

## 2023 年高考数学模拟试卷

### 注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若数列  $\{a_n\}$  为等差数列，且满足  $3 + a_5 = a_3 + a_8$ ， $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，则  $S_{11} = ( \quad )$

- A. 27                      B. 33                      C. 39                      D. 44

2. 设点  $A, B, C$  不共线，则“ $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \perp \overrightarrow{BC}$ ”是“ $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ ” (  $\quad$  )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件                      D. 既不充分又不必要条件

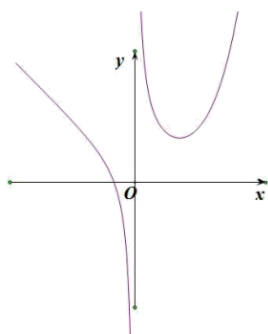
3. 已知随机变量  $X$  服从正态分布  $N(1, 4)$ ， $P(X > 2) = 0.3$ ， $P(X < 0) = ( \quad )$

- A. 0.2                      B. 0.3                      C. 0.7                      D. 0.8

4. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1，平面  $\alpha$  与此正方体相交. 对于实数  $d (0 < d < \sqrt{3})$ ，如果正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的八个顶点中恰好有  $m$  个点到平面  $\alpha$  的距离等于  $d$ ，那么下列结论中，一定正确的是

- A.  $m \neq 6$                       B.  $m \neq 5$   
C.  $m \neq 4$                       D.  $m \neq 3$

5. 若函数  $f(x)$  的图象如图所示，则  $f(x)$  的解析式可能是 (  $\quad$  )



- A.  $f(x) = \frac{e^x + x}{x}$     B.  $f(x) = \frac{1 - x^2}{x}$     C.  $f(x) = \frac{e^x - x}{x}$     D.  $f(x) = \frac{x + 1}{x^2}$

6. 设  $i$  为数单位， $\bar{z}$  为  $z$  的共轭复数，若  $z = \frac{1}{3 + i}$ ，则  $z \cdot \bar{z} = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{10}$                       B.  $\frac{1}{10}i$                       C.  $\frac{1}{100}$                       D.  $\frac{1}{100}i$

7. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $(S_n+1)(S_{n+2}+1) = (S_{n+1}+1)^2$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ),  $a_1=1, a_2=2$ , 则  $S_n = ( \quad )$

- A.  $\frac{n(n+1)}{2}$       B.  $2^{n+1}$       C.  $2^n - 1$       D.  $2^{n+1} + 1$

8. 在三棱锥  $D-ABC$  中,  $AB=BC=CD=DA=1$ , 且  $AB \perp BC, CD \perp DA$ ,  $M, N$  分别是棱  $BC, CD$  的中点, 下面四个结论:

- ①  $AC \perp BD$ ;  
 ②  $MN //$  平面  $ABD$ ;  
 ③ 三棱锥  $A-CMN$  的体积的最大值为  $\frac{\sqrt{2}}{12}$ ;  
 ④  $AD$  与  $BC$  一定不垂直.

其中所有正确命题的序号是 (  $\quad$  )

- A. ①②③      B. ②③④      C. ①④      D. ①②④

9. 《九章算术》有如下问题: “今有金篋, 长五尺, 斩本一尺, 重四斤; 斩末一尺, 重二斤, 问次一尺各重几何?”意思是: “现在有一根金篋, 长五尺在粗的一端截下一尺, 重 4 斤; 在细的一端截下一尺, 重 2 斤, 问各尺依次重多少?”按这一问题的假设, 假设金篋由粗到细各尺重量依次成等差数列, 则从粗端开始的第二尺的重量是 (  $\quad$  )

- A.  $\frac{7}{3}$  斤      B.  $\frac{7}{2}$  斤      C.  $\frac{5}{2}$  斤      D. 3 斤

10. 设  $x_1, x_2$  为  $f(x) = \sqrt{3}\sin\omega x - \cos\omega x$  ( $\omega > 0$ ) 的两个零点, 且  $|x_1 - x_2|$  的最小值为 1, 则  $\omega = ( \quad )$

- A.  $\pi$       B.  $\frac{\pi}{2}$       C.  $\frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{4}$

11. 复数  $\frac{1+2i}{2-i} = ( \quad )$ .

