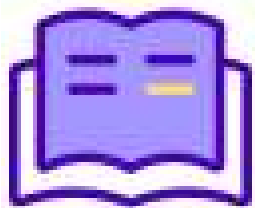


# 六年级沪教版数学下册期中考点大串讲



## 串讲02 一次方程（组）和一次不等式（组）



# 目

# 录

01



考点透视

02



典例剖析

03



易错易混

04



技巧总结

05



考场练兵

# 考点透视

## 一、方程的有关概念

1. **方程**：含有未知数的等式叫做方程。
2. **一元一次方程的概念**：只含有一个未知数，未知数的次数都是1，等号两边都是整式，这样的方程叫做一元一次方程。
3. **方程的解**：使方程左右两边的值相等的未知数的值叫做方程的解。
4. **解方程**：求方程解的过程叫做解方程。

## 二、等式的性质

- 1. 等式的性质1:** 等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 结果仍相等. 如果  $a=b$ , 那么  $a \pm \underline{c} = b \pm c$ .
- 2. 等式的性质2:** 等式两边乘同一个数, 或除以同一个不为 0 的数, 结果仍相等. 如果  $a=b$ , 那么  $ac = \underline{bc}$ ; 如果  $a = b (c \neq 0)$ , 那么  $\frac{a}{c} = \underline{\frac{b}{c}}$ .

### 三、一元一次方程的解法

解一元一次方程的一般步骤：

- (1) **去分母**：方程两边都乘各分母的最小公倍数，别漏乘.
- (2) **去括号**：注意括号前的系数与符号.
- (3) **移项**：把含有未知数的项移到方程的左边，常数项移到方程右边，移项注意要改变符号.
- (4) **合并同类项**：把方程化成  $ax = b$  ( $a \neq 0$ ) 的形式.
- (5) **系数化为1**：方程两边同除以  $x$  的系数，得  $x = m$  的形式.

## 四、实际问题与一元一次方程

### 1. 列方程解决实际问题的步骤：

**审：** 审清题意，分清题中的已知量、未知量.

**设：** 设未知数，设其中某个未知量为 $x$ .

**列：** 根据题意寻找等量关系列方程.

**解：** 解方程.

**验：** 检验方程的解是否符合题意.

**答：** 写出答案 (包括单位).

审题是基础，找  
等量关系是关键.

## 2. 常见的几种方程类型及等量关系：

### (1) 行程问题中基本量之间关系：

路程 = 速度 × 时间.

#### ① 相遇问题：

全路程 = 甲走的路程 + 乙走的路程；

#### ② 追及问题：

甲为快者，被追路程 = 甲走路程 - 乙走路程；

#### ③ 流水行船问题：

$$v_{\text{顺}} = v_{\text{静}} + v_{\text{水}}, \quad v_{\text{逆}} = v_{\text{静}} - v_{\text{水}}.$$

## (2) 工程问题中基本量之间的关系：

- ① 工作量 = 工作效率 × 工作时间；
- ② 合作的工作效率 = 工作效率之和；
- ③ 工作总量 = 各部分工作量之和 = 合作的工作效率 × 工作时间；
- ④ 在没有具体数值的情况下，通常把工作总量看做1.



