2023-2024 学年广东省茂名市高考数学押题模拟试题（二模）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 若集合 $P\ \ \{x\ \ N|\ \ 3\ \ x\ \ 2\}$，$Q\ \ \ x\ \ Z|\,x^2\ \ 9$，则 $P\ \ Q$ （　　）

A. $3,0,1,2$　　B. $\{x\,|\,0\ \ x\ \ 2\}$　　C. $0,1,2$　　D. $\{x\,|\ \ 1\ \ x\ \ 2\}$

【正确答案】C

【分析】先化简集合 P 与集合 Q，再根据交集的定义即可求解．

【详解】因为 $P\ \ \{x\ \ N|\ \ 3\ \ x\ \ 2\}\ \ \ 0,1,2$，$Q\ \ \ x\ \ Z|\,x^2\ \ 9\ \ \ \ x\ \ Z|-3\ \ x\ \ 3$，

所以 $P\ \ Q\ \ \ 0,1,2$．

故选：C

2. 已知 $\frac{3\ \ i}{z}\ \ 1\ \ 2i$，则复数 z 在复平面内对应的点位于（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【正确答案】A

【分析】根据复数四则运算化简复数 z，然后由复数的几何意义可得．

【详解】因为 $z\ \ \frac{3\ \ i}{1\ \ 2i}\ \ \frac{3\ \ i\ \ 1\ \ 2i}{1\ \ 2i\ \ 1\ \ 2i}\ \ 1\ \ i$，所以复数 z 在复平面内对应的点为 $1,1$，位于第一象限．

故选：A

3. 某班在体育课上组织趣味游戏，统计了第一组 14 名学生的最终 13，10，12，17，9，12，8，9，11，14，15，12，10，12．这组数据的第 80 百分位数是（　　）

A. 12　　B. 13　　C. 13.5　　D. 14

【正确答案】D

【分析】先将数据从小到大排序，在根据百分位数的计算方法，即可求解．

【详解】由题意，将 14 名学生的最终得分，从小到大排序：8，9，9，10，10，11，12，12，12，12，13，14，15，17，

又由 $14\ \ 80\%\ \ \ 11.2$，所以这组数据的第 80 百分位数为第 12 个数，即为 14．

故选：D．

4. 在 ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，若 $a^2\ \ b^2\ \ 3\sqrt{2}bc$，$\sin C\ \ 2\sqrt{2}\sin B$，则 A＝（　　）

A. $\frac{5\pi}{6}$　　B. $\frac{3\pi}{4}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{7\pi}{12}$

【正确答案】B

【分析】由正弦定理得到 $c=2\sqrt{2}b$，利用余弦定理得到 $\cos A=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，求出答案.

【详解】$\sin C=2\sqrt{2}\sin B$，由正弦定理得 $c=2\sqrt{2}b$，

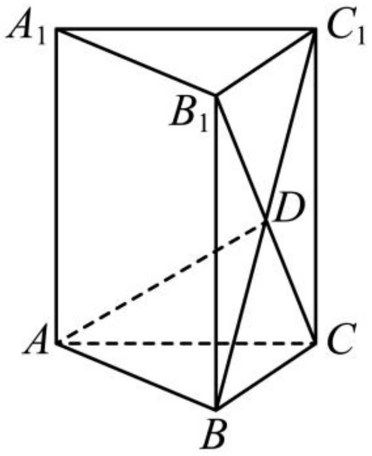
因为 $a^2-b^2=3\sqrt{2}bc$，所以由余弦定理得

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{c^2-3\sqrt{2}bc}{2bc}=\frac{c}{2b}-\frac{3\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{3\pi}{4}$.

故选：B

5. 如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面边长为 6，侧棱长为 8，D 是侧面 BB_1C_1C 的两条对角线的交点，则直线 AD 与底面 ABC 所成角的正切值为（　　）

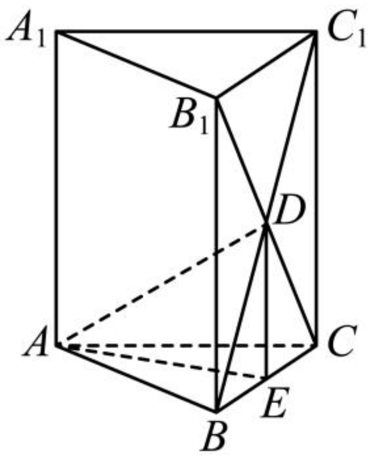


A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

【正确答案】D

【分析】取 BC 中点 E，连接 DE，AE，易得 $\angle DAE$ 为直线 AD 与底面 ABC 所成角，解三角形即可.