- A.  $i$       B.  $1+i$       C.  $-i$       D.  $1-i$

12. 已知命题  $p$ : “ $a > b$ ”是“ $2^a > 2^b$ ”的充要条件;  $q: \exists x \in \mathbf{R}, |x+1| \leq x$ , 则 (  $\quad$  )

- A.  $(\neg p) \vee q$  为真命题      B.  $p \vee q$  为真命题  
 C.  $p \wedge q$  为真命题      D.  $p \wedge (\neg q)$  为假命题

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 执行以下语句后, 打印纸上打印出的结果应是:  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

```

i ← 1
x ← -4
While i < 10
x ← x + 2i
i ← i + 3
End While
Print "x = " x

```

14. 小李参加有关“学习强国”的答题活动，要从 4 道题中随机抽取 2 道作答，小李会其中的三道题，则抽到的 2 道题小李都会的概率为\_\_\_\_\_.

15. 学校艺术节对同一类的  $A, B, C, D$  四件参赛作品，只评一件一等奖，在评奖揭晓前，甲、乙、丙、丁四位同学对这四件参赛作品预测如下：

甲说：“ $C$  或  $D$  作品获得一等奖”；            乙说：“ $B$  作品获得一等奖”；

丙说：“ $A, D$  两项作品未获得一等奖”；      丁说：“ $C$  作品获得一等奖”.

若这四位同学中有且只有两位说的话是对的，则获得一等奖的作品是\_\_\_\_\_.

16. 已知双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$  的一条渐近线为  $y = 2x$ , 则焦点到这条渐近线的距离为\_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 手工艺是一种生活态度和对传统的坚持，在我国有很多手工艺品制作村落，村民的手工技艺世代相传，有些村落制造出的手工艺品不仅全国闻名，还大量远销海外. 近年来某手工艺品村制作的手工艺品在国外备受欢迎，该村村民成立了手工艺品外销合作社，为严把质量关，合作社对村民制作的每件手工艺品都请 3 位行家进行质量把关，质量把关程序如下：(i) 若一件手工艺品 3 位行家都认为质量过关，则该手工艺品质量为  $A$  级；(ii) 若仅有 1 位行家认为质量不过关，再由另外 2 位行家进行第二次质量把关，若第二次质量把关这 2 位行家都认为质量过关，则该手工艺品质量为  $B$  级，若第二次质量把关这 2 位行家中有 1 位或 2 位认为质量不过关，则该手工艺品质量为  $C$  级；(iii) 若有 2 位或 3 位行家认为质量不过关，则该手工艺品质量为  $D$  级. 已知每一次质量把关中一件手工艺品被 1 位行家认为质量不过关的概率为  $\frac{1}{3}$ ，且各手工艺品质量是否过关相互独立.

(1) 求一件手工艺品质量为  $B$  级的概率；

(2) 若一件手工艺品质量为  $A, B, C$  级均可外销，且利润分别为 900 元，600 元，300 元，质量为  $D$  级不能外销，利润记为 100 元.

① 求 10 件手工艺品中不能外销的手工艺品最有可能是多少件；

② 记 1 件手工艺品的利润为  $X$  元，求  $X$  的分布列与期望.

18. (12 分) 在直角坐标系  $xOy$  中，直线  $l$  的参数方程是 
$$\begin{cases} x = t \cos \frac{\pi}{3} \\ y = 1 + t \sin \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 曲线  $C$  的参数方程是

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{3}\cos\varphi \\ y = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}\sin\varphi \end{cases} \quad (\varphi \text{ 为参数}), \text{ 以 } O \text{ 为极点, } x \text{ 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.}$$

(1) 求直线  $l$  和曲线  $C$  的极坐标方程;

(2) 已知射线  $OM: \theta_1 = \alpha \left( 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$  与曲线  $C$  交于  $O, M$  两点, 射线  $ON: \theta_2 = \alpha + \frac{\pi}{2}$  与直线  $l$  交于  $N$  点, 若

$\triangle OMN$  的面积为 1, 求  $\alpha$  的值和弦长  $|OM|$ .

19. (12分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + \cos t, \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$

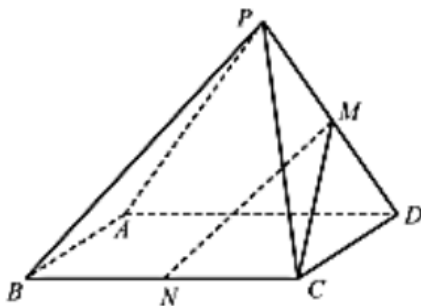
轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\theta = \alpha \left( 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$ , 直线  $l$  交曲线  $C$  于  $A, B$  两点,  $P$  为  $AB$

中点.

(1) 求曲线  $C$  的直角坐标方程和点  $P$  的轨迹  $C_2$  的极坐标方程;

(2) 若  $|AB| \cdot |OP| = \sqrt{3}$ , 求  $\alpha$  的值.

