

# 山东省青岛市市南区 2023-2024 学年八年级下学期期中数学试

## 题

学校:\_\_\_\_\_姓名:\_\_\_\_\_班级:\_\_\_\_\_考号:\_\_\_\_\_

### 一、单选题

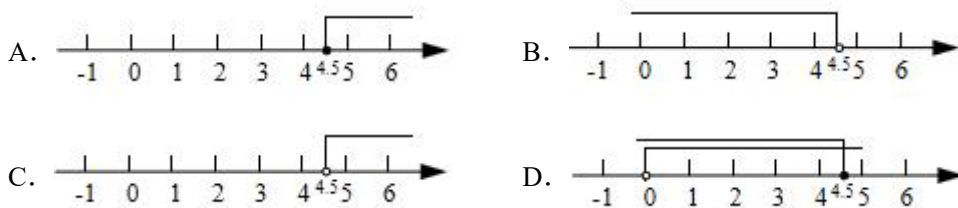
1. 《国家宝藏》节目立足于中华文化宝库资源,通过对文物的梳理与总结,演绎文物背后的故事与历史让更多的观众走进博物馆,让一个个馆藏文物鲜活起来,所示四幅图是我国一些博物馆的标志,其中是中心对称图形的是 ( )



2. 若  $a < b$ , 则下列结论不一定成立的是 ( )

- A.  $a-1 < b-1$     B.  $2a < 2b$     C.  $a^2 < b^2$     D.  $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

3. 交通法规人人遵守,文明城市处处安全在通过桥洞时,我们往往会看到如图所示的标志,这是限制车高的标志. 则通过该桥洞的车高  $x$  (m) 的范围在数轴上可表示为 ( )



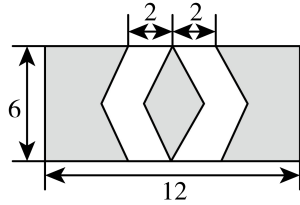
4. 用反证法证明命题“在直角三角形中,必有一个锐角不小于  $45^\circ$ ”时,首先应假设这个直角三角形中 ( )

- A. 两个锐角都大于  $45^\circ$     B. 两个锐角都小于  $45^\circ$   
C. 两个锐角都不大于  $45^\circ$     D. 两个锐角都等于  $45^\circ$

5. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是  $\triangle ABC$  的三边,下列条件:①  $a=6$ ,  $b=10$ ,  $c=8$ ;②  $\angle C=23^\circ$ ,  $\angle B=57^\circ$ ;③  $\angle B-\angle C=\angle A$ ;④  $a^2-c^2=b^2$ , 能够判断  $\triangle ABC$  为直角三角形的有 ( )

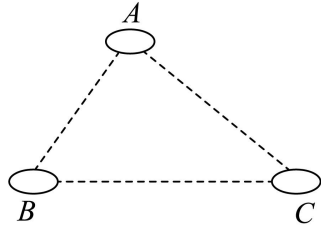
- A. 0 个    B. 1 个    C. 2 个    D. 3 个

6. 如图，浮山公园有一块长为12m，宽为6m的长方形草坪，计划在草坪中间修两条宽度均为2m的石子路（两条石子路的任何地方的水平宽度都是2m），剩余阴影区域种植鲜花，则种植鲜花的面积为（ ） $m^2$ 。



- A. 24                      B. 48                      C. 56                      D. 72

7. 如图，三个村庄 A、B、C 构成  $\triangle ABC$ ，供奶站须到三个村庄的距离都相等，则供奶站应建在（ ）

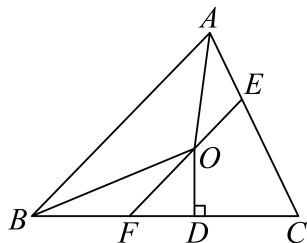


- A. 三条边的垂直平分线的交点                      B. 三个角的角平分线的交点  
C. 三角形三条高的交点                              D. 三角形三条中线的交点

8. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC$  和  $\angle ABC$  的平分线相交于点 O，过点 O 作  $EF \parallel AB$  交 BC 于 F，交 AC 于 E，过点 O 作  $OD \perp BC$  于 D，下列四个结论：

- ①  $\angle AOB = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C$ ;  
②  $AE + BF = EF$ ;  
③ 当  $\angle C = 90^\circ$  时，E，F 分别是 AC，BC 的中点；  
④ 若  $OD = a$ ， $CE + CF = 2b$ ，则  $S_{\triangle CEF} = ab$ 。

其中正确的是（ ）



- A. ①②                      B. ③④                      C. ①②④                      D. ①③④

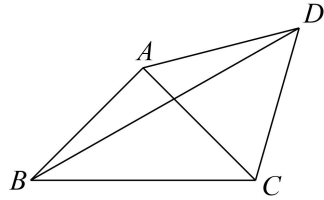
## 二、填空题

9. 命题“直角三角形两锐角互余”的逆命题是：\_\_\_\_\_.

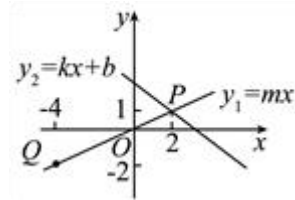
10. 已知不等式组  $\begin{cases} 2x - a < 1 \\ x - 2b > 3 \end{cases}$  的解集为  $-1 < x < 1$ ，则  $(a+1)(b-1)$  的值是\_\_\_\_\_.

11. 若等腰三角形两边的长分别为3cm和6cm，则此三角形的周长是\_\_\_\_\_ cm.

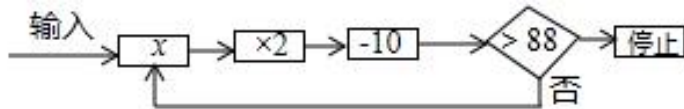
12. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，在  $AC$  边的右侧作等边  $\triangle ACD$ ，连接  $BD$ ，则  $\angle DBC$  的度数为\_\_\_\_\_°.



13. 如图，直线  $y_1 = mx$  经过  $P(2, 1)$  和  $Q(-4, -2)$  两点，且与直线  $y_2 = kx + b$  交于点  $P$ ，则不等式  $kx + b > mx > -2$  的解集为\_\_\_\_\_.

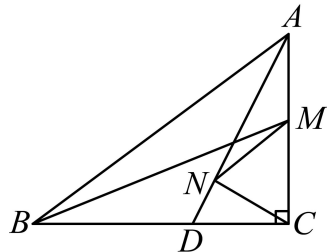


14. 对一个实数  $x$  按如图所示的程序进行操作，规定：程序运行从“输入一个实数  $x$ ”到“结果是否大于 88?”为一次操作. 如果操作只进行一次就停止，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



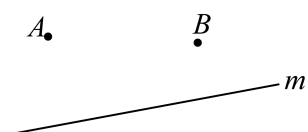
15. 某商场店庆活动中，商家准备对某种进价为 900 元，标价为 1320 元的商品进行打折销售，但要保证利润率不低于 10%，设折扣是  $x$  折，则可列不等式为\_\_\_\_\_.

16. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 10$ ， $BC = 8$ ， $AD$  为  $\triangle ABC$  的角平分线.  $M$  为  $AC$  边上一动点， $N$  为线段  $AD$  上一动点，连接  $BM$ 、 $CN$ 、 $MN$ ，当  $CN + MN$  取得最小值时， $\triangle ABM$  的面积为\_\_\_\_\_.



### 三、解答题

17. 如图：直线  $m$  表示一条公路， $A$ 、 $B$  表示两所大学，要在公路  $m$  上修建一个车站  $P$ ，使其到两所大学的距离之和最小，请在图上确定点  $P$  的位置.



