在高考数学考试大纲中对运算能力的描述如下：

- 运算能力：会根据法则、公式进行正确运算、变形和数据处理；
- 能根据问题的条件和目标，寻找与设计合理、简捷的运算途径；
- 能根据要求对数据进行估计和近似计算。
- 运算能力是思维能力和运算技能的结合.
- 运算包括对数值的计算、估值和近似计算，
- 对式子的组合变形与分解变形，
- 对几何图形各几何量的计算求解等.

一.运算能力：包括分析运算条件、探究运算方向、选择运算公式、确定运算程序等一系列过程中的思维能力，

也包括在实施运算过程中遇到**障碍**而**调整**运算的能力以及实施运算和计算的技能.

对运算能力的考查：主要是对**算理**和逻辑推理的考查，考查时以代数运算为主，同时也考查估算、简算.

二. 运算包括

1. 数字的计算、估值和近似计算,

2. 式子的组合变形与分解变形,

3. 几何图形各几何量的计算求解

三. 运算能力包括

分析运算条件、探究运算方向、选择运算公式、确定运算程序，调整运算的能力以及实施运算和计算的技能.

四、影响运算能力的心理因素

（1）固定的思维方法

（2）缺乏比较意识

五、运算能力的四个要素：

准确程度 合理程度 简捷程度 快慢程度.

六、运算能力及其特点

（1）运算能力的层次性

①计算的准确性——基本要求；

②计算的合理、简捷、迅速——较高要求；

③计算的技巧性、灵活性——高标准要求。

（2）运算能力的综合性

函数奇偶性的判断：通常教师都采取定义的方法，即作如下变形：

这个“…”的过程对有些题目技巧过高，对理解函数奇偶性的一般性也不利。

$$f(-x)=\square=-f(x)\text{或}f(x)$$

例 1：判断函数 $f(x)=\lg\frac{1-x}{1+x}$ 的奇偶性，

如下方法对不部分学生的运算要求过高

法一：

$$f(-x)=\lg\frac{1-(-x)}{1+(-x)}=\lg\frac{1+x}{1-x}=$$

$$\lg\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{-1}=-\lg\frac{1-x}{1+x}=-f(x)$$

题目的难点在于对分式的变形，

即从$\lg\frac{1+x}{1-x}=\lg\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{-1}$的变形

至少不自然，实际上它更多的是记忆的范畴，增加了学生记忆的负担

法二：

$$f(-x)+f(x)=\lg\frac{1+x}{1-x}+\lg\frac{1-x}{1+x}=$$

其优点是非常自然地使用了
对数运算性质进行运算，
即设计合理、简捷的运算途径。

$$\lg\frac{1+x}{1-x}\cdot\frac{1-x}{1+x}=\lg 1=0$$

同理判断函数 f(x) $= \lg(\sqrt{1+x^2}-x)$ 的奇偶性也一样，法一：

$$f(-x) = \lg(\sqrt{1+x^2}+x)$$

$$= \lg\frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x} =$$

$$-\lg(\sqrt{1+x^2}-x) = -f(x)$$

题目的难点是我们称为“分子有理化”的变形，这对于习惯了“分母有理化”的学生从记忆潜意识上是不接受的，当然你的目的是为了训练“分子有理化”的变形又另当别论.

例 2：需要通过关于 x 的方程

$$(5-4k^2)x^2-8kmx-4m^2-20=0$$

的判别式整理出 k,m 满足的不等式,

$$\Delta=(-8km)^2+4(5-4k^2)(4m^2+20)>0$$

,

如果学生不懂算理，会按部就班的进行化简整理，
殊不知常数 16 是可以先约去的，
进而准确得出结论.

例 3. 点斜式求直线方程： $y-y_0=k(x-x_0)$

大家可以做实验进行对比：

已知直线的斜率 $k=-\frac{2}{3}$ ，且过点 $(-\frac{1}{2},\frac{4}{3})$ 求直线的方程.

方法一：化简整理为 $y-\frac{4}{3}=-\frac{2}{3}(x+\frac{1}{2})$

$$2x+3y-3=0$$

这个过程中会有粗心马虎的学生
因为分数和符号的问题
出现结果的不正确

方法二：因为斜率 $k=-\frac{2}{3}$，所以直线方程可设为

$2x+3y+c=0$，易得 $c=-3$，

在这个运算过程中，就是粗心马虎的学生也不容易出错.