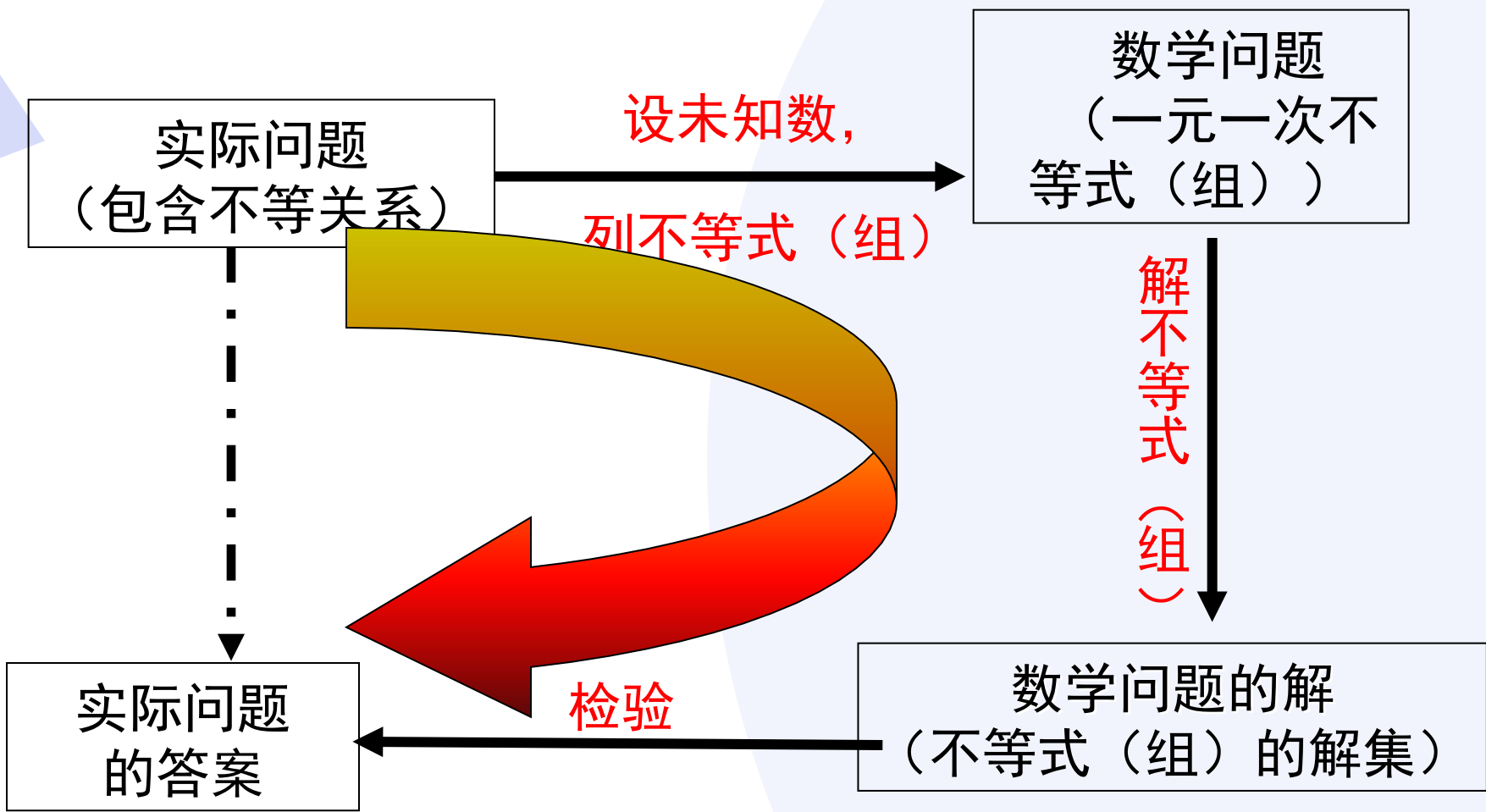
### (3) 销售问题中基本量之间的关系：

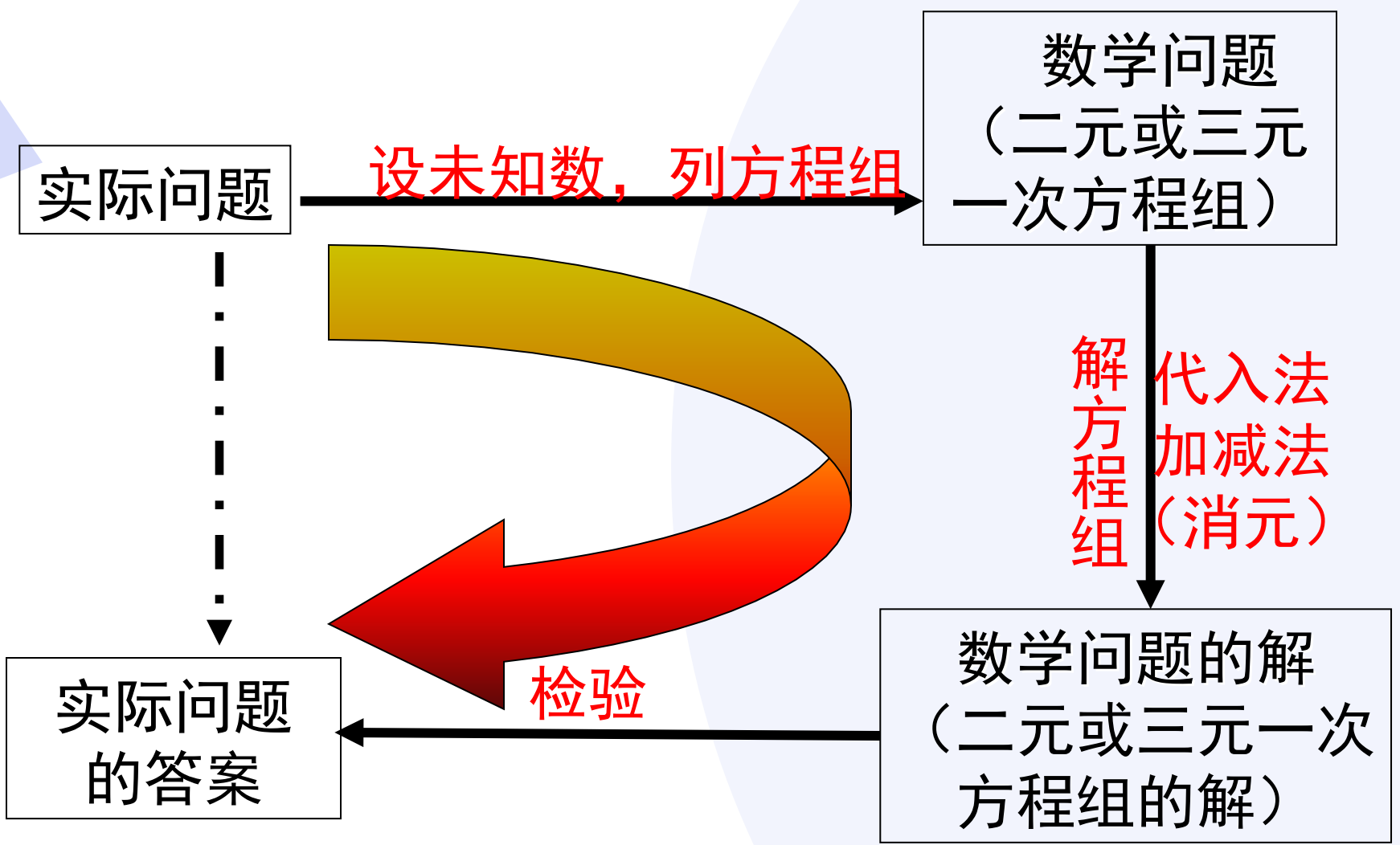
① 商品利润 = 商品售价 - 商品进价；

② 利润率 =  $\frac{\text{商品利润}}{\text{商品进价}} \times 100\%$ ；

③ 商品售价 = 标价  $\times \frac{\text{折扣数}}{10}$ ；

④ 商品售价 = 商品进价 + 商品利润  
= 商品进价 + 商品进价  $\times$  利润率  
= 商品进价  $\times (1 + \text{利润率})$ .





# 典例剖析

## 类型一：一元一次方程

一元一次方程必须满足的条件：(1)是整式方程；(2)只含有一个未知数(一元)；(3)未知数的次数都是1(一次)，三者缺一不可. 二元一次方程满足的条件：①是整式方程；②方程组中有两个未知数；③未知项的次数是1.

【例1】下列各式是一元一次方程的有 1 个.

(1)  $\frac{3}{4}x = \frac{1}{2}$ ; (2)  $3x - 2$ ; (3)  $\frac{1}{7}y - \frac{1}{5} = \frac{2}{3}x - 1$ ; (4)  $1 - 7y^2 = 2y$ ; (5)  $x - 1 = \frac{2}{x}$ .

【思路分析】(1)是，因为含有一个未知数，并且未知数的次数是1；(2)不是，因为 $3x - 2$ 不是等式；(3)不是，因为它含有两个未知数 $x$ 、 $y$ ；(4)不是，因为它的未知数的最高次数为2，不是1；(5)不是，因为 $\frac{2}{x}$ 的分母中含有未知数不是整式.

【方法归纳】首先应将原方程化简，整理，然后再判断是否满足下列条件：①未知数只有一个；②未知数的指数是1；③未知数不能在分母里，并符合整式方程的要求.

类型二：根据一元一次方程的概念求字母的值.