20. (12分) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是边长为 2 的菱形,  $\angle ADC = 60^\circ$ ,  $\triangle PAD$  为等边三角形, 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $M, N$  分别是线段  $PD$  和  $BC$  的中点.



(1) 求直线  $CM$  与平面  $PAB$  所成角的正弦值;

(2) 求二面角  $D-AP-B$  的余弦值;

(3) 试判断直线  $MN$  与平面  $PAB$  的位置关系, 并给出证明.

21. (12分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 将曲线  $C_1: \begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数) 通过伸缩变换  $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = y \end{cases}$ , 得到曲线  $C_2$ ,

设直线  $l: \begin{cases} x = 2 + t \cos \alpha \\ y = \sqrt{3} + t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数) 与曲线  $C_2$  相交于不同两点  $A, B$ .

(1) 若  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ , 求线段  $AB$  的中点  $M$  的坐标;

(2) 设点  $P(2, \sqrt{3})$ , 若  $|PA| \cdot |PB| = |OP|^2$ , 求直线  $l$  的斜率.

22. (10分) 设函数  $f(x) = |x+1| + |2x-1|$ .

(1) 求不等式  $f(x) \geq 3$  的解集;

(2) 若  $f(x)$  的最小值为  $a$ , 且  $x+y+z=a$ , 求  $x^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2$  的最小值.

## 参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

利用等差数列性质, 若  $m+n=p+q$ , 则  $a_m+a_n=a_p+a_q$  求出  $a_6=3$ , 再利用等差数列前  $n$  项和公式得

$$S_{11} = \frac{11(a_1+a_{11})}{2} = 11a_6 = 33$$

【详解】

解: 因为  $3+a_5=a_3+a_8$ , 由等差数列性质, 若  $m+n=p+q$ , 则  $a_m+a_n=a_p+a_q$  得,

$$\therefore a_6=3.$$

$$S_n \text{ 为数列 } \{a_n\} \text{ 的前 } n \text{ 项和, 则 } S_{11} = \frac{11(a_1+a_{11})}{2} = 11a_6 = 33.$$

故选: B.

【点睛】

本题考查等差数列性质与等差数列前  $n$  项和.

(1) 如果  $\{a_n\}$  为等差数列, 若  $m+n=p+q$ , 则  $a_m+a_n=a_p+a_q$  ( $m, n, p, q \in N^*$ ).

(2) 要注意等差数列前  $n$  项和公式的灵活应用, 如  $S_{2n-1} = (2n-1)a_n$ .

2、C

【解析】

利用向量垂直的表示、向量数量积的运算, 结合充分必要条件的定义判断即可.

【详解】

由于点  $A, B, C$  不共线, 则

$$(\vec{AB} + \vec{AC}) \perp \vec{BC} \Leftrightarrow (\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow (\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot (\vec{AC} - \vec{AB}) = \vec{AC}^2 - \vec{AB}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{AC}^2 = \vec{AB}^2 \Leftrightarrow$$

$$|\vec{AB}| = |\vec{AC}|;$$

故“ $(\vec{AB} + \vec{AC}) \perp \vec{BC}$ ”是“ $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|$ ”的充分必要条件.

故选: C.

**【点睛】**

本小题主要考查充分、必要条件的判断, 考查向量垂直的表示, 考查向量数量积的运算, 属于基础题.

3、B

**【解析】**

利用正态分布密度曲线的对称性可得出  $P(X < 0) = P(X > 2)$ , 进而可得出结果.

**【详解】**

$Q X: N(1, 4)$ , 所以,  $P(X < 0) = P(X > 2) = 0.3$ .

故选: B.

**【点睛】**

本题考查利用正态分布密度曲线的对称性求概率, 属于基础题.

4、B

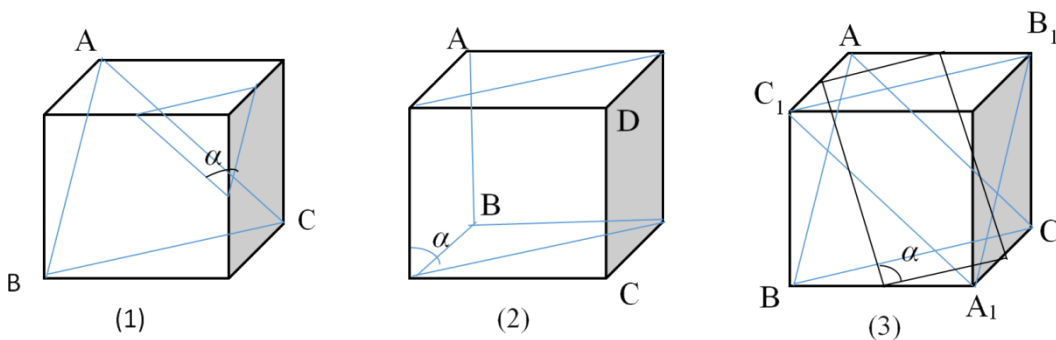
**【解析】**

此题画出正方体模型即可快速判断  $m$  的取值.