【详解】



取 BC 中点 E，连接 DE，AE，

由正三棱柱知 $DE\perp$ 平面 ABC，且 $DE=4$，

因为 AE 是斜线 AD 在底面上的射影，

所以 $\angle DAE$ 为直线 AD 与底面 ABC 所成角，

在正三角形中 $AE \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 6 \quad 3\sqrt{3}$，

直线 AD 与底面 ABC 所成角的正切值为 $\frac{DE}{AE} \quad \frac{4}{3\sqrt{3}} \quad \frac{4\sqrt{3}}{9}$.

故选：D

6. 已知 e_1, e_2 是互相垂直的单位向量，若 $e_1 \quad \sqrt{3}e_2$ 与 $e_1 \quad \sqrt{3}e_2$ 的夹角为 120°，则 （ ）

A. $\sqrt{3}$　　　　B. 1　　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　D. 1

【正确答案】D

【分析】利用两单位向量互相垂直可得 $\left|e_1\right| \quad \left|e_2\right| \quad 1$，$e_1 \quad e_2 \quad 0$；再代入向量数量积公式可得

$\frac{3}{2\sqrt{\quad ^2 \quad 3}} \quad \frac{1}{2}$，解出　1.

【详解】根据题意可知 $\left|e_1\right| \quad \left|e_2\right| \quad 1$，且 $e_1 \quad e_2 \quad 0$，

可得 $\left|e_1 \quad \sqrt{3}e_2\right| \quad \sqrt{\left|e_1\right|^2 \quad \left|\sqrt{3}e_2\right|^2 \quad \sqrt{3}e_2 \quad e_1} \quad 2$，

$\left| \quad e_1 \quad \sqrt{3}e_2\right| \quad \sqrt{\quad ^2\left|e_1\right|^2 \quad \left|\sqrt{3}e_2\right|^2 \quad \sqrt{3} \quad e_2 \quad e_1} \quad \sqrt{\quad ^2 \quad 3}$，

又 $e_1 \quad \sqrt{3}e_2$ 与 $e_1 \quad \sqrt{3}e_2$ 的夹角为 120°，

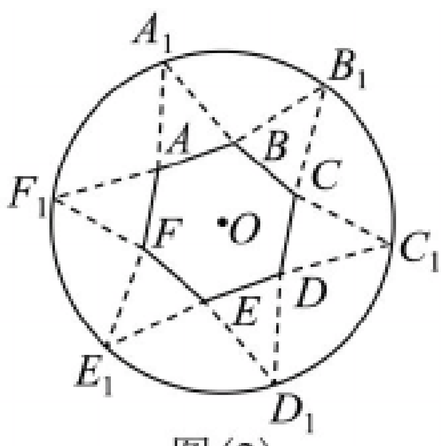
所以 $\cos\left\langle \vec{e}_1 \quad \sqrt{3}\vec{e}_2, \quad \vec{e}_1 \quad \sqrt{3}\vec{e}_2 \right\rangle \quad \frac{\vec{e}_1 \quad \sqrt{3}\vec{e}_2 \quad \vec{e}_1 \quad \sqrt{3}\vec{e}_2}{\left|\vec{e}_1 \quad \sqrt{3}\vec{e}_2\right|\left| \quad \vec{e}_1 \quad \sqrt{3}\vec{e}_2\right|} \quad \frac{3}{2\sqrt{\quad ^2 \quad 3}} \quad \frac{1}{2}$，

解得　1.

