学真题）定义：一次函数 $y=ax+b$ 的特征数为 $[a,b]$，若一次函数 $y=-2x+m$ 的图象向上平移3个单位长度后与反比例函数 $y=-\dfrac{3}{x}$ 的图象交于A，B两点，且点A，B关于原点对称，则一次函数 $y=-2x+m$ 的特征数是（　　）

A．$[2,3]$　　　B．$[2,-3]$　　　C．$[-2,3]$　　　D．$[-2,-3]$

【答案】D

【分析】

先求出平移后的直线解析式为 $y=-2x+m+3$，根据与反比例函数 $y=-\dfrac{3}{x}$ 的图象交于A，B两点，且点A，B关于原点对称，得到直线 $y=-2x+m+3$ 经过原点，从而求出m，根据特征数的定义即可求解.

【详解】

解：由题意得一次函数 $y=-2x+m$ 的图象向上平移3个单位长度后解析式为

$y=-2x+m+3$，

∵直线 $y=-2x+m+3$ 与反比例函数 $y=-\dfrac{3}{x}$ 的图象交于A，B两点，且点A，B关于原点对称，

∴点A，B，O在同一直线上，

∴直线 $y=-2x+m+3$ 经过原点，

∴m+3=0，

∴m=-3，

∴一次函数 $y=-2x+m$ 的解析式为 $y=-2x-3$，

∴一次函数 $y=-2x+m$ 的特征数是 $[-2,-3]$.

故选：D

【点睛】

本题考查了新定义，直线的平移，一次函数与反比例函数交点，中心对称等知识，综合性较强，根据点A，B关于原点对称得到平移后直线经过原点是解题关键.

5．（2021·广西来宾市·中考真题）定义一种运算：$a*b=\begin{cases}a, a\ge b\\ b, a<b\end{cases}$，则不等式

$(2x+1)*(2-x)>3$的解集是（　　）

A．$x>1$或$x<\frac{1}{3}$　　B．$-1<x<\frac{1}{3}$　　C．$x>1$或$x<-1$　　D．$x>\frac{1}{3}$或$x<-1$

【答案】C

【分析】

根据新定义运算规则，分别从$2x+1\geq 2-x$和$2x+1<2-x$两种情况列出关于x的不等式，求解后即可得出结论．

【详解】

解：由题意得，当$2x+1\geq 2-x$时，

即$x\geq\frac{1}{3}$时，$(2x+1)*(2-x)=2x+1$，

则$2x+1>3$，

解得$x>1$，

∴此时原不等式的解集为$x>1$；

当$2x+1<2-x$时，

即$x<\frac{1}{3}$时，$(2x+1)*(2-x)=2-x$，

则$2-x>3$，

解得$x<-1$，

∴此时原不等式的解集为$x<-1$；

综上所述，不等式$(2x+1)*(2-x)>3$的解集是$x>1$或$x<-1$．

故选：C．

【点睛】

本题主要考查解一元一次不等式，解题的关键是根据新定义运算规则列出关于x的不等式．

6．（2021·湖北中考真题）定义新运算“※”：对于实数m，n，p，q，有$[m,p]※[q,n]=mn+pq$，其中等式右边是通常的加法和乘法运算，如：$[2,3]※[4,5]=2\times5+3\times4=22$．若关于$x$的方程$\left[x^2+1,x\right]※[5-2k,k]=0$有两个实数根，则$k$的取值范围是（　　）

A．$k<\frac{5}{4}$且$k\neq0$　　B．$k\leq\frac{5}{4}$　　C．$k\leq\frac{5}{4}$且$k\neq0$　　D．$k\geq\frac{5}{4}$

【答案】C

【分析】

按新定义规定的运算法则，将其化为关于 x 的一元二次方程，从二次项系数和判别式两个方面入手，即可解决.

【详解】

解：∵[x^2+1，x]※[5−2k，k]=0，

$\therefore k\left(x^2+1\right)+\left(5-2k\right)x=0$.

