

@专属教育

考试复习专用

考试参考习题—系统复习  
备考题库训练—习题强化  
考前模拟测试—模拟演练  
通关宝典梳理—真题体验  
技巧提升冲刺—技能技巧

注：文本内容应以实际为准，下载前需仔细预览

@助你一战成名

## 第一章 向量和坐标

### 一、向量的概念★★

既有大小又有方向的量叫做向量，或称为矢量，简称矢。

向量的大小叫做向量的模，也称向量的长度。向量  $\mathbf{AB}$  与  $\vec{a}$  的模分别记做  $|\mathbf{AB}|$  与  $|\vec{a}|$ 。

模等于 1 的向量叫做单位向量，模等于 0 的向量叫做零向量。

如果两个向量的模相等且方向相同，那么叫做相等向量，记做  $\vec{a} = \vec{b}$ 。

### 二、向量的运算★★★★★

1、已知空间中任意两点  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  和  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ ，则向量

$$\overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

2、已知向量  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ 、 $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ ，则

$$(1) \text{ 向量 } \vec{a} \text{ 的模为 } |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$(2) \vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2, a_3 \pm b_3)$$

$$(3) \lambda \vec{a} = (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3)$$

3、向量的数量积（内积） $\vec{a} \cdot \vec{b}$

$$(1) \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$$

$$(2) \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

其中  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$  为向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角，且  $0 \leq \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle \leq \pi$

注意：利用向量的内积可求直线与直线的夹角、直线与平面的夹角、平面与平面的夹角。

$$4、(1) \vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda \vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$$

$$(2) \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$$

(3) 三个非零向量  $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ ， $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$  和  $\vec{c} = (x_3, y_3, z_3)$ ，共面的充



设  $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$ , 亦即  $\{0, 5, 6\} = \lambda\{1, 2, 3\} + \mu\{2, -1, 0\}$

从而

$$\begin{cases} \lambda + 2\mu = 0, \\ 2\lambda - \mu = 0, \\ 3\lambda = 6. \end{cases}$$

解得  $\lambda = 2, \mu = -1$ ,

所以  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$

**5、向量的向量积** (外积)  $\vec{a} \times \vec{b}$  (遵循右手原则, 且  $\vec{a} \times \vec{b} \perp \vec{a}$ 、 $\vec{a} \times \vec{b} \perp \vec{b}$ )

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

**例 4.** 设  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ , 则  $\vec{a} \times \vec{b} =$  ( D )

A. (1,1,1)

B. (1,2,3)

C. (5,1,6)

D. (5,1,7)

**解析:**  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \vec{k} = 5\vec{i} + \vec{j} + 7\vec{k} = \{5, 1, 7\}$ .

**例 5.** 设  $\vec{a} = (2, 1, -1)$ ,  $\vec{b} = (1, -1, 2)$ , 则  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

**解析:**

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \vec{k} = \vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k} = \{1, -5, -3\}$$
.

**例 6.** 已知三角形  $ABC$  的顶点分别是  $A(1, 2, 3)$ 、 $B(3, 4, 5)$  和  $C(2, 4, 7)$ , 求三角形  $ABC$  的面积.

**解析:** 根据向量积的定义, 可知三角形  $ABC$  的面积

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overline{AB}| |\overline{AC}| \sin \angle A = \frac{1}{2} |\overline{AB} \times \overline{AC}|$ , 由于  $\overline{AB} = (2, 2, 2)$ ,  $\overline{AC} = (1, 2, 4)$ , 因此

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \vec{k} = 4\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/41704116134006034>