故选：D

7.2022 年 12 月 3 日，南昌市出土了东汉六棱锥体水晶珠灵摆吊坠，如图（1）所示．现在我们通过 DIY 手工制作一个六棱锥吊坠模型．准备一张圆形纸片，已知圆心为 O，半径为 $6\sqrt{3}cm$，该纸片上的正六边形 ABCDEF 的中心为 O，A_1，B_1，C_1，D_1，E_1，F_1 为圆 O 上的点，如图（2）所示．$\triangle A_1AB$，B_1BC，C_1CD，$\triangle D_1DE$，$\triangle E_1EF$，$\triangle F_1FA$ 分别是以 AB，BC，CD，DE，EF，FA 为底边的等腰三角形．沿虚线剪开后，分别以 AB，BC，CD，DE，EF，FA 为折痕折起 $\triangle A_1AB$，B_1BC，C_1CD，$\triangle D_1DE$，$\triangle E_1EF$，$\triangle F_1FA$，使 A_1，B_1，C_1，D_1，E_1，F_1 重合，得到六棱锥，则六棱锥的体积最大时，正六边形 ABCDEF 的边长为（　　）

图(1)



图(2)

A. $\frac{12}{5}$cm　　B. $\frac{25}{4}$cm　　C. $\frac{24}{5}$cm　　D. 5cm

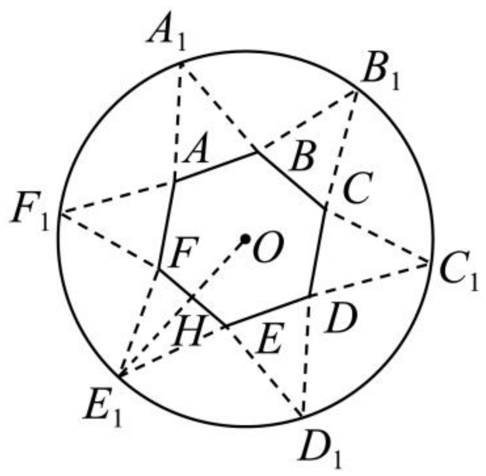
【正确答案】C

【分析】连接OE_1，交 EF 于点 H，则$OE_1 \quad EF$. 设$EF \quad 2x\text{cm}$，从而求得六棱锥的高$h \quad 6\sqrt{3 \quad x}\text{cm}$，正六边形 ABCDEF 的面积$S \quad 6\sqrt{3}x^2\text{cm}^2$，进而求得体积$V \quad \frac{1}{3}Sh \quad \frac{1}{3} \quad 6\sqrt{3}x^2 \quad 6\sqrt{3 \quad x} \quad 12\sqrt{3} \quad \sqrt{3x^4 \quad x^5}\text{cm}^3$，令$f \quad x \quad 3x^4 \quad x^5, x \quad 0,3$，利用导数判断单调性，从而可求得最小值时$x$的值，进而可求解.

【详解】连接OE_1，交 EF 于点 H，则$OE_1 \quad EF$. 设$EF \quad 2x\text{cm}$，则$OH \quad \sqrt{3}x\text{cm}$，

$E_1H \quad 6\sqrt{3} \quad \sqrt{3}x \text{ cm}$. 因为 $\begin{matrix} 0 \quad 2x \\ 6\sqrt{3} \quad \sqrt{3}x \quad \sqrt{3}x \end{matrix}$，所以$x \quad 0,3$

六棱锥的高$h \quad \sqrt{E_1H^2 \quad OH^2} \quad \sqrt{6\sqrt{3} \quad \sqrt{3}x^2 \quad \sqrt{3}x^2} \quad 6\sqrt{3 \quad x}\text{cm}$.



正六边形 ABCDEF 的面积$S \quad 6 \quad \frac{\sqrt{3}}{4} \quad 2x^2 \quad 6\sqrt{3}x^2\text{cm}^2$,

则六棱锥的体积$V \quad \frac{1}{3}Sh \quad \frac{1}{3} \quad 6\sqrt{3}x^2 \quad 6\sqrt{3 \quad x} \quad 12\sqrt{3} \quad \sqrt{3x^4 \quad x^5}\text{cm}^3$

令函数$f \quad x \quad 3x^4 \quad x^5, x \quad 0,3$，则$f \quad x \quad 12x^3 \quad 5x^4 \quad x^3 \; 12 \quad 5x$,

当$x \quad 0,\frac{12}{5}$时，$f \quad x \quad 0$，当$x \quad \frac{12}{5},3$时，$f \quad x \quad 0$,

所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{12}{5}\right)$ 上单调递增，$\left(\frac{12}{5},3\right)$ 上单调递减，

所以当 $x=\frac{12}{5}$ 时，正六棱锥的体积最大，此时正六边形 ABCDEF 的底面边长为 $2x=\frac{24}{5}cm$.