整理得，$kx^2+\left(5-2k\right)x+k=0$.

∵方程有两个实数根，

∴判别式$\Delta \geq 0$且$k \neq 0$.

由$\Delta \geq 0$得，$\left(5-2k\right)^2-4k^2 \geq 0$，

解得，$k \leq \dfrac{5}{4}$.

∴k 的取值范围是$k \leq \dfrac{5}{4}$且$k \neq 0$.

故选：C

【点睛】

本题考查了新定义运算、一元二次方程的根的判别等知识点，正确理解新定义的运算法则是解题的基础，熟知一元二次方程的条件、根的不同情况与判别式符号之间的对应关系是解题的关键．此类题目容易忽略之处在于二次项系数不能为零的条件限制，要引起高度重视.

7．（广西贵港市 2021 年中考数学真题）我们规定：若$\vec{a}=\left(x_1,y_1\right),\vec{b}=\left(x_2,y_2\right)$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2$．例如$\vec{a}=(1,3),\vec{b}=(2,4)$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times2+3\times4=2+12=14$．已知$\vec{a}=(x+1,x-1),\vec{b}=(x-3,4)$，且$-2 \leq x \leq 3$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}$的最大值是________.

【答案】8

【分析】

根据平面向量的新定义运算法则，列出关于x的二次函数，根据二次函数最值的求法解答即可.

【详解】

解：根据题意知：$\vec{a}\cdot\vec{b}=(x+1)(x-3)+4(x-1)=(x+1)^2-8$.

因为$-2 \le x \le 3$，

所以当$x=3$时，$\vec{a}\cdot\vec{b}=(3+1)^2-8=8$.

即$\vec{a}\cdot\vec{b}$的最大值是8.

故答案是：8.

【点睛】

本题主要考查了平面向量，解题时，利用了配方法求得二次函数的最值.

8．（2021·湖北中考真题）对于任意实数a、b，定义一种运算：$a\otimes b=a^2+b^2-ab$，若$x\otimes(x-1)=3$，则x的值为________.

【答案】-1或2

【分析】

根据新定义的运算得到$x\otimes(x-1)=x^2+(x-1)^2-x(x-1)=3$，整理并求解一元二次方程即可.

【详解】

解：根据新定义内容可得：$x\otimes(x-1)=x^2+(x-1)^2-x(x-1)=3$，

整理可得$x^2-x-2=0$，

解得$x_1=-1$，$x_2=2$,

故答案为：-1或2.

【点睛】

本题考查新定义运算、解一元二次方程，根据题意理解新定义运算是解题的关键.

9.（2019·常德）规定：如果一个四边形有一组对边平行，一组邻边相等，那么四边形为广义菱形.根据规定判断下面四个结论：①正方形和菱形都是广义菱形；②平行四边形是广义菱形；③对角线互相垂直，且两组邻边分别相等的四边形是广义菱形；④若M、N的坐标分别为(0，1)，(0，－1)，P是二次函数$y=\frac{1}{4}x^2$的图象上在第一象限内的任意一点，PQ垂直直线y＝－1于点Q，则四边形PMNQ是广义菱形．其中正确的是__________.（填序号）

【答案】①④

【解析】正方形和菱形满足一组对边平行，一组邻边相等，故都是广义菱形，故①正确；平行四边形虽然满足一组对边平行，但是邻边不一定相等，因此不是广义菱形，故②错误；对角线互相垂直，且两组邻边分别相等的四边形的对边不一定平行，邻边也不一定相等，因此不是广义菱形，故③错误；④中的四边形 PMNQ 满足 MN∥PQ，设 P(m，0)（m＞0），∵PM＝$\sqrt{m^2+(\frac{1}{4}m^2-1)^2}$＝$\frac{1}{4}m^2$＋1，PQ＝$\frac{1}{4}m^2$－(－1)＝$\frac{1}{4}m^2$＋1，∴PM＝PQ，故四边形 PMNQ 是广义菱形．综上所述正确的是①④．