18. (1) 解不等式： $\frac{2x-1}{4} \leq \frac{3x+2}{2} - 1$ ;

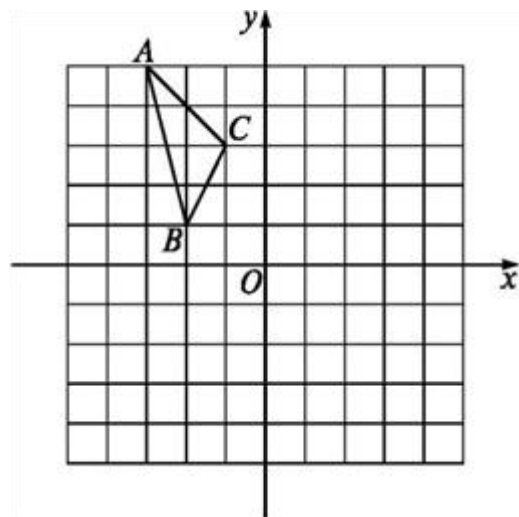
(2) 解不等式组： $\begin{cases} 2(x+2) > x+3 \\ x < \frac{x+2}{5} \end{cases}$ ，并写出其整数解.

19. 如图，在平面直角坐标系中，已知  $\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别为  $A(-3, 5)$ ， $B(-2, 1)$ ， $C(-1, 3)$ .

(1) 画出  $\triangle ABC$  经过平移后得到的  $\triangle A_1B_1C_1$ ，已知点  $C_1$  的坐标为  $(4, 0)$ ，并写出顶点  $B_1$  的坐标；

(2) 若  $\triangle ABC$  和  $\triangle A_2B_2C_2$  关于原点  $O$  成中心对称，画出  $\triangle A_2B_2C_2$ ，写出顶点  $B_2$  的坐标；

(3) 将  $\triangle ABC$  绕着点  $O$  按顺时针方向旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A_3B_3C_3$ ，画出图形并写出  $\triangle A_3B_3C_3$  顶点  $B_3$  的坐标.

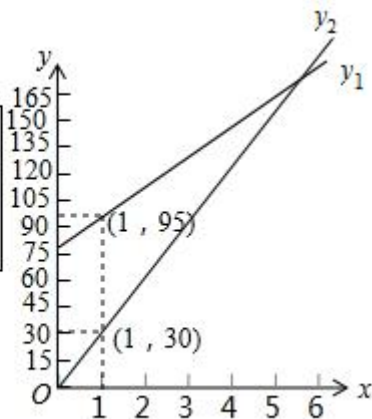


20. “十一”期间，小明一家乘坐高铁前往某市旅游，计划第二天租用新能源汽车自驾出游.



甲公司：按日收取固定租金80元，另外再按出租车时间计费；  
乙公司：无固定租金，直接以出租车时间计费，每小时的租费是30元。

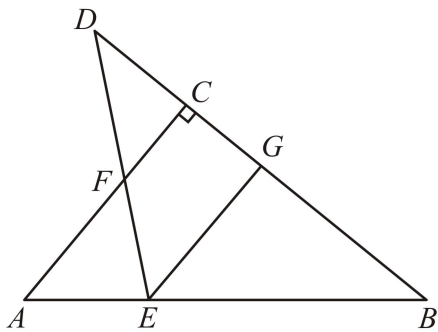
方案一：选择甲公司；  
方案二：选择乙公司。  
选择哪个方案合理呢？



根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 设租车时间为  $t$  小时，租用甲公司的车所需费用为  $y_1$  元，租用乙公司的车所需费用为  $y_2$  元，分别求出  $y_1$ 、 $y_2$  关于  $t$  的函数表达式；
- (2) 当租车时间为多少小时时，两种方案所需费用相同；
- (3) 根据 (2) 的计算结果，结合图像，请你帮助小明选择怎样的出游方案更合算。

21. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $E$  是  $BD$  的垂直平分线与  $AB$  的交点，连接  $DE$  交  $AC$  于点  $F$ 。求证：点  $E$  在  $AF$  的垂直平分线上。

