

# 南昌二十八中高新实验学校 2024-2025 学年第一学期 10 月月考试题

## 卷

### 九年级数学

#### 一、单选题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共计 18 分）

1. 下列方程为一元二次方程的是（ ）

- A.  $ax^2 + bx - 1 = 0$       B.  $\frac{1}{x^2} - x + 1 = 0$       C.  $x^2 + x + 1 = 0$       D.  $xy - x = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义逐项判断即可.

【详解】当  $a = 0$  时，方程  $ax^2 + bx - 1 = 0$  不是一元二次方程，所以 A 不符合题意；

因为  $\frac{1}{x^2} - x + 1 = 0$  不是整式方程，所以 B 不符合题意；

因为  $x^2 + x + 1 = 0$  符合一元二次方程的定义，所以 C 符合题意；

因为  $xy - x = 0$  不是一元方程，所以 D 不符合题意.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的判断，掌握定义是解题的关键. 即只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程是一元二次方程.

2. 已知二次函数  $y = (2 - a)x^2$  的图象开口向下，则  $a$  的取值范围是（ ）

- A.  $a = 2$       B.  $a \neq 2$       C.  $a < 2$       D.  $a > 2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查二次函数的图像和性质，二次函数  $y = ax^2 (a \neq 0)$  中，当  $a > 0$  时开口向上，当  $a < 0$  时开口向下，据此解答即可.

【详解】解：∵二次函数  $y = (2 - a)x^2$  的图象开口向下，

$$\therefore 2 - a < 0,$$

$$\therefore a > 2,$$

故答案为：D.

3. 用配方法解一元二次方程  $x^2 - 6x + 8 = 0$ ，配方后得到的方程是（ ）

- A.  $(x+6)^2 = 28$       B.  $(x-6)^2 = 28$       C.  $(x+3)^2 = 1$       D.  $(x-3)^2 = 1$

【答案】D

【解析】

【分析】方程两边同时加上一次项系数一半的平方即 $\left(\frac{-6}{2}\right)^2$  计算即可.

【详解】 $\because x^2 - 6x + 8 = 0,$

$$\therefore x^2 - 6x + 8 + \left(\frac{-6}{2}\right)^2 = \left(\frac{-6}{2}\right)^2,$$

$$\therefore x^2 - 6x + (-3)^2 = 9 - 8,$$

$$\therefore (x-3)^2 = 1,$$

故选 D.

【点睛】本题考查了配方法，熟练掌握配方法的基本步骤是解题的关键.

4. 某商品原价为 289 元，经连续两次降价后售价为 256 元，设平均每次降价的百分率为  $x$ ，则下面所列方程正确的是（ ）

A.  $289(1-2x) = 256$

B.  $289(1-x)^2 = 256$

C.  $256(1-2x) = 289$

D.  $256(1-x)^2 = 289$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查平均增长率问题，设平均每次降价的百分率为  $x$ ，由原价为 289 元，经连续两次降价后售价为 256 元，列一元二次方程即可得到答案，读懂题意，掌握平均增长率问题的解法是解决问题的关键.

【详解】解：设平均每次降价的百分率为  $x$ ，由题意可得  $289(1-x)^2 = 256,$

故选：B.

5. 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的顶点坐标是  $(-1, 3)$ ，与  $x$  轴的交点是  $(2, 0)$ ，则另一个交点为（ ）

A.  $(0, -3)$

B.  $(-3, 0)$

C.  $(-4, 0)$

D.  $(-2, 0)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据顶点坐标可得抛物线的对称轴，再由抛物线的轴对称性即可求得答案.

【详解】 $\because$ 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的顶点坐标是  $(-1, 3)$ ,

∴抛物线的对称轴为  $x=-1$ ,

∴抛物线与  $x$  轴的一个交点是  $(2, 0)$ ,

∴抛物线与  $x$  轴的另一个交点是  $(-4, 0)$ ,

故选 C.