10．（2019·陇南）定义：等腰三角形的顶角与其一个底角的度数的比值 k 称为这个等腰三角形的“特征值”．若等腰△ABC 中，∠A＝80°，则它的特征值 k＝_______．

【答案】$\frac{8}{5}$或$\frac{1}{4}$．

【解析】当∠A 是顶角时，底角是 50°，则 k=$\frac{80^\circ}{50^\circ}=\frac{8}{5}$；当∠A 是底角时，则底角是 20°，k=$\frac{20^\circ}{80^\circ}=\frac{1}{4}$，故答案为：$\frac{8}{5}$或$\frac{1}{4}$．

11．（2019•济宁）阅读下面的材料：

如果函数 y=f（x）满足：对于自变量 x 的取值范围内的任意 x_1，x_2，

（1）若 $x_1<x_2$，都有 f（x_1）<f（x_2），则称 f（x）是增函数；

（2）若 $x_1<x_2$，都有 f（x_1）＞f（x_2），则称 f（x）是减函数.

例题：证明函数 f（x）=$\frac{6}{x}$（x＞0）是减函数.

证明：设 $0<x_1<x_2$，

f（x_1）－f（x_2）=$\frac{6}{x_1}-\frac{6}{x_2}=\frac{6x_2-6x_1}{x_1x_2}=\frac{6\left(x_2-x_1\right)}{x_1x_2}$.

∵$0<x_1<x_2$，∴x_2-x_1＞0，x_1x_2＞0.

∴$\frac{6\left(x_2-x_1\right)}{x_1x_2}$＞0. 即 f（$x_1$）－f（$x_2$）＞0.

∴f（x_1）＞f（x_2），∴函数 f（x）＝$\frac{6}{x}$（x＞0）是减函数.

根据以上材料，解答下面的问题：

已知函数 f（x）=$\frac{1}{x^2}$+x（x<0），

f（－1）$=\frac{1}{(-1)^2}$+（－1）=0，f（－2）$=\frac{1}{(-2)^2}$+（－2）=－$\frac{7}{4}$．

（1）计算：f（﹣3）=__________，f（﹣4）=__________；

（2）猜想：函数 f（x）$=\frac{1}{x^2}$+x（x<0）是__________函数（填“增”或“减”）；

（3）请仿照例题证明你的猜想．

【答案】（1）﹣$\frac{26}{9}$，﹣$\frac{63}{16}$；（2）增；（3）见解析．

【解析】（1）∵f（x）$=\frac{1}{x^2}$+x（x<0），

∴f（﹣3）$=\frac{1}{(-3)^2}-3=-\frac{26}{9}$，f（﹣4）$=\frac{1}{(-4)^2}-4=-\frac{63}{16}$，

故答案为：﹣$\frac{26}{9}$，﹣$\frac{63}{16}$；

（2）∵﹣4<﹣3，f（﹣4）>f（﹣3），

∴函数 f（x）$=\frac{1}{x^2}$+x（x<0）是增函数，

故答案为：增；

（3）设 $x_1<x_2<0$，

∵f（x_1）﹣f（x_2）$=\frac{1}{x_1^2}+x_1-\frac{1}{x_2^2}-x_2=(x_1-x_2)\left(1-\frac{x_1+x_2}{x_1^2x_2^2}\right)$

∵$x_1<x_2<0$，∴$x_1-x_2<0$，$x_1+x_2<0$，

∴f（x_1）﹣f（x_2）<0，∴f（x_1）<f（x_2），

∴函数 f（x）$=\frac{1}{x^2}$+x（x<0）是增函数．

【名师点睛】本题考查反比例函数图象上的坐标特征、反比例函数的性质，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用反比例函数的性质解答．

12．（2022·四川凉山）阅读材料：

材料 1：若关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的两个根为 x_1，x_2，则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$

材料 2：已知一元二次方程 $x^2-x-1=0$ 的两个实数根分别为 m，n，求 m^2n+mn^2 的值．

解：∵一元二次方程 $x^2-x-1=0$ 的两个实数根分别为 m，n，

∴m＋n＝1，mn＝－1，

则 $m^2n+mn^2=mn(m+n)=-1\times1=-1$

根据上述材料，结合你所学的知识，完成下列问题：

(1)材料理解：一元二次方程 $2x^2-3x-1=0$ 的两个根为 x_1，x_2，则 $x_1+x_2=$________；x_1x_2 =________.