故选：C

8. 已知 $f(x)$ 是定义域为 R 的单调递增的函数，$\forall n\in N^*$，$f(n)\in N^*$，且 $f(f(n))=3n$，则 $f(28)=$（　　）

A. 54　　　　B. 55　　　　C. 56　　　　D. 57

【正确答案】B

【分析】由 $f(f(n))=3n$，所以 $f(f(1))=3$ 因为 $x\in N^*$，$f(x)\in N^*$，且 $f(x)$ 单调递增，所以 $f(1)=2$，$f(f(1))=f(2)=3$. 然后推理求解即可.

【详解】因为 $n\in N^*$ 有 $f(f(n))=3n$，令 $f(1)=a$ $f(0)$，则 $a\geq 1$，

显然 $a\neq 1$，否则 $f(f(1))=f(1)=1$，与 $f(f(1))=3$ 矛盾.

从而 $a>1$，由 $f(f(1))=3$ 即得 $f(a)=3$，

$f(a)>f(1)=a$，即 $a<3$，于是 $1<a<3$，且 $a\in N^*$.

所以 $a=2$，所以 $f(1)=2$，$f(f(1))=f(2)=3$.

因为 $f(f(2))=f(3)=6$ 所以 $f(f(3))=f(6)=9$，于是 $f(4)=7$，$f(5)=8$.

因为 $f(f(4))=f(7)=12$ 所以 $f(f(7))=f(12)=21$.

因为 $f(f(6))=f(9)=18$ 所以 $f(10)=19$，$f(11)=20$.

因为 $f(f(9))=f(18)=27$，$f(f(10))=f(19)=30$，

所以 $f(f(18))=f(27)=54$，$f(f(19))=f(30)=57$，

所以 $f(28)=55$，$f(29)=56$.

故选：B.

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 已知圆 $C:(x-1)^2+(y-1)^2=4$，直线 $l:x+my-2m-3=0$，则下列说法正确的是（　　）

A. 直线 l 过定点 $(2,3)$

B. 当 $m=\frac{12}{5}$ 时，直线 l 与圆 C 相切

C. 当 $m=1$ 时，过直线 l 上一点 P 向圆 C 作切线，切点为 Q，则 $|PQ|$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{34}}{2}$

D. 若圆 C 上只有一个点到直线 l 的距离为 1，则 $m = -\frac{12}{5}$

【正确答案】BC

【分析】由已知可得直线 l 过定点 $(3,\ 2)$,可判断 A；当 $m \quad \frac{12}{5}$ 时，求得圆心到直线的距离可判断 B；先求 $|PC|$ 的最小值，再利用勾股定理可求 $|PQ|$ 的最小值判断 C；由圆心到直线的距离为 3 可求得 m 判断 D.

【详解】对于 A，由直线 $l: x \quad my \quad 2m \quad 3 \quad 0$，得 $(x \quad 3) \quad m(y \quad 2) \quad 0$，

直线过定点 $(3,\ 2)$，故 A 错误；

对于 B，当 $m \quad \frac{12}{5}$ 时，直线 l 的方程为 $5x \quad 12y \quad 9 \quad 0$，

圆 $C: (x \quad 1)^2 \quad (y \quad 1)^2 \quad 4$ 的圆心 $C(1, 1)$, 半径为 $r \quad 2$，

圆心 C 到直线 l 的距离为 $d \quad \frac{|5 \quad 12 \quad 9|}{\sqrt{5^2 \quad 12^2}} \quad 2$，

直线 l 与圆 C 相切，故 B 正确；

对于 C，当 $m \quad 1$ 时，直线 l 的方程为 $x \quad y \quad 5 \quad 0$，

因为 $|PQ| \quad \sqrt{|PC|^2 \quad |QC|^2} \quad \sqrt{|PC|^2 \quad 4}$，

又 $|PC|_{min} \quad \frac{|1 \ 1 \quad 5|}{\sqrt{2}} \quad \frac{5}{\sqrt{2}}$，

$|PQ| \quad \sqrt{\frac{25}{2} \quad 4} \quad \frac{\sqrt{34}}{2}$，$|PQ|$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{34}}{2}$，故 C 正确；

对于 D， 若圆 C 上只有一个点到直线 l 的距离为 1，

圆心 C 到直线 l 的距离为 $2 \quad 1 \quad 3$，

$\frac{|1 \quad m \quad 2m \quad 3|}{\sqrt{1 \quad m^2}} \quad 3$，解得 $m \quad \frac{5}{12}$，故 D 错误.