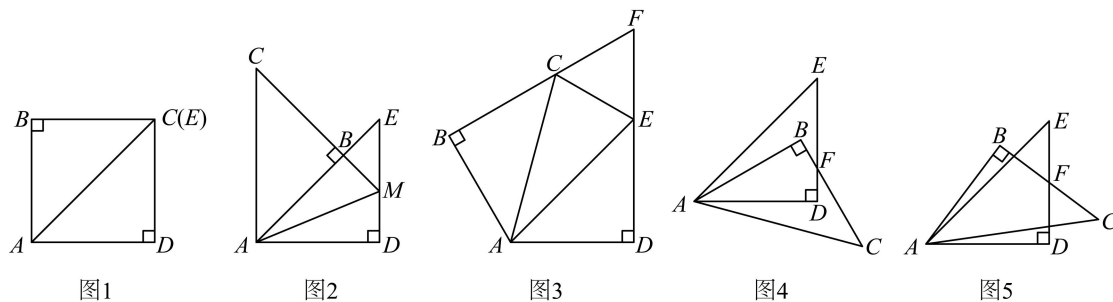


22. 利群商场准备购进甲、乙两种服装出售，甲种服装每件售价 130 元，乙种服装每件售价 100 元，每件甲种服装的进价比乙种服装的进价贵 20 元，购进 3 件甲种服装的费用和购进 4 件乙种服装的费用相等，现计划购进两种服装共 100 件，其中甲种服装不少于 65 件。

- (1) 甲、乙两种服装每件的进价分别是多少元？
- (2) 若购进这 100 件服装的费用不得超过 7500 元。
  - ① 求甲种服装最多购进多少件；
  - ② 利群商场对甲种服装每件降价  $a$  ( $0 < a < 40$ ) 元，乙种服装价格不变，如果这 100 件服装都可售完，那么如何进货才能获得最大利润？

23. 阅读情境:

在综合实践课上, 同学们探究“全等的等腰直角三角形图形变化”问题.



如图 1,  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ , 其中  $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ,  $AB = BC = AD = DE = 2$ , 此时, 点  $C$  与点  $E$  重合,

操作探究 1

(1) 小凡将图 1 中的两个全等的  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  的按图 2 方式摆放, 点  $B$  落在  $AE$  上,  $CB$  所在直线交  $DE$  所在直线于点  $M$ , 连结  $AM$ , 直接写出线段  $BM$  与线段  $DM$  的数量关系是\_.

操作探究 2

(2) 小彬将图 1 中的  $\triangle ABC$  绕点  $A$  按逆时针方向旋转角度  $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ , 然后分别延长  $BC$ ,  $DE$ , 它们相交于点  $F$ .

如图 3, 在操作中, 小彬提出如下问题, 请你解答:

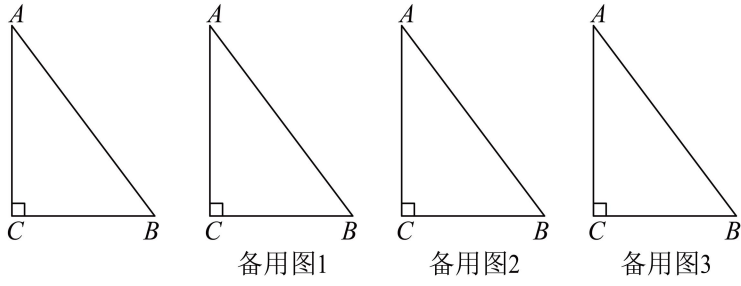
- ① 当  $\alpha = \_\circ$  时,  $AC \parallel FE$ . (直接回答即可)
- ②  $\alpha = 30^\circ$  时, 直接写出线段  $CE$  的长为\_;

操作探究 3

(3) 小颖将图 1 中的  $\triangle ABC$  绕点  $A$  按顺时针方向旋转角度  $\beta (0^\circ < \beta < 90^\circ)$ , 线段  $BC$  和  $DE$  相交于点  $F$ , 在操作中, 小颖提出如下问题, 请你解答:

- ① 如图 4, 当  $\beta = 60^\circ$  时, 线段  $CE$  的长为多少? 并说明理由;
- ② 当旋转到点  $F$  是边  $DE$  的中点时, 直接写出线段  $CE$  的长为\_.

24. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 5\text{cm}$ ,  $BC = 3\text{cm}$ , 若动点  $P$  从点  $C$  开始, 按  $C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$  的路径运动、且速度为每秒  $1\text{cm}$ , 设出发的时间为  $t$  秒.



(1) 出发 1 秒后，求  $\triangle ABP$  的周长；

(2) 当  $t$  为几秒时， $AP$  平分  $\angle BAC$ ；

(3) 问  $t$  为何值时， $\triangle BCP$  为等腰三角形？





### 参考答案:

1. A

【分析】把一个图形绕某一点旋转 $180^\circ$ ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

【详解】解：A. 是中心对称图形，故本选项符合题意；

B. 不是中心对称图形，故本选项不合题意；

C. 不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D. 不是中心对称图形，故本选项不合题意；

故选：A.

【点睛】本题主要考查了中心对称图形，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 $180^\circ$ 后与原图重合.

2. C

【分析】根据不等式的性质逐项分析即可.

【详解】解：A.  $\because a < b$ ,  $\therefore a-1 < b-1$ , 正确, 故不符合题意；

B.  $\because a < b$ ,  $\therefore 2a < 2b$ , 正确, 故不符合题意；

C. 当 $a = -2, b = -1$ 时, 满足 $a < b$ , 但 $a^2 > b^2$ , 故错误, 符合题意；

D.  $\because a < b$ ,  $\therefore -\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$ , 正确, 故不符合题意；

故选 C.

【点睛】本题考查了不等式的性质：①把不等式的两边都加(或减去)同一个整式，不等号的方向不变；②不等式两边都乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变；③不等式两边都乘(或除以)同一个负数，不等号的方向改变.

3. D

【分析】由限高图片的含义可知，车高不能超过 4.5m，同时车高不能是负数和 0，由此即可求解.

【详解】解：由题意得： $x \leq 4.5$

$\because x$  表示的是车高，

$\therefore x > 0$ ,

$\therefore 0 < x \leq 4.5$ ,

故选：D.

【点睛】本题主要考查了一元一次不等式组的实际应用，并在数轴上表示不等式的解集，解

题的关键在于能够熟练掌握解不等式的相关知识.

4. B

【分析】用反证法证明命题的真假，应先按符合题设的条件，假设题设成立，再判断得出的结论是否成立即可.

【详解】解：∵一个直角三角形有两个锐角，

∴用反证法证明命题“直角三角形中的两个锐角中至少有一个角不小于  $45^\circ$ ”时，应该假设每一个锐角都小于  $45^\circ$ ，即两个锐角都小于  $45^\circ$ .

故答案为：B.

【点睛】本题考查了反证法，解此题关键要懂得反证法的意义及步骤. 在假设结论不成立时要注意考虑结论的反面所有可能的情况，如果只有一种，那么否定一种就可以了，如果有多种情况，则必须一一否定.

5. D

【分析】根据三角形的内角和定理和勾股定理的逆定理求解即可. 本题考查了勾股定理的逆定理和三角形的内角和定理的应用，主要考查学生的辨析能力，题目比较典型，难度适中.

【详解】解：①∵  $6^2 + 8^2 = 10^2$ ，

$$\therefore a^2 + c^2 = b^2,$$

∴  $\triangle ABC$  是直角三角形，

故本选项符合题意；

$$\textcircled{2} \because \angle C = 23^\circ, \angle B = 57^\circ, \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 100^\circ,$$

∴  $\triangle ABC$  是钝角三角形，

故本选项不符合题意；

$$\textcircled{3} \because \angle B - \angle C = \angle A,$$

$$\therefore \angle A + \angle C = \angle B,$$

$$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

∴  $\triangle ABC$  是直角三角形，

故本选项符合题意；

$$\textcircled{4} \because a^2 - c^2 = b^2,$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2,$$

$\therefore \triangle ABC$  是直角三角形,

故本选项符合题意;

综上, 能够判断  $\triangle ABC$  为直角三角形的有 3 个,

故选: D.