(2)类比应用：已知一元二次方程 $2x^2-3x-1=0$ 的两根分别为 m、n，求 $\frac{n}{m}+\frac{m}{n}$ 的值.

(3)思维拓展：已知实数 s、t 满足 $2s^2-3s-1=0$，$2t^2-3t-1=0$，且 $s\neq t$，求 $\frac{1}{s}-\frac{1}{t}$ 的值.

【答案】(1) $\frac{3}{2}$；$-\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{13}{2}$ (3) $\sqrt{17}$ 或 $-\sqrt{17}$

【分析】(1）根据一元二次方程根与系数的关系直接进行计算即可;（2）根据根与系数的关系先求出 $m+n=\frac{3}{2}$，$mn=-\frac{1}{2}$，然后将 $\frac{n}{m}+\frac{m}{n}$ 进行变形求解即可;（3）根据根与系数的关系先求出 $s+t=\frac{3}{2}$，$st=-\frac{1}{2}$，然后求出 s-t 的值，然后将 $\frac{1}{s}-\frac{1}{t}$ 进行变形求解即可.

【解析】 (1)解：∵一元二次方程 $2x^2-3x-1=0$ 的两个根为 x_1，x_2，

∴ $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}=-\frac{1}{2}$. 故答案为：$\frac{3}{2}$；$-\frac{1}{2}$.

(2)∵一元二次方程 $2x^2-3x-1=0$ 的两根分别为 m、n，

∴ $m+n=-\frac{b}{a}=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2}$，$mn=\frac{c}{a}=-\frac{1}{2}$，

$$\therefore \frac{n}{m}+\frac{m}{n}=\frac{m^2+n^2}{mn}=\frac{(m+n)^2-2mn}{mn}=\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{2}}=-\frac{13}{2}$$

(3)∵实数 s、t 满足 $2s^2-3s-1=0$，$2t^2-3t-1=0$，

∴s、t 可以看作方程 $2x^2-3x-1=0$ 的两个根，

∴ $s+t=-\frac{b}{a}=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2}$，$st=\frac{c}{a}=-\frac{1}{2}$，

$$\because (t-s)^2=(t+s)^2-4st=\left(\frac{3}{2}\right)^2-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{9}{4}+2=\frac{17}{4}$$

∴ $t-s=\frac{\sqrt{17}}{2}$ 或 $t-s=-\frac{\sqrt{17}}{2}$，当 $t-s=\frac{\sqrt{17}}{2}$ 时，$\frac{1}{s}-\frac{1}{t}=\frac{t-s}{st}=\frac{\frac{\sqrt{17}}{2}}{-\frac{1}{2}}=-\sqrt{17}$，

当 $t-s=-\frac{\sqrt{17}}{2}$ 时，$\frac{1}{s}-\frac{1}{t}=\frac{t-s}{st}=\frac{-\frac{\sqrt{17}}{2}}{-\frac{1}{2}}=\sqrt{17}$，综上分析可知，$\frac{1}{s}-\frac{1}{t}$ 的值为 $\sqrt{17}$ 或 $-\sqrt{17}$.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程根与系数的关系，完全平方公式的变形计算，根据根与系数的关系求出$t-s=\frac{\sqrt{17}}{2}$或$t-s=-\frac{\sqrt{17}}{2}$，是解答本题的关键．

