一、选择题

1. 已知$\alpha \in (0,\pi)$，$2\sin\alpha + \cos\alpha = 1$，则$\dfrac{\cos 2\alpha}{1-\sin 2\alpha} =$（　）

A. $-\dfrac{24}{25}$　　B. $-\dfrac{7}{25}$　　C. -7　　D. $-\dfrac{1}{7}$

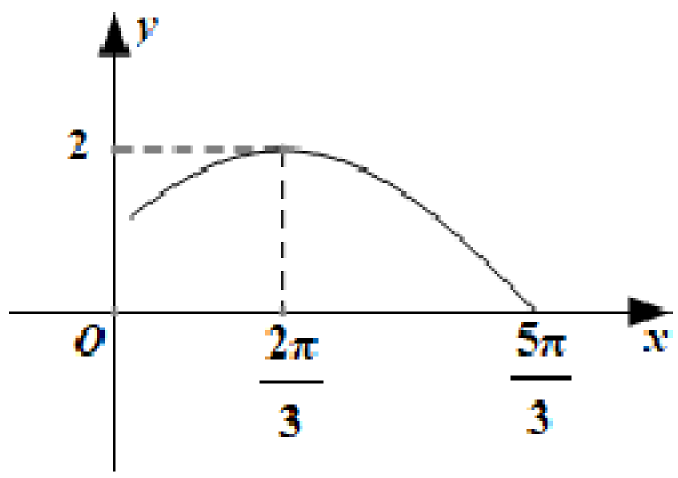
2. 将函数$f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$图像上的每一个点的横坐标缩短为原来的一半，纵坐标不变，再将所得图像向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位得到函数$g(x)$的图像，在$g(x)$的图像的所有对称轴中，离原点最近的对称轴为（ ）

A. $x=-\dfrac{\pi}{24}$　　B. $x=-\dfrac{\pi}{4}$　　C. $x=-\dfrac{5\pi}{24}$　　D. $x=\dfrac{\pi}{12}$

3. 已知$\sin(\pi+\alpha)=\dfrac{3}{5}$，则$\dfrac{\sin(-\alpha)\cos(\pi-\alpha)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}=$（　）

A. $-\dfrac{4}{5}$　　B. $\dfrac{4}{5}$　　C. $\dfrac{3}{5}$　　D. $\dfrac{3}{5}$

4. 函数$f(x)=A[\sin(\omega x+\theta)+\cos(\omega x+\theta)]$部分图象如图所示，当$x\in[-\pi,2\pi]$时$f(x)$最小值为（　）



A. -1　　B. -2　　C. $-\sqrt{2}$　　D. $-\sqrt{3}$

5. 已知函数$f(x)=\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)^2,\left(x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]\right)$，则$f(x)$的单调递增区间是（　）

A. $\left[0,\dfrac{\pi}{6}\right]$　　B. $\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$　　C. $\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$　　D. $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$

6. 将函数$f(x)=\sin 2x+\cos 2x$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度后，得到函数$g(x)$的图象，则函数$g(x)$图象的一条对称轴方程为（　）

A. $x=\dfrac{\pi}{6}$　　B. $x=\dfrac{\pi}{12}$　　C. $x=\dfrac{\pi}{3}$　　D. $x=\dfrac{\pi}{24}$

7. 如果角α的终边过点$P(2\sin 30, -2\cos 30)$，则$\sin\alpha$的值等于（ ）

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

8. 计算$\cos 20\ \cos 80\ +\sin 160\ \cos 10\ =$（ ）.

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

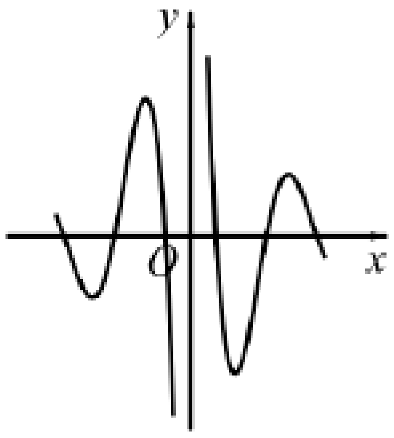
9. 已知函数$f\left(x\right)=A\sin\left(2x+\varphi\right)\left(A>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$满足$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$，则$f\left(x\right)$图象的一条对称轴是（ ）