故选：BC

10. 袋子中装有红球、黄球各 $n(n \quad 3)$ 个，现从中随机抽取 3 个，记事件 A 为“三个球都是红球”，事件 B 为“三个球都是黄球”，事件 C 为“三个球至少有一个是黄球”，事件 D 为“三个球不都是红球”，则（　　）

A. 事件 A 与事件 B 互斥且对立

B. $P \ A \quad P \ \bar{C}$

C. $P \ A \quad P \ D \quad 1$

D. 事件 B 与事件 D 可能同时发生

【正确答案】BCD

【分析】袋子中装有红球、黄球各 $n(n \quad 3)$ 个，现从中随机抽取 3 个，则根据互斥与对立事件的

关系，对选项逐一判断即可.

【详解】因为袋子中装有红球、黄球各 $n(n\quad 3)$ 个,

现从中随机抽取 3 个，则会有{三红球，三黄球，一黄球二红球，两黄球一红球},

所以事件 A 与事件 B 互斥但不对立，故 A 选项错误;

事件 C 的对立事件即为事件 A，则 $P\quad A\quad\quad P\quad \bar{C}$ ，故 B 选项正确;

事件 A 与事件 D 互为对立事件，则 $P\quad A\quad\quad P\quad D\quad\quad 1$，故 C 选项正确;

因为事件 B 与事件 D 不是互斥事件，故有可能同时发生，故 D 选项正确;

故选：BCD

11. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 R ，且 $f(2x\quad 1)$ 为偶函数，$f(2x\quad 1)$ 的图象关于点 $\frac{3}{2},1$ 成中心对称，当 $x\quad [1,2]$ 时，$f(x)\quad \log_2 x$，则下列说法正确的是（　　）

A. $f\ 2023\quad 2$

B. 函数 $f(x)$ 的值域为 $[0,2]$

C. 直线 $y=1$ 与函数 $f(x)$ 的图象在区间 $[0,8]$ 上有 4 个交点

D. $f\ 1\quad f\ 2\quad f\ 3\quad\quad\quad f\ 19\quad 19$

【正确答案】ABD

【分析】根据给定条件，结合奇偶函数的定义，可得 $f\ x$ 关于 $x\quad 1$ 对称和关于 $2,1$ 对称，由此推理计算即可判断各命题作答.

【详解】 $f\ x$ 的定义域为 R ，由 $f(2x\quad 1)$ 为偶函数，得 $f(\ 2x\quad 1)\quad f(2x\quad 1)$，

令 $2x$ 等价于 x，所以 $f(\ x\quad 1)\quad f(x\quad 1)$，所即 $f(\ x\quad 1)\quad f(x\quad 3)$,

所以 $f\ x$ 关于 $x\quad 1$ 对称,

由 $f(2x\quad 1)$ 图象关于 $\frac{3}{2},1$ 成中心对称，得 $f\ 2\quad x\quad 1\quad\ f\ 2\ x\quad 3\quad 1\quad\ 2$,

于是 $f(\ 2x\quad 1)\quad f(2x\quad 5)\quad 2$，令 $2x$ 等价于 x,

所以 $f(\ x\quad 1)\quad f(x\quad 5)\quad 2$，所以 $f\ x$ 关于 $2,1$ 对称,

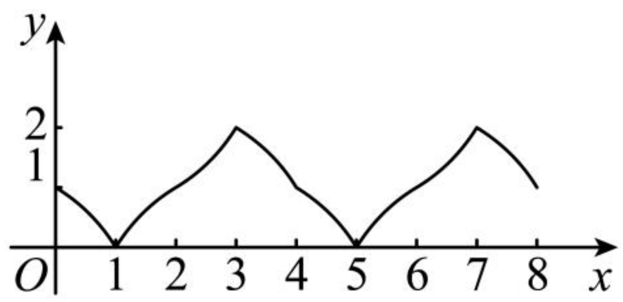
则 $f(x\quad 3)\quad f(x\quad 5)\quad 2$，因此 $f(x\quad 1)\quad f(x\quad 3)\quad 2$，所以 $f(x\quad 1)\quad f(x\quad 5)$,