**【例 2】**若 $(m+2)x^{|m|-1}=4$ 是关于  $x$  的一元一次方程，求  $m$  的值.

**【思路分析】**由一元一次方程的概念可知，未知数的次数为 1，未知数的系数不为 0，由此列出关于  $m$  的方程求解即可.

**【规范解答】**由一元一次方程的概念可得  $m+2 \neq 0$  且  $|m|-1=1$ ，所以  $m \neq -2$  且  $m = \pm 2$ ，所以  $m=2$ ，即  $m$  的值为 2.

**【方法归纳】**在利用一元一次方程的定义确定字母的值时，如果只根据未知数的次数为 1，求出字母的值，结果不一定正确，因为求出的字母的值可能会使未知数的系数为 0，此时即使未知数的次数为 1，也不是一元一次方程.

类型三：通过方程的解，确定字母的值.

**【例3】** 已知  $x = -1$  是关于  $x$  的方程  $3n - 5nx = 3 - n$  的解，求  $n$  的值.

**【思路分析】** 将  $x$  的值代入原方程中，再解方程求出字母的值.

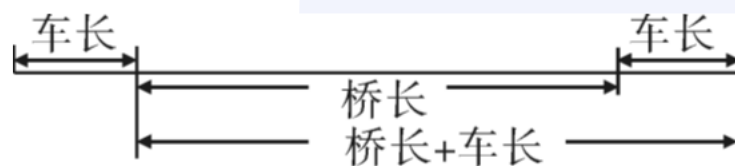
**【规范解答】** 将  $x = -1$  代入原方程中得  $3n + 5n = 3 - n$ ，移项，得  $3n + 5n + n = 3$ ，合并同类项，得  $9n = 3$ ，系数化为1，得  $n = \frac{1}{3}$ .

**【方法归纳】** 把方程的解代入方程，将原方程转化为只含有一个未知数的方程，再求解.

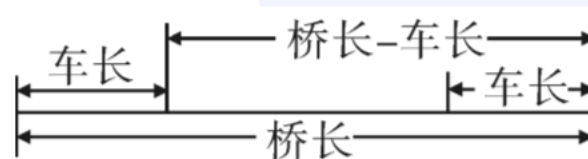
#### 类型四：方程的应用.

**【例 4】**一座铁路桥长  $1200\text{m}$ ，现有一列火车从桥上通过，测得火车从上桥到完全通过桥共用时  $50\text{s}$ ，整列火车在桥上的时间为  $30\text{s}$ ，求火车的长度和速度.

**【思路分析】**火车“完全过桥”是指从火车头上桥到火车尾离桥，如图.



而“火车完全在桥上”是指火车尾上桥到火车头离桥，如图.



**【规范解答】** 设火车的长度为  $x\text{m}$ . 依题意有  $\frac{1200+x}{50} = \frac{1200-x}{30}$ . 解得  $x=300$ .

则  $\frac{1200+x}{50} = \frac{1200+300}{50} = 30(\text{m/s})$ . 故火车长为  $300\text{m}$ , 火车的速度为  $30\text{m/s}$ .

**【方法归纳】** “图示法”解决行程问题方便：行程问题一般比较复杂，不易寻找等量关系，因此我们在解决行程问题时画出示意图，根据图示找出等量关系，本题通过设火车的长度为未知数，根据图示可知火车的速度可以用两个不同的式子表示，令两个式子相等可列出方程，再求解方程即可。



## 类型五：不等式的性质

【例 5】已知  $a < b$ ，下列四个不等式中不正确的是( **B** )

A.  $4a < 4b$

B.  $-4a < -4b$

C.  $a+4 < b+4$

D.  $a-4 < b-4$

【思路分析】 若  $a < b$ ，由性质 1，在不等式的两边都加上 4，不等号的方向不改变，得  $a+4 < b+4$ ，在不等式的两边都减去 4，不等号的方向不改变，得  $a-4 < b-4$ ，故 C、D 选项都正确；由性质 2，在不等式的两边都乘以 4，不等号的方向不改变，得  $4a < 4b$ ，故 A 选项也正确；由性质 3，在不等式的两边都乘以  $-4$ ，不等号的方向改变，得  $-4a > -4b$ 。故选项 B 不正确。

## 类型六：一元一次不等式及其解集

**【例 6】** 阅读理解：我们把  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  称作二阶行列式，规定它的运算法则为

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc. \text{ 如 } \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 2 \times 3 = -2. \text{ 如果有 } \begin{vmatrix} 2 & 3^{-x} \\ 1 & x \end{vmatrix} > 0, \text{ 求 } x$$

的取值范围.