**【详解】**

如图 (1) 恰好有 3 个点到平面  $\alpha$  的距离为  $d$ ; 如图 (2) 恰好有 4 个点到平面  $\alpha$  的距离为  $d$ ; 如图 (3) 恰好有 6 个点到平面  $\alpha$  的距离为  $d$ .

所以本题答案为 B.



**【点睛】**

本题以空间几何体为载体考查点, 面的位置关系, 考查空间想象能力, 考查了学生灵活应用知识分析解决问题的能力 and 知识方法的迁移能力, 属于难题.

5、A

【解析】

由函数性质,结合特殊值验证,通过排除法求得结果.

【详解】

对于选项 B,  $f(x) = \frac{1-x^2}{x}$  为奇函数可判断 B 错误;

对于选项 C, 当  $x < -1$  时,  $f(x) = \frac{e^x - x}{x} < 0$ , 可判断 C 错误;

对于选项 D,  $f(x) = \frac{x+1}{x^2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ , 可知函数在第一象限的图象无增区间, 故 D 错误;

故选: A.

【点睛】

本题考查已知函数的图象判断解析式问题, 通过函数性质及特殊值利用排除法是解决本题的关键, 难度一般.

6、A

【解析】

由复数的除法求出  $z$ , 然后计算  $z \cdot \bar{z}$ .

【详解】

$$z = \frac{1}{3+i} = \frac{3-i}{(3+i)(3-i)} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i,$$

$$\therefore z \cdot \bar{z} = \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{10}i\right)\left(\frac{3}{10} + \frac{1}{10}i\right) = \left(\frac{3}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{10}.$$

故选: A.

【点睛】

本题考查复数的乘除法运算, 考查共轭复数的概念, 掌握复数的运算法则是解题关键.

7、C

【解析】

根据已知条件判断出数列  $\{S_n + 1\}$  是等比数列, 求得其通项公式, 由此求得  $S_n$ .

【详解】

由于  $(S_n + 1)(S_{n+2} + 1) = (S_{n+1} + 1)^2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), 所以数列  $\{S_n + 1\}$  是等比数列, 其首项为  $S_1 + 1 = a_1 + 1 = 2$ , 第二项为

$S_2 + 1 = a_1 + a_2 + 1 = 4$ , 所以公比为  $\frac{4}{2} = 2$ . 所以  $S_n + 1 = 2^n$ , 所以  $S_n = 2^n - 1$ .

故选：C

【点睛】

本小题主要考查等比数列的证明，考查等比数列通项公式，属于基础题.

8、D

【解析】

①通过证明  $AC \perp$  平面  $OBD$ ，证得  $AC \perp BD$ ；②通过证明  $MN \parallel BD$ ，证得  $MN \parallel$  平面  $ABD$ ；③求得三棱锥  $A-CMN$  体积的最大值，由此判断③的正确性；④利用反证法证得  $AD$  与  $BC$  一定不垂直.

【详解】

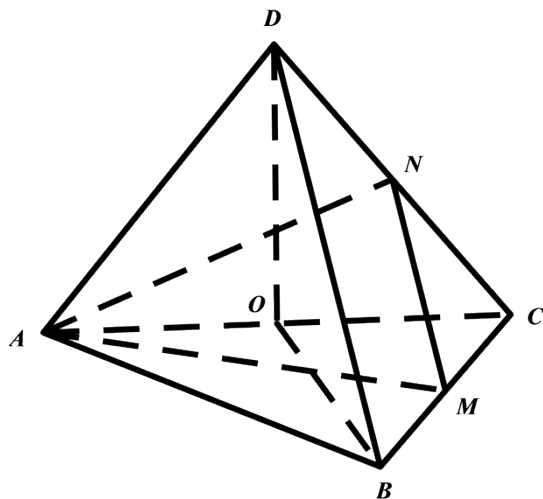
设  $AC$  的中点为  $O$ ，连接  $OB, OD$ ，则  $AC \perp OB$ ， $AC \perp OD$ ，又  $OB \cap OD = O$ ，所以  $AC \perp$  平面  $OBD$ ，所以