1）解析几何中关于弦的中点问题也是常见问题之一，要坚持用“遇到中点，不妨相减”方法来处理这类题目，因为它的计算比联立、消元、再利用韦达定理简化的太多，而且要让学生熟记它的最后形式，

即 $b^2x_0 \pm ka^2y_0 = 0$ 和 $ky_0 = p$，它可以理顺出解题的思路.

例 4（全国 II 卷文 15）已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点，A, B 是 C 上的两个点，线段 AB 的中点为 $M(2,2)$，则 $\triangle ABF$

设过 **M** 的直线方程为 $y-2=k(x-2)$

$$\begin{cases} y-2=k(x-2) \\ y^2=4x \end{cases} \Rightarrow k^2x^2+(4k-4k^2-4)x+4(k-1)^2=0$$

$$x_1+x_2=\frac{4k^2-4k+4}{k^2}=4\Rightarrow k=1$$

于是直线方程为

$$y=x$$

, A（0，0）、B（4，4）

∴

$$|AB|=4\sqrt{2}$$

，焦点 F（1，0）到直线

$$y=x$$

$$d=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\triangle ABF$$

正确方法：

$$y_1^2=4x_1, y_2^2=4x_2 \qquad y_1^2-y_2^2=4(x_1-x_2)$$

$$(y_1+y_2)k=4 \qquad \Rightarrow k=1$$

2）圆锥曲线方程的设法：凡是求曲线方程时，如果已知条件与 a、b、c、p 无关，可设方程为 $mx^2+ny^2=1$ 或 $y^2=ax$

这样可简化韦达定理和判别式的形式，无论后续是使用弦长公式还是向量都会简化运算

3）焦点弦长：一般弦长公式和焦点弦长公式在运算量上的差异是很大的，一定让学生正确选择

4）解关于 a、b、c 的方程

5） $e^2 = 1 \pm (\frac{b}{a})^2$

例 5.（全国II卷理 11）等腰三角形两腰所在直线的方程分别为$x+y-2=0$　$x-7y-4=0$

$-\frac{1}{3}$　$-\frac{1}{2}$

$l_1: x+y-2=0, k_1=-1$　$l_2: x-7y-4=0, k_2=\frac{1}{7}$

$l_3: y=kx$

由题意，l_3 到 l_1 所成的角等于 l_2 到 l_3 所成的角于是有

$$\frac{k_1 - k}{1 + k_1 k} = \frac{k - k_2}{1 + k_2 k} \Rightarrow \frac{k+1}{k-1} = \frac{7k-1}{7+3}$$

再将A、B、C、D代入验证得正确答案是A

本题是由教材的一个例题改编而成。（人教版 P49 例 7）

例6.设椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $M(\sqrt{2},1)$，且左焦点为 $F_1(-\sqrt{2},0)$

（1）求椭圆的方程；(08安徽理22)

$$\begin{cases} c^2=2 \\ \dfrac{2}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1 \\ c^2=a^2-b^2 \end{cases}$$ 解得：$a^2=4, b^2=2$

若利用椭圆的定义，相对运算量较小。

例 7.（2006 江苏 17）三点 P（5，2）、F_1（－6，0）、F_2 求以

F_1、F_2 为焦点且过点 P 的椭圆的标准方程.

解：由题意：

$$c^2=36,\frac{25}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1,\ b^2=a^2-c^2$$

解得

$$a^2=45,\ b^2=9,$$

所求椭圆的标准方程为

$$\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{9}=1$$

我们看看是怎样解得的： $\dfrac{25}{a^2}+\dfrac{4}{a^2-36}=1$

$$25(a^2-36)+4a^2=a^2(a^2-36)$$

$$a^4-65a^2+25\times36=0\ldots\ldots25\times36=900$$

$$a^2=45\text{或}a^2=20(\text{舍}),$$

$$\left|PF_1\right| + \left|PF_2\right| = 2a =$$

$$\sqrt{11^2 + 2^2} + \sqrt{1^2 + 2^2} = 6\sqrt{5}$$

$$a = 3\sqrt{5}, b^2 = a^2 - c^2 = 45 - 36 = 9$$