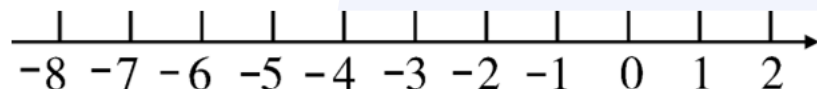
**【思路分析】** 首先要看懂题目所给的运算法则，再根据法则得到  $2x - (3 - x) > 0$ ，然后去括号、移项、合并同类项，再把  $x$  的系数化为 1 即可.

**【规范解答】** 由题意，得  $2x - (3 - x) > 0$ . 去括号，得  $2x - 3 + x > 0$ . 移项，合并同类项，得  $3x > 3$ . 系数化为 1，得  $x > 1$ .

## 类型七：不等式组及其解集

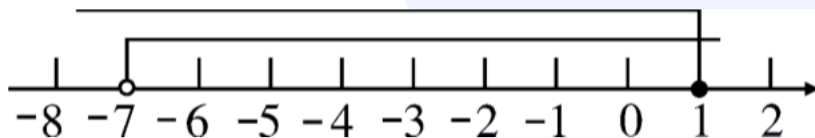
【例 7】(黔东南中考)解不等式组  $\begin{cases} x-3(x-2) \geq 4 \\ \frac{2x-1}{5} < \frac{x+1}{2} \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来.

示出来.



【思路分析】 先解不等式组中的一个不等式，再根据大大取较大，小小取较小，大小小大取中间，大大小小无解，把它们的解集用一条不等式表示出来.

【规范解答】 由①得： $-2x \geq -2$ ，即  $x \leq 1$ ，由②得： $4x - 2 < 5x + 5$ ，即  $x > -7$ ，所以  $-7 < x \leq 1$ . 在数轴上表示为：



## 类型八：不等式的应用

**【例 8】**(怀化中考)为加强中小學生安全教育，某校组织了“防溺水”知识竞赛，对表现优异的班级进行奖励，学校购买了若干副乒乓球拍和羽毛球拍，购买 2 副乒乓球拍和 1 副羽毛球拍共需 116 元；购买 3 副乒乓球拍和 2 副羽毛球拍共需 204 元.

(1)求购买 1 副乒乓球拍和 1 副羽毛球拍各需多少元；

(2)若学校购买乒乓球拍和羽毛球拍共 30 副，且支出不超过 1480 元，则最多能够购买多少副羽毛球拍？

**【思路分析】**(1)设购买一副乒乓球拍  $x$  元，一副羽毛球拍  $y$  元，由购买 2 副乒乓球拍和 1 副羽毛球拍共需 116 元，购买 3 副乒乓球拍和 2 副羽毛球拍共需 204 元，可得出方程组，解出即可；

(2)设可购买  $a$  副羽毛球拍，则购买乒乓球拍  $(30-a)$  副，根据购买球拍的总费用不超过 1480 元建立不等式，求出其解即可.

**【规范解答】** (1) 设购买一副乒乓球拍  $x$  元，一副羽毛球拍  $y$  元，由题意，

$$\text{得} \begin{cases} 2x + y = 116 \\ 3x + 2y = 204 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 28 \\ y = 60 \end{cases}.$$

答：购买一副乒乓球拍 28 元，一副羽毛球拍 60 元；

(2) 设可购买  $a$  副羽毛球拍，则购买乒乓球拍  $(30 - a)$  副，由题意，得  $60a + 28(30 - a) \leq 1480$ . 解得  $a \leq 20$ .

答：这所中学最多可购买 20 副羽毛球拍.

## 类型九：二元一次方程组及其解

【例 9】已知  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  是方程组  $\begin{cases} ax+by=5 \\ bx+ay=1 \end{cases}$  的解，则  $a+b$  的值是( B )

A. -1

B. 2

C. 3

D. 4

【思路分析】 此题考查了二元一次方程组的解，方程组的解即为能使方程组中两方程都成立的未知数的值.

【规范解答】 B. 把  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  代入方程组，得  $\begin{cases} 2a+b=5 & \textcircled{1} \\ 2b+a=1 & \textcircled{2} \end{cases}$ ， $\textcircled{1}+\textcircled{2}$ ，得

$3a+3b=6$ . 等式两边都除以 3，得  $a+b=2$ . 故选 B.