A. $x=\frac{\pi}{6}$ B. $x=\frac{5\pi}{6}$ C. $x=\frac{5\pi}{12}$ D. $x=\frac{7\pi}{12}$

10. 在平面直角坐标系xOy中，角α与角β均以Ox为始边，它们的终边关于y轴对称．若$\sin\alpha=\frac{2}{3}$，则$\cos\left(\alpha-\beta\right)=$（ ）

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{4\sqrt{5}}{9}$ C. $-\frac{1}{9}$ D. $-\frac{4\sqrt{5}}{9}$

11. 已知函数$y=f(x)$的图象如图所示，则此函数可能是（ ）



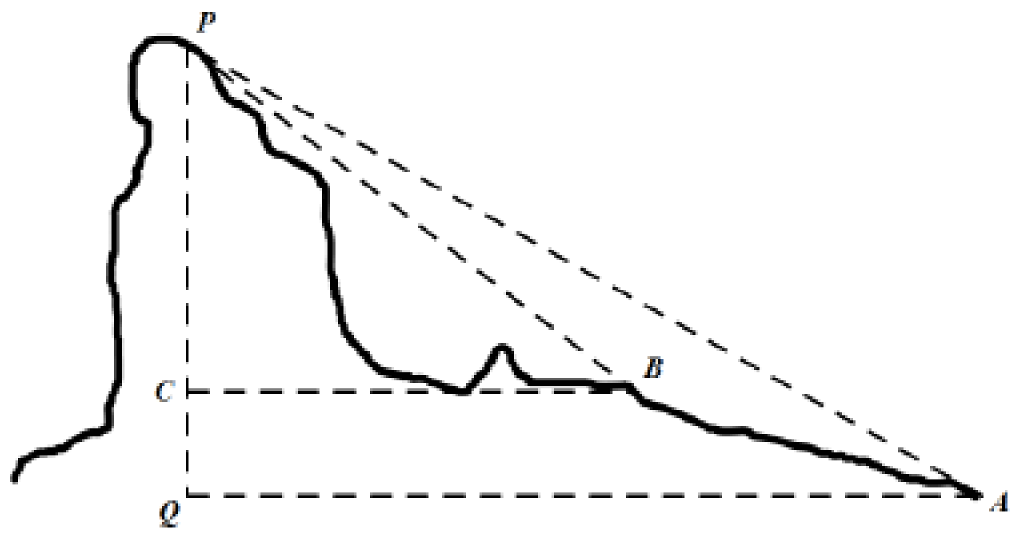
A. $f(x)=\frac{\sin 6x}{2^{-x}-2^{x}}$ B. $f(x)=\frac{\sin 6x}{2^{x}-2^{-x}}$ C. $f(x)=\frac{\cos 6x}{2^{-x}-2^{x}}$ D. $f(x)=\frac{\cos 6x}{2^{x}-2^{-x}}$

12. 已知$\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)=\frac{2}{3}$，则$\sin\theta=$（ ）

A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $-\frac{1}{9}$ D. $-\frac{7}{9}$

二、填空题

13. 如图，在山脚A测得山顶P的仰角为60°，沿倾斜角为15°的斜坡向上走200米到B，在B处测得山顶P的仰角为75°，则山高$h=$______米.



14．已知 $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)+2\cos(\pi-\alpha)=\sin\alpha$，则 $\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha=$__________.

15．在 ABC 中，$\tan A=1$，$\tan B=2$，则 $\tan C=$______.

16．先将函数 $y=\cos(x+\varphi)(\varphi\in(0,\pi))$ 的图象上所有点的横坐标伸长为原来的 2 倍(纵坐标不变)，再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，所得函数图象关于 y 轴对称，则 $\varphi=$________.

17．方程 $\sin^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x=\frac{1}{2}$ 在 $[0,\frac{\pi}{4}]$ 上的解为___________

18．在①$a=\sqrt{2}$，②$S=\frac{c}{2}\cos B$，③$C=\frac{\pi}{3}$ 这三个条件中任选-一个，补充在下面问题中，并对其进行求解.

问题:在 ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，面积为 S，$\sqrt{3}b\cos A=a\cos C+c\cos A$，$b=1$，_____________，求 c 的值.

注:如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19．已知 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\tan\alpha=$__________.

20．已知 $\sin\vartheta+\cos\vartheta=\frac{1}{5}$，则 $\tan\vartheta+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ 的值是____________________.

三、解答题

21．已知函数 $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x+1$.