**【点睛】** 本题考查了二次函数图象的轴对称性, 熟练掌握抛物线与  $x$  轴的交点关于抛物线的对称轴对称是解题的关键.

6. 抛物线  $y=x^2-2x-1$  上有点  $P(-1, y_1)$  和  $Q(m, y_2)$ , 若  $y_1>y_2$ , 则  $m$  的取值范围为 ( )

A.  $m>-1$

B.  $m<-1$

C.  $-1<m<3$

D.  $-1\leq m<3$

**【答案】** C

**【解析】**

**【分析】** 求出二次函数的对称轴, 再比较  $P$ 、 $Q$  两点的位置, 即可得出正确答案.

**【详解】** ∵  $a=1>0$ ,

∴抛物线开口向上,

∴函数对称轴为  $x=-\frac{-1}{2\times 1}=1$ ,

∴当  $y_1>y_2$  时,

①  $Q(m, y_2)$  在对称轴右侧时,  $1\leq m<3$ ;

②  $Q(m, y_2)$  在对称轴左侧时,  $-1<m<1$ ,

综上,  $m$  的取值范围是  $-1<m<3$ ,

故选 C.

**【点睛】** 考查了二次函数图象上点的坐标特征, 要熟悉二次函数的性质及二次函数的图象.

## 二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共计 18 分)

7. 当  $m =$  \_\_\_\_\_ 时,  $y = (m-1)x^{|m|+1}$  是二次函数.

**【答案】**  $-1$

**【解析】**

**【分析】** 本题考查二次函数的定义, 根据二次函数的定义可得  $|m|+1=2$ ,  $m-1\neq 0$ , 再求解即可.

**【详解】** 解: 由题意, 得  $|m|+1=2$ ,  $m-1\neq 0$ ,

解得  $m=-1$ ,

即当  $m=-1$  时,  $y=(m-1)x^{|m|+1}$  是二次函数,

故答案为:  $-1$ .

8. 将二次函数  $y = -5x^2$  的图象先向左平移 2 个单位，再向下平移 5 个单位，则函数关系式是\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $y = -5(x+2)^2 - 5$

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查二次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减，左加右减”的原则是解答此题的关键.

**【详解】** 解：∵二次函数  $y = -5x^2$  的图象先向左平移 2 个单位，再向下平移 5 个单位，

∴所得图象的函数表达式为  $y = -5(x+2)^2 - 5$ ，

故答案为：  $y = -5(x+2)^2 - 5$ .

9. 已知  $a, b$  是关于  $x$  的方程  $x^2 + 3x - 2010 = 0$  的两根，则  $a^2 - a - 4b$  的值是\_\_\_\_\_.

**【答案】** 2022

**【解析】**

**【分析】** 先根据一元二次方程的解得到  $a^2 + 3a - 2010 = 0$ ，则  $a^2 + 3a = 2010$ ，所以原式可化简为  $2010 - 4(a+b)$ ，然后利用根与系数的关系求解.

**【详解】** 解：∵ $a$  是关于  $x$  的方程  $x^2 + 3x - 2010 = 0$  的根，

∴  $a^2 + 3a - 2010 = 0$ ，

∴  $a^2 + 3a = 2010$ ，即  $a^2 = 2010 - 3a$ ，

∴  $a^2 - a - 4b = 2010 - 3a - a - 4b = 2010 - 4(a+b)$ ，

∵ $a$  与  $b$  是关于  $x$  的方程  $x^2 + 3x - 2010 = 0$  的两根，

∴  $a+b = -3$ ，

∴原式 =  $2010 - 4 \times (-3) = 2022$ .

故答案为：2022.

**【点睛】** 本题考查了根与系数的关系：若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的两根时，

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ . 也考查了一元二次方程的解，熟练掌握一元二次方程根与系数的关系是解题关键.

10. 若关于  $x$  的方程  $x^2 + (k-2)x + k^2 = 0$  的两根互为倒数，则  $k =$ \_\_\_\_\_.

**【答案】** -1

**【解析】**

**【详解】**  $x_1x_2 = k^2 = 1, k = \pm 1$ .  $k = 1$  时,  $\Delta < 0$ ,

舍去. 所以  $k = -1$ .

11. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  中, 函数  $y$  与自变量  $x$  的部分对应值如下表:

$x$	...	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	10	5	2	1	2	...

则当  $y < 5$  时,  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $0 < x < 4$  或  $x > 4$

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了二次函数的性质, 根据表格数据可知: 利用二次函数的对称性判断出对称轴  $x = 2$ , 在对称轴的左边  $y$  随着  $x$  的增大而减小, 在对称轴的右边  $y$  随着  $x$  的增大而增大, 进一步得出  $x = 4$  时,  $y = 5$ , 然后写出  $y < 5$  时,  $x$  的取值范围即可.