$AC \perp BD$ ，故①正确 因为  $MN \parallel BD$ ，所以  $MN \parallel$  平面  $ABD$ ，故②正确 当平面  $DAC$  与平面  $ABC$  垂直时， $V_{A-CMN}$

最大，最大值为  $V_{A-CMN} = V_{N-ACM} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{48}$ ，故③错误 若  $AD$  与  $BC$  垂直，又因为  $AB \perp BC$ ，所以  $BC \perp$

平面  $ABD$ ，所以  $BC \perp BD$ ，又  $BD \perp AC$ ，所以  $BD \perp$  平面  $ABC$ ，所以  $BD \perp OB$ ，因为  $OB = OD$ ，所以显然  $BD$  与  $OB$  不可能垂直，故④正确.

故选：D



【点睛】

本小题主要考查空间线线垂直、线面平行、几何体体积有关命题真假性的判断，考查空间想象能力和逻辑推理能力，属于中档题.

9、B

【解析】

依题意，金箠由粗到细各尺重量构成一个等差数列， $a_1 = 4$  则  $a_5 = 2$ ，由此利用等差数列性质求出结果.



**【详解】**

设金簪由粗到细各尺重量依次所成得等差数列为 $\{a_n\}$ ，设首项 $a_1=4$ ，则 $a_5=2$ ， $\therefore$ 公差 $d=\frac{a_5-a_1}{5-1}=\frac{2-4}{5-1}=-\frac{1}{2}$ ，  
 $\therefore a_2=a_1+d=\frac{7}{2}$ .

故选 B

**【点睛】**

本题考查了等差数列的通项公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

10、A

**【解析】**

先化简已知得 $f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})$ ，再根据题意得出 $f(x)$ 的最小值正周期 $T$ 为 $1\times 2$ ，再求出 $\omega$ 的值.

**【详解】**

由题得 $f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})$ ，

设 $x_1, x_2$ 为 $f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})$  ( $\omega>0$ ) 的两个零点，且 $|x_1-x_2|$ 的最小值为1，

$$\therefore \frac{T}{2}=1, \text{ 解得 } T=2;$$

$$\therefore \frac{2\pi}{\omega}=2,$$

解得 $\omega=\pi$ .

故选 A.

**【点睛】**

本题考查了三角恒等变换和三角函数的图象与性质的应用问题，是基础题.

11、A

**【解析】**

试题分析： $\frac{1+2i}{2-i}=\frac{(1+2i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{2+i+4i-2}{5}=i$ ，故选 A.

**【考点】复数运算**

**【名师点睛】**复数代数形式的四则运算的法则是进行复数运算的理论依据，加减运算类似于多项式的合并同类项，乘法法则类似于多项式的乘法法则，除法运算则先将除式写成分式的形式，再将分母实数化.

12、B

**【解析】**

由 $y=2^x$ 的单调性，可判断 p 是真命题；分类讨论打开绝对值，可得 q 是假命题，依次分析即得解

**【详解】**

由函数  $y = 2^x$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数，知命题  $\mathbf{p}$  是真命题.

对于命题  $\mathbf{q}$ ，当  $x+1 \geq 0$ ，即  $x \geq -1$  时， $|x+1| = x+1 > x$ ；

当  $x+1 < 0$ ，即  $x < -1$  时， $|x+1| = -x-1$ ，

由  $-x-1 \leq x$ ，得  $x = -\frac{1}{2}$ ，无解，

因此命题  $\mathbf{q}$  是假命题. 所以  $(\neg p) \vee q$  为假命题，**A** 错误；

$p \vee q$  为真命题，**B** 正确；

$p \wedge q$  为假命题，**C** 错误；

$p \wedge (\neg q)$  为真命题，**D** 错误.

故选：**B**

**【点睛】**

本题考查了命题的逻辑连接词，考查了学生逻辑推理，分类讨论，数学运算的能力，属于中档题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、1

**【解析】**

根据程序框图直接计算得到答案.

**【详解】**

程序在运行过程中各变量的取值如下所示：

	是否继续循环	$i$	$x$
循环前		1	4
第一圈	是	4	4+2
第二圈	是	7	4+2+8
第三圈	是	10	4+2+8+14

退出循环，所以打印纸上打印出的结果应是：1

故答案为：1.

**【点睛】**

本题考查了程序框图，意在考查学生的计算能力和理解能力.

14、 $\frac{1}{2}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/407022200006010006>