13．（2019•随州）若一个两位数十位、个位上的数字分别为m，n，我们可将这个两位数记为$\overline{mn}$，易知$\overline{mn}$=10m+n；同理，一个三位数、四位数等均可以用此记法，如$\overline{abc}$=100a+10b+c．

【基础训练】

（1）解方程填空：

①若$\overline{2x}+\overline{x3}$=45，则 x=__________；

②若$\overline{7y}-\overline{y8}$=26，则 y=__________；

③若$\overline{t93}+\overline{5t8}=\overline{13t1}$，则 t=__________；

【能力提升】

（2）交换任意一个两位数$\overline{mn}$的个位数字与十位数字，可得到一个新数$\overline{nm}$，则$\overline{mn}+\overline{nm}$一定能被__________整除，$\overline{mn}-\overline{nm}$一定能被__________整除，$\overline{mn}\cdot\overline{nm}$－mn 一定能被__________整除；（请从大于 5 的整数中选择合适的数填空）

【探索发现】

（3）北京时间 2019 年 4 月 10 日 21 时，人类拍摄的首张黑洞照片问世，黑洞是一种引力极大的天体，连光都逃脱不了它的束缚．数学中也存在有趣的黑洞现象：任选一个三位数，要求个、十、百位的数字各不相同，把这个三位数的三个数字按大小重新排列，得出一个最大的数和一个最小的数，用得出的最大的数减去最小的数得到一个新数（例如若选的数为 325，则用 532－235=297），再将这个新数按上述方式重新排列，再相减，像这样运算若干次后一定会得到同一个重复出现的数，这个数称为“卡普雷卡尔黑洞数”．

①该“卡普雷卡尔黑洞数”为__________；

②设任选的三位数为$\overline{abc}$（不妨设 a＞b＞c），试说明其均可产生该黑洞数．

【答案】（1）①2．②4．③7．（2）11；9；10．

【解析】（1）①∵$\overline{mn}$=10m+n，

∴若$\overline{2x}+\overline{x3}$=45，则 10×2+x+10x+3=45，

∴x=2，

故答案为：2．

②若$\overline{7y}-\overline{y8}$=26，则 10×7+y－（10y+8）=26，

解得 y=4，

故答案为：4．

③由$\overline{abc}$=100a+10b+c，及四位数的类似公式得

若$\overline{t93}+\overline{5t8}=\overline{13t1}$，则 100t+10×9+3+100×5+10t+8=1000×1+100×3+10t+1，

∴100t=700，

∴t=7，

故答案为：7．

（2）∵$\overline{mn}+\overline{nm}$=10m+n+10n+m=11m+11n=11（m+n），

∴则$\overline{mn}+\overline{nm}$一定能被 11 整除，

∵$\overline{mn}-\overline{nm}$=10m+n－（10n+m）=9m－9n=9（m－n），

∴$\overline{mn}-\overline{nm}$一定能被 9 整除．

∵$\overline{mn}\cdot\overline{nm}$－mn=（10m+n）（10n+m）－mn=100mn+10m^2+10n^2+mn－mn=10（10mn+m^2+n^2）