所以 $f(x)\quad f(x\quad 4)$，则 $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数,

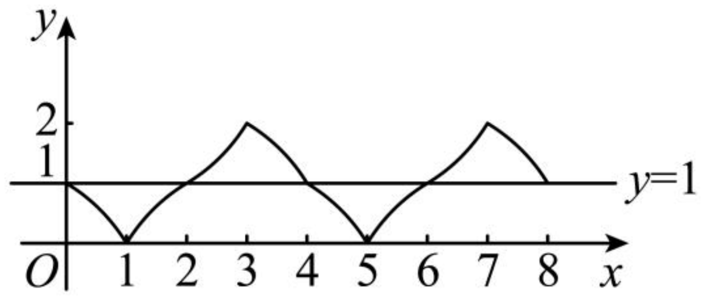
当 $x\quad [1,2]$ 时，$f(x)\quad \log_2 x$,

$f\ 2023\quad\ f\ 3\quad 2\quad f\ 1\quad 2\quad \log_2 1\quad 2$，故 A 正确;

$f\ \ x$ 在 $x\ \ \ 0,4$ 的图象如下图所示，



故 B 正确；



直线 y＝1 与函数 $f(x)$ 的图象在区间 $[0,8]$ 上有 5 个交点，故 C 不正确；

当 $x\ \ [1,2]$ 时，$f(x)\ \ \log_2 x$，可得：$f\ 1\ \ \ \log_2 1\ \ 0$，

$f\ 2\ \ \ \log_2 2\ \ 1$，$f\ 3\ \ \ 2\ \ f\ 1\ \ \ 2\ \ 0\ \ 2$，

$f\ 4\ \ \ f\ 0\ \ \ f\ 2\ \ 1$，即 $f(1)\ \ f(2)\ \ f(3)\ \ f(4)\ \ 4$，

因此

$f\ 1\ \ \ f\ 2\ \ \ \ \ \ f\ 19\ \ \ 4\ f\ 1\ \ \ f\ 2\ \ \ f\ 3\ \ \ f\ 4\ \ \ \ f\ 1\ \ \ f\ 2\ \ \ f\ 3\ \ \ 16\ \ 3\ \ 19$，

故 D 正确；

故选：ABD.

12. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}\ \ \frac{y^2}{b^2}\ \ 1(a\ \ b\ \ 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_2 的直线 l 与 C 交于 P，Q 两点，O 为坐标原点，则下列结论中正确的是（　　）

A. 若 $|PF_1\ \ PF_2|\ \ |PF_1\ \ PF_2|$，且 $PF_2\ \ 2F_2Q$，则椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

B. 若 $|OP\ |\ \frac{1}{2}|F_1F_2|$，且 $\frac{|PF_1|}{|PQ\ |}\ \ \frac{8}{15}$，则 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. 若对任意的直线 l 总有 $|PQ\ |\ |F_1F_2|$，则椭圆 C 的离心率的取值范围为 $\frac{\sqrt{5}\ \ 1}{2},1$

D. 若存在直线 l，使得 $|PF_1|$，$|PF_2|$ 的等比中项为 $|F_1F_2|$，则椭圆 C 的离心率的取值范围为

$\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{1}{2}$

【正确答案】AD

【分析】对于A，由$|\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}|=|\overrightarrow{PF_1}-\overrightarrow{PF_2}|$可得$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，再由勾股定理可求解；对于B，设$|PF_1|=8t$，则$|PQ|=15t$，由$|OP|=\frac{1}{2}|F_1F_2|$可得$PF_1\perp PQ$，然后利用椭圆的定义和勾股定理即可求解；对于C，若对任意的直线l总有$|PQ|>|F_1F_2|$，因为直线PQ过点F_2，$2c=|F_1F_2|<|PQ|_{min}=\frac{2b^2}{a}$，则$\frac{b^2}{a}>c$，求解即可；对于D，利用椭圆的第二定义表示$|PF_1|$与$|PF_2|$长，在根据椭圆的定义建立不等式求解即可.