（Ⅰ）设 $\alpha\in[0,2\pi]$，且 $f(\alpha)=1$，求 α 的值；

（Ⅱ）将函数 $y=f(2x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $y=g(x)$ 的图像. 当 $x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 时，求满足 $g(x)\le 2$ 的实数 x 的集合.

22．已知 $f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)+a\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象过点 $\left(\frac{\pi}{12},a\right)$，且图象的相

邻两条对称轴的距离为$\frac{\pi}{2}$.

（1）求函数$f(x)$的单调区间；

（2）若$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{2}\right]$上的最大值与最小值之和为$\sqrt{3}$，求实数$a$的值.

23．已知函数$f(x)=2\sqrt{3}\sin wx\cos(wx+\frac{\pi}{3})-2\cos^2 wx+\frac{5}{2}(w>0)$的图像上相邻的两个最低点的距离为$\pi$.

（1）求w的值；

（2）求函数$f(x)$的单调递增区间.

24．已知函数$f(x)=2\cos^2\omega_1 x+\sin\omega_2 x-1$.

（Ⅰ）求$f(0)$的值；

（Ⅱ）从①$\omega_1=1$，$\omega_2=1$；②$\omega_1=1$，$\omega_2=2$这两个条件中任选一个，作为题目的已知条件，求函数$f(x)$在$[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6}]$上的最小值，并求函数$f(x)$的最小正周期.

25．已知向量$\vec{a}=(\sqrt{3}\cos x，-1)$，$\vec{b}=(\sin x，\cos^2 x)$，函数$f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$.

（1）求函数$f(x)$的单调递增区间；

（2）求函数$f(x)$在区间$[-\frac{\pi}{2}，0]$上的最大值和最小值，并求出相应的x的值.

26．已知函数$f(x)=\sin(\omega x-\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|\le\frac{\pi}{2}\right)$的最小正周期为$\pi$.

（1）求ω的值及$g(\varphi)=f\left(\frac{\pi}{6}\right)$的值域；

（2）若$\varphi=\frac{\pi}{3}$，$\sin\alpha-2\cos\alpha=0$. 求$f(\alpha)$的值.

【参考答案】*试卷处理标记，请不要删除**

一、选择题

1．D

解析：D

【分析】

利用$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$以及$2\sin\alpha+\cos\alpha=1$解出$\sin\alpha$，$\cos\alpha$的值，再利用二倍角公式化简即可求解.

【详解】

因为 $2\sin\alpha+\cos\alpha=1$，所以 $\cos\alpha=1-2\sin\alpha$，

代入 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 得 $\sin^2\alpha+(1-2\sin\alpha)^2=1$，

因为 $\alpha\in(0,\pi)$，所以 $\sin\alpha \quad \frac{4}{5}$，所以 $\cos\alpha=1-2\sin\alpha=1-2\times\frac{4}{5}=-\frac{3}{5}$，

所以 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times\frac{4}{5}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{24}{25}$，

$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times\left(\frac{4}{5}\right)^2=-\frac{7}{25}$

$$\frac{\cos 2\alpha}{1-\sin 2\alpha}=\frac{-\frac{7}{25}}{1-\left(-\frac{24}{25}\right)}=-\frac{1}{7},$$

故选：D

【点睛】

关键点点睛：本题的关键点是熟记同角三角函数基本关系，以及三角函数值在每个象限内的符号，熟记正余弦的二倍角公式，计算仔细.

2．A

解析：A

【分析】

利用三角函数的伸缩变换和平移变换，得到 $g(x)=2\sin\left(4x+\frac{2\pi}{3}\right)$，然后令

$4x+\frac{2\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$ 求解.

【详解】

将函数 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 图像上的每一个点的横坐标缩短为原来的一半，纵坐标不变，$y=2\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)$，

再将所得图像向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位得到函数 $g(x)=2\sin\left(4x+\frac{2\pi}{3}\right)$，

令 $4x+\frac{2\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$，

解得 $x=\frac{k\pi}{4}-\frac{\pi}{24},k\in Z$，

所以在 $g(x)$ 的图像的所有对称轴中，离原点最近的对称轴为 $x=-\frac{\pi}{24}$，

故选：A

3．C

解析：C

【分析】

由条件利用诱导公式进行化简所给的式子，可得结果.