6. B

**【分析】** 本题考查了生活中平移现象, 利用平移可知, 阴影区域可看作是长为  $(12-2-2)$  米, 宽为 6 米的长方形, 然后进行计算即可.

**【详解】** 解: 由题意可得: 种植鲜花的面积为  $(12-2-2) \times 6 = 48 (\text{m}^2)$ .

故选: B.

7. A

**【分析】** 本题考查了线段垂直平分线的性质. 到三个村的距离相等, 即到三角形三个顶点的距离相等, 在三角形中, 只有三边垂直平分线的交点到各顶点距离相等.

**【详解】** 解:  $\because$  在三角形中, 只有三边垂直平分线的交点到各顶点距离相等,

$\therefore$  广场应建在三条边的垂直平分线的交点处.

故选: A.

8. C

**【分析】** 根据角平分线的定义和三角形内角和定理判断①; 根据角平分线的定义和平行线的性质判断②; 根据三角形三边关系判断③; 根据角平分线的性质判断④.

**【详解】**  $\because \angle BAC$  和  $\angle ABC$  的平分线相交于点  $O$ ,

$$\therefore \angle OBA = \frac{1}{2} \angle CBA, \quad \angle OAB = \frac{1}{2} \angle CAB,$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle OBA - \angle OAB$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} \angle CBA - \frac{1}{2} \angle CAB$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \angle C)$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C, \quad \text{①正确;}$$

$\because EF \parallel AB$ ,

$\therefore \angle FOB = \angle ABO$ , 又  $\angle ABO = \angle FBO$ ,

$\therefore \angle FOB = \angle FBO$ ,

$$\therefore FO=FB,$$

同理  $EO=EA$ ,

$$\therefore AE+BF=EF, \text{ ②正确};$$

当  $\angle C=90^\circ$  时,  $AE+BF=EF < CF+CE$ ,

$\therefore E, F$  不是  $AC, BC$  的中点, ③错误;

作  $OH \perp AC$  于  $H$ ,

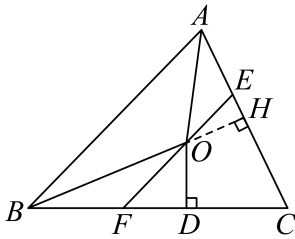
$\because \angle BAC$  和  $\angle ABC$  的平分线相交于点  $O$ ,

$\therefore$  点  $O$  在  $\angle C$  的平分线上,

$$\therefore OD=OH,$$

$$\therefore S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2} \times CF \times OD + \frac{1}{2} \times CE \times OH = ab, \text{ ④正确}.$$

故选 C.



**【点睛】** 本题考查角平分线的性质, 平行线的性质, 等腰三角形的判定与性质. 熟练掌握定理, 并能灵活运用是解决此题的关键.

9. 两个锐角互余的三角形是直角三角形

**【分析】** 找出原命题的条件和结论, 再把原命题的条件变为逆命题的结论, 把原命题的结论变为逆命题的条件即可求解.

**【详解】** 解: 命题“直角三角形两锐角互余”的逆命题是: 两个锐角互余的三角形是直角三角形,

故答案为: 两个锐角互余的三角形是直角三角形.

**【点睛】** 本题考查了写出原命题的逆命题, 熟练掌握命题的条件和结论是解题的关键.

10. -6

**【分析】** 把  $a$  和  $b$  当做已知数, 分别求解两个不等式, 根据不等式组的解集, 得出

$2b+3=-1, \frac{a+1}{2}=1$ , 求出  $a$  和  $b$  的值, 最后将  $a$  和  $b$  的值代入即可求解.

$$\text{【详解】解: } \begin{cases} 2x-a < 1 \text{ ①} \\ x-2b > 3 \text{ ②} \end{cases},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/397162044056006102>