## 类型十：列方程组解应用题

**【例 10】**为满足市民对优质教育的需求，某中学决定改变办学条件，计划拆除一部分旧校舍，建造新校舍．拆除旧校舍每平方米需 80 元，建造新校舍每平方米需 700 元，该校计划在一年内拆除旧校舍与建造新校舍共  $7200\text{m}^2$ ，在实施中为扩大绿化面积，新建校舍只完成了计划的 80%，拆除校舍则超过了计划的 10%，结果恰好完成了原计划的拆、建的总面积．

(1)求原计划拆、建面积各是多少平方米？

(2)若绿化  $1\text{m}^2$  需 200 元，那么在实际完成的拆、建工程中节余的资金大约可绿化多少平方米？

**【思路分析】** 根据原计划与实际实施中“拆除旧校舍面积+建造新校舍面积=拆、建总面积”的关系，可以建立二元一次方程组.

**【规范解答】** (1)设原计划拆、建面积分别是  $xm^2$ 、 $ym^2$ ，根据题意，得

$$\begin{cases} x+y=7200 \\ (1+10\%)x+80\%y=7200 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=4800 \\ y=2400 \end{cases}. \text{所以，原计划拆除旧校舍}$$

$4800m^2$ ，新建校舍  $2400m^2$ ；

(2)原计划所需费用为  $4800 \times 80 + 2400 \times 700 = 2064000$ (元)，实际施工的费用为  $(1+10\%) \times 4800 \times 80 + 2400 \times 80\% \times 700 = 1766400$ (元). 所以节约资金： $2064000 - 1766400 = 297600$ (元)，可以用来实施绿化  $2976000 \div 200 = 1488(m^2)$ .



## 类型十一:三元一次方程组

【例 11】解方程组 
$$\begin{cases} 2x+4y+3z=9 & \text{①} \\ 3x-2y+5z=11 & \text{②} \\ 5x-6y+7z=13 & \text{③} \end{cases} .$$

【思路分析】 观察方程组中的三个方程,发现未知数  $y$  的系数部分成倍数关系,因此可考虑先消去  $y$ .

【规范解答】 ①+② $\times$ 2,得  $8x+13z=31$ ④, ② $\times$ 3-③,得  $4x+8z=20$ ,

即  $x+2z=5$ ⑤, 由④⑤组成方程组,得 
$$\begin{cases} 8x+13z=31 \\ x+2z=5 \end{cases} , \text{解得} \begin{cases} x=-1 \\ z=3 \end{cases} .$$

把  $x=-1, z=3$  代入②,得  $y=0.5$ .所以原方程组的解为 
$$\begin{cases} x=-1 \\ y=0.5 \\ z=3 \end{cases} .$$

# 技巧总结

## 技巧1: 巧求不等式(组)中参数的取值(范围)

强化角度1 根据不等式(组)的解集确定取值范围

1. 已知一元一次不等式组  $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$  ( $a \neq b$ ) 的解集为  $x < a$ , 则( B )

A.  $a > b$

B.  $a < b$

C.  $a > b > 0$

D.  $a < b < 0$

2. 若不等式组  $\begin{cases} x - b < 0 \\ x + a > 0 \end{cases}$  的解集为  $2 < x < 3$ , 则  $a$ 、 $b$  的值分别为( A )

A.  $-2, 3$

B.  $2, -3$

C.  $3, -2$

D.  $-3, 2$

3. 若关于 $x$ 的一元一次不等式组  $\begin{cases} x-a > 0 \\ 1-2x > x-2 \end{cases}$  无解, 则 $a$ 的取值范围是

( A )

A.  $a \geq 1$

B.  $a > 1$

C.  $a \leq -1$

D.  $a < -1$

4. 如果关于 $x$ 的不等式 $(a-1)x < a+5$ 和 $2x < 4$ 的解集相同, 则 $a$ 的值为 7.

5. 若不等式组  $\begin{cases} x > a \\ 3x+2 < 4x-1 \end{cases}$  的解集是 $x > 3$ , 则 $a$ 的取值范围是  $a \leq 3$ .

6. 关于x的不等式组 
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} > x-1 \\ \frac{1}{2}x-3k < 0 \end{cases}$$

的解集为  $x < 2$ ，求  $k$  的取值范围.

