其次章 土壤水分运动根本方程

如前所述，达西定律是由达西〔Darcy，Henry 1856〕通过饱和砂柱渗透试验得出，后由 Richards〔1931〕将其扩伸至非饱和水流中，并规定导水率为土壤负压h 的函数，即

$$q = k(h)\nabla H \qquad (2\text{-}2\text{-}1)$$

式中： ∇H ——为水势梯度；

k〔h〕——为导水率，是土壤负压h的函数；

q——为水流通量或流速。

Richards方程垂向一维方程为

$$q_z = -k(\theta)\frac{\partial H}{\partial z}$$

$$= -k(\theta)(\frac{\partial h}{\partial z} \pm 1)$$

留意：H=h±z，垂直坐标向上为“+”；向下时为“–”。

由于k〔h〕受滞后影响较大，上式仅适用于单纯的吸湿或脱湿过程。假设将导水率作为容积含水率函数，即以k〔θ〕代替人k〔h〕，则可避开滞后作用的影响。

一般说来达西定律对饱和与非饱和水流均可适用，即水流通量与势能梯度成正比。但在饱和土壤中,压力为正值，其总水头包括了由该点在地下水面以下深度来确定的静水压力〔正 值〕和相对于基准面高度来确定的位置水头，总水头为压力水头和位置水头之和，水由总水头高处向低处流淌。在非饱和土壤中，基质势为负值，土水势在不考虑溶质势、温度势及气压势时，只包括重力势和基质势。因此，总水头常以负压水头和位置水头之和来表示。

一维Richards方程的几种形式：

依据$k(\theta)\frac{\partial h}{\partial \theta} = D(\theta)$〔K=C×D〕得：

$$q_x = -k(\theta)\frac{\partial h}{\partial x} \qquad q_x = -D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial x}$$

$$q_y = -k(\theta)\frac{\partial h}{\partial y} \qquad q_y = -D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial y}$$

$$q_z = -k(\theta)(\frac{\partial h}{\partial z} \pm 1) \qquad q_z = -[D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial z} \pm k(\theta)]$$

第一节 直角坐标系中土壤水分运动根本方程

一、根本方程的推导

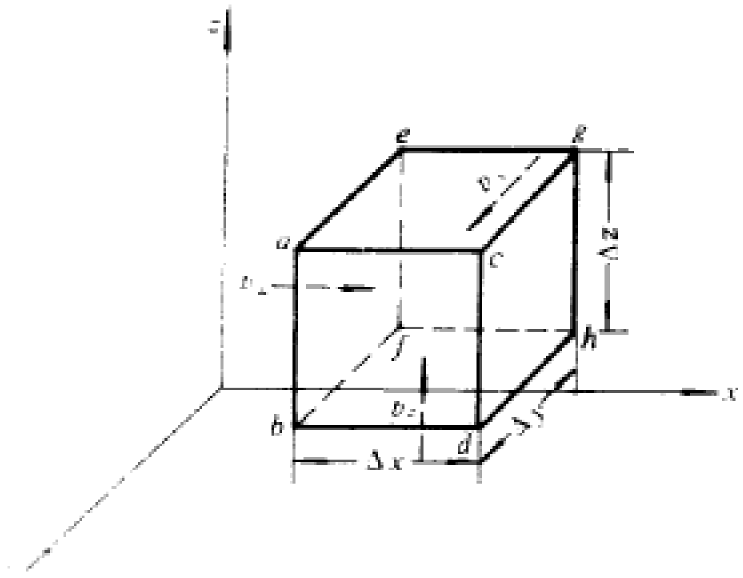

图 2-2-1 直角坐标系中单元体

土壤水分运动一般遵循达西定律，且符合质量守恒的连续性原理。土壤水分运动根本方程可通过达西定律和连续方程进展推导。

如图 2-2-1 所示，从土壤中取出微分单元体abcdefgh，其体积为$\Delta x\Delta y\Delta z$，由于该立方体很小，在各个面上的每一点流速可以看成是相等的，设其流速为v_x、v_y、v_z，在 t～t+Δt 时段内，流入立方体的质量为〔3 个面流入〕：

$$m_{入}=\rho v_x\Delta y\Delta z\Delta t+\rho v_y\Delta x\Delta z\Delta t+\rho v_z\Delta x\Delta y\Delta t \qquad 〔2\text{-}2\text{-}2〕$$

流出立方体的质量为〔3 个面流出〕：

$$m_{出}=\rho\left(v_x+\frac{\partial v_x}{\partial x}\Delta x\right)\Delta y\Delta z\Delta t$$

$$+\rho\left(v_y+\frac{\partial v_y}{\partial y}\Delta y\right)\Delta x\Delta z\Delta t+\rho\left(v_z+\frac{\partial v_z}{\partial z}\Delta z\right)\Delta x\Delta y\Delta t \qquad 〔2\text{-}2\text{-}3〕$$

式中：ρ——水的密度；

$\Delta x,\Delta y,\Delta z$——分别表示微分体x、y、z方向长度；

$\frac{\partial v_x}{\partial x}\Delta x$，$\frac{\partial v_y}{\partial y}\Delta y$，$\frac{\partial v_z}{\partial z}\Delta z$——分别表示水流经微分体后，其流速在x、y、z方向的变化值。

由式(2—2—2〕、式〔2—2—3〕之差可求得流入和流出立方体的质量差：

$$\Delta m=m_{入}-m_{出}$$

$$=-\rho\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)\times\Delta x\Delta y\Delta z\Delta t \qquad 〔2—2—4〕$$

设θ为立方体内土壤含水率，则在Δt时间内立方体内质量变化又可写为

$$\Delta m=\rho\frac{\partial\theta}{\partial t}\Delta x\Delta y\Delta z\Delta t \qquad 〔2—2—5〕$$

依据质量平衡原理〔流入量－流出量＝储存量变化量〕，式〔3—2—4〕、式〔3—2—5〕