∴$\overline{mn}\cdot\overline{nm}$－mn 一定能被 10 整除．

故答案为：11；9；10．

（3）①若选的数为 325，则用 532－235=297，以下按照上述规则继续计算，

972－279=693，

963－369=594，

954－459=495，

954－459=495，…

故答案为：495．

②当任选的三位数为$\overline{abc}$时，第一次运算后得：100a+10b+c－（100c+10b+a）=99（a－c），

结果为 99 的倍数，由于 a＞b＞c，故 a≥b+1≥c+2，

∴a－c≥2，又 9≥a＞c≥0，

∴a－c≤9，

∴a－c=2，3，4，5，6，7，8，9，

∴第一次运算后可能得到：198，297，396，495，594，693，792，891，

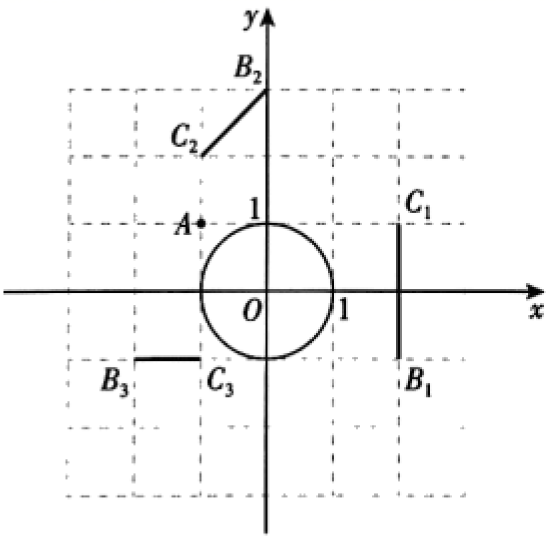
再让这些数字经过运算，分别可以得到：

981－189=792，972－279=693，963－369=594，954－459－495，954－459=495…，

故都可以得到该黑洞数 495．

【名师点睛】本题是较为复杂的新定义试题，题目设置的问题较多，但解答方法大同小异，总体中等难度略大．

14．（2021·北京中考真题）在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 1，对于点 A 和线段 BC，给出如下定义：若将线段 BC 绕点 A 旋转可以得到 $\odot O$ 的弦 $B'C'$（B',C' 分别是 B,C 的对应点），则称线段 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”．



（1）如图，点 $A,B_1,C_1,B_2,C_2,B_3,C_3$ 的横、纵坐标都是整数．在线段 B_1C_1,B_2C_2,B_3C_3 中，$\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”是______________；

（2）$\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形，点 $A\left(0,t\right)$，其中 $t\neq 0$．若 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”，求 t 的值；

（3）在 $\triangle ABC$ 中，$AB=1,AC=2$．若 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”，直接写出 OA 的最小值和最大值，以及相应的 BC 长．

【答案】（1）B_2C_2；（2）$t=\pm\sqrt{3}$；（3）当 $OA_{\min}=1$ 时，此时 $BC=\sqrt{3}$；当 $OA_{\max}=2$

时，此时 $BC=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

【分析】

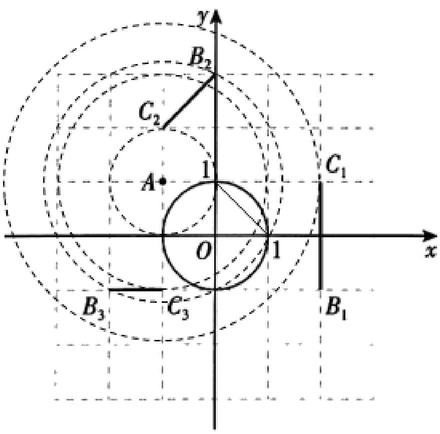
（1)以点A为圆心，分别以 $AB_1, AC_1, AB_2, AC_2, AB_3, AC_3$ 为半径画圆，进而观察是否与 $\odot O$ 有交点即可；

（2）由旋转的性质可得 $\triangle AB'C'$ 是等边三角形，且 $B'C'$ 是 $\odot O$ 的弦，进而画出图象，则根据等边三角形的性质可进行求解；

（3）由 BC 是 $\odot O$ 的以点A为中心的“关联线段”，则可知 B', C' 都在 $\odot O$ 上，且 $AB'=AB=1, AC'=AC=2$，然后由题意可根据图象来进行求解即可.

【详解】

解：（1）由题意得：



通过观察图象可得：线段 B_2C_2 能绕点A旋转90° 得到 $\odot O$ 的“关联线段”， B_1C_1, B_3C_3 都不能绕点A进行旋转得到；

故答案为 B_2C_2；

（2）由题意可得：当 BC 是 $\odot O$ 的以点A为中心的“关联线段”时，则有 $\triangle AB'C'$ 是等边三角形，且边长也为1，当点A在y轴的正半轴上时，如图所示：