【详解】对于A，对$|\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}|=|\overrightarrow{PF_1}-\overrightarrow{PF_2}|$两边同时平方可得：$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，

设$|F_2Q|=m$，$|PF_2|=2m$，则$|PF_1|=2a-2m$，$|QF_1|=2a-m$，

在$\triangle PF_1Q$中，则$|QF_1|^2=|PF_1|^2+|PQ|^2$，

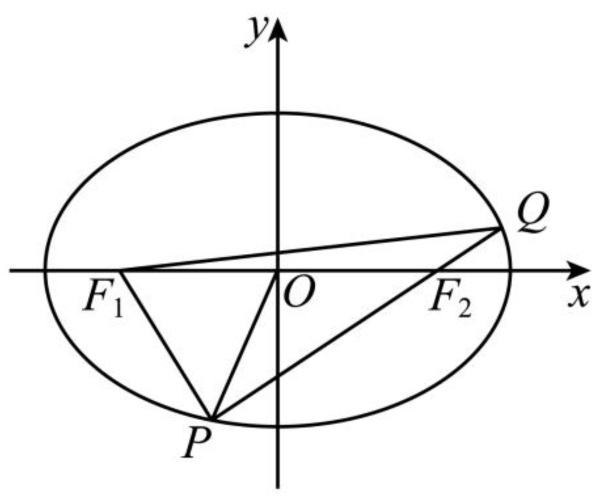
可得：$(2a-m)^2=(2a-2m)^2+9m^2$，解得：$m=\frac{a}{3}$，

在$\triangle PF_1F_2$中，$|F_2F_1|^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2$，

可得：$4c^2=\left(\frac{4}{3}a\right)^2+\left(\frac{2}{3}a\right)^2=\frac{20a^2}{9}$，化简可得：$c^2=\frac{5}{9}a^2$，

故椭圆C的离心率为$e=\frac{\sqrt{5}}{3}$，故A正确；

对于B，设$|PF_1|=8t$，则$|PQ|=15t$，



因为$|OP|=\frac{1}{2}|F_1F_2|$，所以$PF_1\perp PQ$，则$|QF_1|=\sqrt{PQ^2+PF_1^2}=17t$，

由椭圆的定义可得：$|QF_1|+|QF_2|+|PF_2|+|PF_1|=4a=40t$，

所以$t=\frac{a}{10}$，则$|QF_1|=17t=\frac{17a}{10}$，$|QF_2|=2a-|QF_1|=2a-\frac{17a}{10}=\frac{3a}{10}$，

所以$|PF_2|=|PQ|-|QF_2|=\frac{15a}{10}-\frac{3a}{10}=\frac{6a}{5}$，因为$|PF_1|=8t=\frac{4a}{5}$，

在 $Rt\triangle PF_1F_2$ 中，$|F_1F_2|^2 \quad |PF_1|^2 \quad |PF_2|^2$，即 $4c^2 \quad \frac{16a^2}{25} \quad \frac{36a^2}{25}$，

所以 $\frac{c^2}{a^2} \quad \frac{13}{25}$，则 $e \quad \frac{c}{a} \quad \frac{\sqrt{13}}{5}$，故 B 不正确；

对于 C，若对任意的直线 l 总有 $|PQ| \quad |F_1F_2|$，因为直线 PQ 过点 F_2，

所以 $|PQ|_{min} \quad \frac{2b^2}{a}$，则 $2c \quad |F_1F_2| \quad |PQ|_{min} \quad \frac{2b^2}{a}$，则 $\frac{b^2}{a} \quad c$，

所以 $a^2 \quad c^2 \quad ac \quad 0$，则 $e^2 \quad e \quad 1 \quad 0$，解得：$0, \frac{\sqrt{5} \quad 1}{2}$，故 C 不正确；

对于 D，设椭圆 C 上存在一点 $P \quad m, n$，由椭圆的第二定义，可得：$|PF_1| \quad a \quad em$，

$|PF_2| \quad a \quad em$，

$|F_1F_2|$ 是 $|PF_1|$ 与 $|PF_2|$ 的等比中项，可得 $|F_1F_2|^2 \quad |PF_1||PF_2|$，即 $4c^2 \quad a \quad em \quad a \quad em$，

即 $e^2m^2 \quad a^2 \quad 4c^2$，$0 \quad m^2 \quad a^2$，$0 \quad e^2m^2 \quad a^2e^2$，$0 \quad a^2 \quad 4c^2 \quad a^2e^2$，