解: 
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} > x-1 & \text{①} \\ \frac{1}{2}x-3k < 0 & \text{②} \end{cases}$$

, 由①得  $x < 2$ , 由②得  $x < 6k$ . 由题知  $x < 2$ , 则

$$6k \geq 2, \quad k \geq \frac{1}{3}.$$

## 强化角度2 根据不等式(组)的特殊解确定取值范围

7. 不等式组  $\begin{cases} x > a \\ x < 3 \end{cases}$  的整数解有三个, 则  $a$  的取值范围是( A )

A.  $-1 \leq a < 0$       B.  $-1 < a \leq 0$

C.  $-1 \leq a \leq 0$       D.  $-1 < a < 0$

8. (荆门中考)已知关于  $x$  的不等式  $3x - m + 1 > 0$  的最小整数解为 2, 则实数  $m$  的取值范围是( A )

A.  $4 \leq m < 7$       B.  $4 < m < 7$

C.  $4 \leq m \leq 7$       D.  $4 < m \leq 7$

9. 如果不等式  $3x - m \leq 0$  的正整数解是 1、2、3, 那么  $m$  的范围是  $9 \leq m < 12$ .

10. 若不等式 $x < a$ 只有4个正整数解, 则 $a$ 的取值范围是  $4 < a \leq 5$ .

11. 若关于 $x$ 的不等式组 $\begin{cases} x - a \geq 0 \\ x - 2 < 0 \end{cases}$ 的整数解有4个, 则 $a$ 的取值范围是  $-3 < a \leq -2$ .

12. 试确定 $a$ 的取值范围, 使不等式组:  $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{x+1}{3} > 0 \\ x + \frac{5a+4}{3} > \frac{4}{3}(x+1) + a \end{cases}$  恰有两个整数解.

解: 解原不等式组得 $-\frac{2}{5} < x < 2a$ .  $\because$ 原不等式组恰好有两个整数解,  $\therefore$ 整数

解 $x=0, 1$ ,  $\therefore 1 < 2a \leq 2$ ,  $\therefore \frac{1}{2} < a \leq 1$ .

## 技巧2：利用不等式设计最佳方案问题

### 强化角度1 通过计算比较选择最佳方案

1. 甲、乙两商场以同样的价格出售同样的商品，并且又各自推出不同的优惠方案：在甲商场累计购物超过200元后，超出200元的部分按90%收费；在乙商场累计购物超过100元后，超出100元的部分按95%收费。你认为当累计购物为多少元时在乙商场购物比较划算？

解：当累计购物不超过100元时，在甲乙两商场购物花费都一样；当累计购物超过100元且不超出200元时在乙商场购物比较划算；当累计购物超过200元时，设累计购物为 $x(x > 200)$ 元时，在乙商场购物比较划算。根据题意，得 $100 + 0.95(x - 100) < 200 + 0.9(x - 200)$ ，解得 $x < 300$ 。综上所述，当累计购物超过100元而不到300元时，在乙商场购物比较划算。

2. (广州中考)友谊商店A型号笔记本电脑的售价是 $a$ 元/台. 最近, 该商店对A型号笔记本电脑举行促销活动, 有两种优惠方案. 方案一: 每台按售价的九折销售; 方案二: 若购买不超过5台, 每台按售价销售; 若超过5台, 超过的部分每台按售价的八折销售. 某公司一次性从友谊商店购买A型号笔记本电脑 $x$ 台.

(1)当 $x=8$ 时, 应选择哪种方案, 该公司购买费用最少? 最少费用是多少元?

(2)若该公司采用方案二购买更合算, 求 $x$ 的取值范围.



解：设购买A型号笔记本电脑 $x$ 台时的费用为 $w$ 元，(1)当 $x=8$ 时，方案一： $w=90\%a\times 8=7.2a$ ，方案二： $w=5a+(8-5)a\times 80\%=7.4a$ ， $\therefore$ 当 $x=8$ 时，应选择方案一，该公司购买费用最少，最少费用是 $7.2a$ 元；

(2) $\because$ 若该公司采用方案二购买更合算， $\therefore x>5$ ，方案一： $w=90\%ax=0.9ax$ ，方案二：当 $x>5$ 时， $w=5a+(x-5)a\times 80\%=5a+0.8ax-4a=a+0.8ax$ ，则 $0.9ax>a+0.8ax$ ， $x>10$ ， $\therefore x$ 的取值范围是 $x>10$ .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/405041214123011142>