**【详解】** 解: 由表格可知,  $x = 1$  和  $x = 3$  时的函数值相同,

$\therefore$  对称轴为直线  $x = \frac{1+3}{2} = 2$ ,

$\therefore$  当  $x = 2$  时的函数值小于  $x = 1$  时的函数值,

$\therefore$  二次函数开口向上,

$\therefore$  在对称轴由此  $y$  随  $x$  增大而增大, 在对称轴左侧,  $y$  随  $x$  增大而减小,

$\therefore x = 0$  时,  $y = 5$ ,

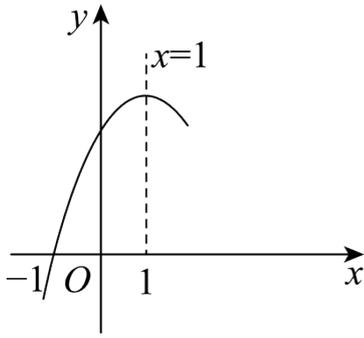
$\therefore x = 4$  时,  $y = 5$ ,

$\therefore$  当  $y < 5$  时,  $x$  的取值范围是  $0 < x < 4$ ,

故答案为:  $0 < x < 4$ .

12. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象的一部分如图所示, 已知图象经过点  $(-1, 0)$ , 其对称轴为直线  $x = 1$ . 下列结论: ①  $abc < 0$ ; ②  $b^2 - 4ac < 0$ ; ③  $8a + c < 0$ ; ④  $9a + 3b + 2c < 0$ ; ⑤ 点

$C(x_1, y_1)$ 、 $D(x_2, y_2)$  是抛物线上的两点, 若  $x_1 < x_2$ , 则  $y_1 < y_2$ ; ⑥ 若抛物线经过点  $(-3, n)$ , 则关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c - n = 0 (a \neq 0)$  的两根分别为  $x_1 = -3, x_2 = 5$ . 其中正确的有\_\_\_\_\_ (填序号).



【答案】①③⑥

【解析】

【分析】本题考查了二次函数图象与系数的关系，解题关键是根据二次函数图象，确定字母系数的符号和相关式子；根据二次函数图象的性质，逐项判断即可．

【详解】解：由所给函数图象可知，

抛物线开口向下， $a < 0$ ，

因为抛物线的对称轴为直线  $x = 1$ ，

所以  $-\frac{b}{2a} = 1$ ，即  $b = -2a > 0$ ，

$\because$  抛物线与  $y$  轴交点在正半轴，

$\therefore c > 0$

所以  $abc < 0$ ．

故①正确．

因为抛物线与  $x$  轴有两个不同的交点，

所以  $b^2 - 4ac > 0$ ．

故②错误．

由函数图象可知，

当  $x = -2$  时，函数值小于零，

则  $4a - 2b + c < 0$ ．

又因为抛物线的对称轴为直线  $x = 1$ ，

所以  $-\frac{b}{2a} = 1$ ，

即  $b = -2a$ ，

所以  $4a - 2(-2a) + c < 0$ ，

即  $8a + c < 0$ ．

故③正确．

因为抛物线与  $x$  轴的一个交点坐标为  $(-1, 0)$ ，且对称轴为直线  $x = 1$ ，

所以抛物线与  $x$  轴的另一个交点坐标为  $(3, 0)$ ，

则  $9a + 3b + c = 0$ 。

又因为  $c > 0$ ，

所以  $9a + 3b + 2c > 0$ 。

故④错误。

当点  $C(x_1, y_1)$ 、 $D(x_2, y_2)$  在抛物线对称轴的右侧时，

因为抛物线开口向下，

所以在对称轴右侧的部分， $y$  随  $x$  的增大而减小，

即  $x_1 < x_2$  时， $y_1 > y_2$ 。

故⑤错误。

方程  $ax^2 + bx + c - n = 0 (a \neq 0)$  的根可看成函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象与直线  $y = n$  的交点的横坐标，

因为抛物线经过点  $(-3, n)$ ，

所以函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象与直线  $y = n$  的一个交点的横坐标为  $-3$ 。

又因为抛物线的对称轴为直线  $x = 1$ ，

所以函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象与直线  $y = n$  的另一个交点的横坐标为  $5$ ，