【详解】

$\because\ \sin(\pi+\alpha)=\frac{3}{5}=-\sin\alpha$，$\therefore\ \sin\alpha=-\frac{3}{5}$，

则 $\dfrac{\sin(-\alpha)\cos(\pi-\alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}=\dfrac{-\sin\alpha\cdot(-\cos\alpha)}{\cos\alpha}=\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，

故选：C

4．D

解析：D

【分析】

首先结合图像求得 $f(x)$ 的解析式，然后根据三角函数最值的求法，求得 $f(x)$ 在区间 $[-\pi,2\pi]$ 上的最小值.

【详解】

由已知 $f(x)=\sqrt{2}A\cdot\sin\left(\omega x+\theta+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$,

由图象可知取 $A=\sqrt{2}$，$\frac{T}{4}=\frac{5\pi}{3}-\frac{2\pi}{3}=\pi$，

故最小正周期 $T=4\pi$，所以 $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{1}{2}$，

所以 $f(x)=2\sin\left(\frac{1}{2}x+\theta+\frac{\pi}{4}\right)$,

由 $f\left(\frac{5\pi}{3}\right)=2\sin\left(\frac{5\pi}{3}\times\frac{1}{2}+\theta+\frac{\pi}{4}\right)=2\sin\left(\frac{5\pi}{6}+\theta+\frac{\pi}{4}\right)=0$，

及图象单调性知，取 $\frac{5\pi}{6}+\theta+\frac{\pi}{4}=\pi$，则 $\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{6}$

所以 $f(x)=2\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$，$x\in[-\pi,2\pi]$，$\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{7\pi}{6}\right]$,

$f(x)$ 最小值为 $f(-\pi)=2\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}$.

故选：D

5．A

解析：A

【分析】

根据三角恒等变换公式化简 $f(x)$，结合 x 的范围，可得选项.

【详解】

因为 $f(x)=\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)^2,\left(x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right)$，所以

$f(x)=\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)^2=\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x+3\cos^2 x$

$=\sqrt{3}\sin 2x+2\cos^2 x+1=\sqrt{3}\sin\ 2x+\cos 2x+2=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+2$，

因为 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，所以 $2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$，所以由 $\frac{\pi}{6}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{2}$，解得 $0\le x\le\frac{\pi}{6}$，

所以 $f(x)$ 的单调递增区间是 $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$，

故选：A.

6．D

解析：D

【分析】

由 $f(x)=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$，向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到 $g(x)=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{5\pi}{12}\right)$，再令 $2x+\frac{5\pi}{12}=k\pi+\frac{\pi}{2}$ 求解.

【详解】

因为函数 $f(x)=\sin 2x+\cos 2x=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$，

由题意得 $g(x)=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{5\pi}{12}\right)$，

所以 $2x+\frac{5\pi}{12}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，

解得 $x=\frac{1}{2}k\pi+\frac{\pi}{24},k\in Z$，

故选：D

7．C

解析：C

【分析】

先计算三角函数值得 $P\left(1,-\sqrt{3}\right)$，再根据三角函数的定义 $\sin\alpha=\frac{y}{r},r=\sqrt{x^2+y^2}$ 求解即可.

【详解】

解：由题意得 $P\left(1,-\sqrt{3}\right)$，它与原点的距离 $r=\sqrt{1+\left(\sqrt{3}\right)^2}=2$，

所以$\sin\alpha=\frac{y}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：C.

8．A

解析：A

【分析】

将160°化为20°，10°化为80°后，利用两角差的余弦公式可求得结果.

【详解】

$\cos 20^\circ\cos 80^\circ+\sin 160^\circ\cos 10^\circ$

$=\cos 20^\circ\cos 80^\circ+\sin 20^\circ\sin 80^\circ=\cos\left(80^\circ-20^\circ\right)$

$=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$.

故选：A.

9．D

解析：D

【分析】

利用三角函数的性质，$f(\frac{\pi}{3})=A\sin(\frac{2\pi}{3}+\varphi)=0$，求$\varphi$，然后，令$|f(x)|=A$，即可求解

【详解】

根据题意得，$f(\frac{\pi}{3})=A\sin(\frac{2\pi}{3}+\varphi)=0$，得$\frac{2\pi}{3}+\varphi=k\pi$，$k\in z$又因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，进而求得，$\varphi=\frac{\pi}{3}$，所以，$f(x)=A\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，令$|f(x)|=A$，所以，$\left|\sin(2x+\frac{\pi}{3})\right|=1$，所以，$2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in z$，解得$x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}$ $k\in z$，当$k=1$时，$x=\frac{7\pi}{12}$，所以，$f\left(x\right)$图象的一条对称轴是$x=\frac{7\pi}{12}$

故选 D

【点睛】

关键点睛：求出φ后，令$|f(x)|=A$，所以，$\left|\sin(2x+\frac{\pi}{3})\right|=1$，进而求解，属于中档题

10．C

解析：C

【分析】

由对称写出两角的关系，然后利用诱导公式和二倍角公式计算.