解得 $\frac{1}{5} \quad e^2 \quad \frac{1}{4}$，所以椭圆 C 的离心率的取值范围为 $\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{1}{2}$，故 D 正确；

故选：AD．

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．若 $\tan \quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{1}{7}$，则 $\tan$ ________．

【正确答案】$\frac{4}{3}$

【分析】利用两角差的正切公式展开可得 $\frac{\tan \quad 1}{1 \quad \tan} \quad \frac{1}{7}$，即可解得 $\tan \quad \frac{4}{3}$．

【详解】由两角差的正切公式可得

$$\tan \quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{\tan \quad \tan\frac{\pi}{4}}{1 \quad \tan \quad \tan\frac{\pi}{4}} \quad \frac{\tan \quad 1}{1 \quad \tan} \quad \frac{1}{7};$$

解得 $\tan \quad \frac{4}{3}$．

故 $\frac{4}{3}$

14．若 $(a \quad x)(x \quad 2)^5$ 的展开式中 x^2 的系数为 80，则 a＝________．

【正确答案】 2

【分析】先确定 $(x-2)^5$ 的展开式的通项公式，再由 $(a\quad x)(x\quad 2)^5\quad a(x\quad 2)^5\quad x(x\quad 2)^5$ 求解即可.

【详解】 $(x-2)^5$ 的展开式的通项公式为 $T_{r\ 1}\quad C_5^r x^{5\ r}\quad 2^{\ r}\qquad 2^{\ r}C_5^r x^{5\ r}$，

而 $(a\quad x)(x\quad 2)^5\quad a(x\quad 2)^5\quad x(x\quad 2)^5$，

令 $5-r=2$，得 $r\quad 3$；令 $5\quad r\quad 1$，得 $r\quad 4$.

所以 $(x\quad \frac{1}{x})^5(x\quad 1)$ 的展开式中 x^2 的系数为 $\quad 2^{\ 3}C_5^3\ a\qquad 2^{\ 4}C_5^4\qquad 80a\quad 80$，

所以 $80a\quad 80\quad 80$，解得 $a\quad 2$

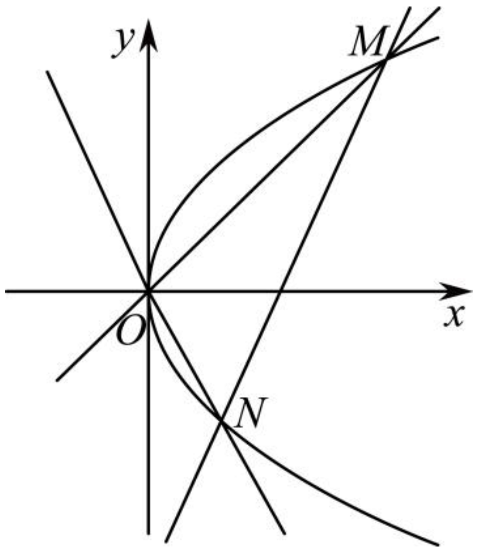
故答案为. 2

15. 已知抛物线 $C: y^2\quad 4x$，直线 $l: x\quad my\quad t$ 与抛物线 C 交于 M，N 两点，O 为坐标原点，记直线 OM，ON 的斜率分别为 k_1，k_2，若 $k_1 k_2\qquad 2$，则 t=________.

【正确答案】2

【分析】直线与抛物线联立，韦达定理可以得到两根之和，两根之积，再根据所给的斜率关系即可求得.

【详解】画出图像如图所示：



联立直线与抛物线方程 $\begin{cases} y^2\quad 4x \\ x\quad my\quad t \end{cases}$ 得，

$y^2\quad 4my\quad 4t\quad 0$，所以 $y_1\quad y_2\quad 4m, y_1 y_2\qquad 4t$，

因为直线 OM，ON 的斜率分别为 k_1，k_2，且 $k_1 k_2\qquad 2$，

所以 $\frac{y_1 y_2}{x_1 x_2}\qquad 2$，$\frac{y_1 y_2}{\frac{y_1^2 y_2^2}{16}}\qquad 2$，$y_1 y_2\qquad 8$，

即 $4t\qquad 8$，所以 $t\quad 2$.

故 2

16. 已知在边长为 2 的菱形 ABCD 中，$BAD = 60$，沿对角线 BD 将 $\triangle ABD$ 折起，使平面 ABD