所以关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c - n = 0 (a \neq 0)$  的两根分别为  $x_1 = -3, x_2 = 5$ 。

故⑥正确。

故答案为：①③⑥。

### 三、解答题（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共计 30 分）

13. 解下列方程：

(1)  $x^2 - 4x - 5 = 0$ ；

(2)  $3x(x+1) = 2x+2$ 。

**【答案】** (1)  $x_1 = 5, x_2 = -1$

(2)  $x_1 = -1, x_2 = \frac{2}{3}$

**【解析】**

**【分析】**

本题主要考查了解一元二次方程，解一元二次方程的方法有：公式法、因式分解法、配方法、直接开平方法，选择合适的方法进行计算是解此题的关键。

(1) 利用因式分解法计算即可；

(2) 利用因式分解法计算即可。

**【小问 1 详解】**

$$\text{解： } \mathbb{Q} x^2 - 4x - 5 = 0,$$

$$\therefore (x-5)(x+1) = 0,$$

$$\therefore x-5=0 \text{ 或 } x+1=0,$$

$$\therefore x_1=5, x_2=-1;$$

**【小问 2 详解】**

$$\text{解： } \mathbb{Q} 3x(x+1) = 2x+2,$$

$$\therefore 3x(x+1) = 2(x+1),$$

$$\therefore 3x(x+1) - 2(x+1) = 0,$$

$$\therefore (x+1)(3x-2) = 0,$$

$$\therefore x+1=0 \text{ 或 } 3x-2=0,$$

$$\therefore x_1=-1, x_2=\frac{2}{3}.$$

14. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的图象顶点为  $(-2, 3)$ ，且过  $(-1, 5)$ ，试求  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值。

**【答案】**  $a = 2, b = 8, c = 11$

**【解析】**

**【分析】** 由题意设出抛物线为  $y = a(x+2)^2 + 3$ ，把  $(-1, 5)$  代入即可求出；本题主要考查二次函数的解析式，熟练掌握待定系数法是解题的关键。

**【详解】** 解：由题意设抛物线为  $y = a(x+2)^2 + 3$ ；

把  $(-1, 5)$  代入，得：

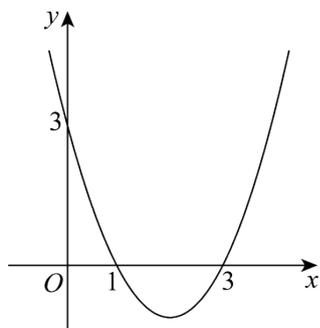
$$a + 3 = 5$$

解得：  $a = 2$

$$\therefore y = 2(x+2)^2 + 3 = 2x^2 + 8x + 11$$

$$\therefore a = 2, b = 8, c = 11$$

15. 如图，利用函数  $y = x^2 - 4x + 3$  的图象，解决下列问题：



(1) 当  $y$  随  $x$  的增大而减小时,  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_;

(2) 当  $-1 < x < 4$  时,  $y$  的取值范围是\_\_\_\_\_;

(3) 当  $y \geq 3$  时,  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

**【答案】**(1)  $x < 2$

(2)  $-1 \leq y < 8$

(3)  $x \leq 0$  或  $x \geq 4$

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了二次函数的图象与性质, 掌握数形结合的数学思想是解题关键.

(1) 根据图象求出对称轴即可求解;

(2) 求出当  $-1 < x < 4$  时,  $y$  的最大值和最小值即可求解;

(3) 求出  $y = 3$  时的  $x$  的值, 即可求解.

**【小问 1 详解】**

解: 由图象可得:

函数  $y = x^2 - 4x + 3$  的对称轴为: 直线  $x = \frac{1+3}{2} = 2$

$\because$  抛物线开口向上,

$\therefore$  当  $x < 2$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小;

故答案为:  $x < 2$ ;

**【小问 2 详解】**

解: 当  $x = -1$  时,  $y = (-1)^2 - 4 \times (-1) + 3 = 8$ ;

当  $x = 4$  时,  $y = 4^2 - 4 \times 4 + 3 = 3$ ;

当  $x = 2$  时,  $y = 2^2 - 4 \times 2 + 3 = -1$ ;

$\therefore$  当  $-1 < x < 4$  时,  $-1 \leq y < 8$ ;

故答案为:  $-1 \leq y < 8$ ;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/386155211231011005>