【详解】

由题意$\alpha+\beta=2k\pi+\pi, k\in Z$，即$\beta=2k\pi+\pi-\alpha$，

$\cos(\alpha-\beta)=\cos(2\alpha-2k\pi-\pi)=\cos(\pi-2\alpha)=-\cos 2\alpha=2\sin^2\alpha-1=2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2-1=-\frac{1}{9}$

.

故选：C.

11．D

解析：D

【分析】

由函数图象可得$y=f(x)$是奇函数，且当x从右趋近于0时，$f\left(x\right)>0$，依次判断每个函数即可得出.

【详解】

由函数图象可得$y=f(x)$是奇函数，且当x从右趋近于0时，$f\left(x\right)>0$，

对于A，当x从右趋近于0时，$\sin 6x>0$，$2^{-x}<2^x$，故$f\left(x\right)<0$，不符合题意，故A错误；

对于B，$\because f(-x)=\frac{\sin\left(-6x\right)}{2^{-x}-2^x}=\frac{\sin 6x}{2^x-2^{-x}}=f\left(x\right)$，$\therefore f\left(x\right)$是偶函数，不符合题意，故B错误；

对于C，$\because f(-x)=\frac{\cos\left(-6x\right)}{2^x-2^{-x}}=\frac{\cos 6x}{2^x-2^{-x}}=f\left(x\right)$，$\therefore f\left(x\right)$是偶函数，不符合题意，故C错误；

对于D，$\because f(-x)=\frac{\cos\left(-6x\right)}{2^{-x}-2^x}=\frac{\cos 6x}{2^{-x}-2^x}=-f\left(x\right)$，$\therefore f\left(x\right)$是奇函数，当$x$从右趋近于0时，$\cos 6x>0$，$2^x>2^{-x}$，$\therefore f\left(x\right)>0$，符合题意，故D正确.

故选：D.

【点睛】

思路点睛：函数图象的辨识可从以下方面入手：

(1)从函数的定义域，判断图象的左右位置；从函数的值域，判断图象的上下位置.

(2)从函数的单调性，判断图象的变化趋势；

(3)从函数的奇偶性，判断图象的对称性；

(4)从函数的特征点，排除不合要求的图象.

12．C

解析：C

【分析】

根据题中条件，由诱导公式，以及二倍角公式，即可求出结果.

【详解】

因为$\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)=\frac{2}{3}$，

所以$\sin\theta=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)-1=2\times\frac{4}{9}-1=-\frac{1}{9}$.

故选：C

二、填空题

13．【分析】求出在两个直角三角形中表示出再在直角梯形中建立等量关系解得【详解】首先山高为长度根据图可得∴解得故答案为：

解析：$150\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$

【分析】

$PQ=h$，求出CQ，在两个直角三角形中表示出BC,AQ，再在直角梯形$AQCB$中建立等量关系，解得h.

【详解】

首先$\sin15°=\sin(45°-30°)=\sin45°\cos30°-\cos45°\sin30°$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，

$\cos15°=\cos(45°-30°)=\cos45°\cos30°+\sin45°\sin30°$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，

$$\tan75°=\tan(45°+30°)=\frac{\tan45°+\tan30°}{1-\tan45°\tan30°}=\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}=2+\sqrt{3},$$

山高h为PQ长度，根据图可得，

$CQ=200\sin15°=50\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$,

$$AQ=\frac{h}{\tan60°}=\frac{\sqrt{3}}{3}h,$$

$$BC=\frac{PC}{\tan75°}=\frac{h-50\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{2+\sqrt{3}}=\left(2-\sqrt{3}\right)h-50\left(3\sqrt{6}-5\sqrt{2}\right),$$

$$\therefore\ \frac{\sqrt{3}}{3}h-\left(2-\sqrt{3}\right)h+50\left(3\sqrt{6}-5\sqrt{2}\right)=200\cos15°=50\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right),$$

解得$h=150\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$.

故答案为：$150\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$.