2023-2024学年浙江省金华十校高三上学期4月模拟考试数学试题

一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设i为虚数单位，复数z满足$iz+1=(1-i)^2$，则$|1+z|=$(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{3}$

2. 若集合$A=\{x|\dfrac{x+1}{x-2}\leqslant 0\}$，$B=\{x|\log_2 x\leqslant 1\}$，则$A\cap B=$(　　)

A. $[-1,2]$　　B. $(-1,2)$　　C. $[0,2]$　　D. $(0,2)$

3. 已知向量$\overrightarrow{a}=(\cos\theta,\sin\theta)$，$\overrightarrow{b}=(\sqrt{2},1)$，若$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{b}|$，则$\tan\theta=$(　　)

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4. 已知函数$f(x)=\sin\omega x-\cos(\omega x+\dfrac{\pi}{6})(\omega>0)$在$[0,\pi]$上有且仅有2个零点，则$\omega$的取值范围是(　　)

A. $[1,\dfrac{13}{6}]$　　B. $[\dfrac{7}{6},\dfrac{13}{6})$　　C. $[\dfrac{7}{6},2)$　　D. $[1,\dfrac{13}{6})$

5. 已知函数$f(x)=x^3-3x^2$，则(　　)

A. 函数$f(x)$的极大值点为$(0,0)$

B. 函数$f(x)$的极小值为2

C. 过点$(-1,0)$作曲线$y=f(x)$的切线有两条

D. 直线$3x+y-1=0$是曲线$y=f(x)$的一条切线

6. 魔方，又叫鲁比克方块，最早是由匈牙利布达佩斯建筑学院厄尔诺·鲁比克教授于1974年发明的机械益智玩具.魔方拥有竞速、盲拧、单拧等多种玩法，风靡程度经久未衰，每年都会举办大小赛事，是最受欢迎的智力游戏之一.一个三阶魔方，由27个单位正方体组成，如图是把魔方的中间一层转动了45°，则该魔方的表面积是(　　)

A. 54　　B. $108-36\sqrt{2}$　　C. $162-72\sqrt{2}$　　D. $81-72\sqrt{2}$

7. 三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB\perp AC$，$AB=2$，$BC=2\sqrt{2}$，$PC\perp AC$，$PB=2\sqrt{5}$，则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球表面积的最小值为(　)

A. 16π　　B. 18π　　C. 20π　　D. 21π

8. “清明时节雨纷纷，路上行人欲断魂”描述的是我国传统节日“清明节”的景象。“青团”创于宋朝，是清明节的寒食名点之一，也是人们提起清明节会最先想到的美食.某地居民喜好的青团品种有 4 个，假定每个人购买时对于每种青团的选择是独立的，选择每个品种的概率均为$\frac{1}{3}$.若在清明节当日，某传统糕点店为顾客只准备了 3 个品种的青团，则一位进店顾客，他的要求可以被满足的概率为(　)

A. $\frac{14}{81}$　　B. $\frac{10}{27}$　　C. $\frac{38}{81}$　　D. $\frac{2}{3}$

二、多选题：本题共 **4** 小题，共 **20** 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 **5** 分，部分选对的得 **2** 分，有选错的得 **0** 分。

9. 在单位正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O 为底面 $ABCD$ 的中心，M 为线段 CC_1 上的动点（不与两个端点重合），P 为线段 BM 的中点，则(　)

A. 直线 DP 与 OM 是异面直线　　B. 三棱锥 B_1-DBM 的体积是定值

C. 存在点 M，使 $AC_1//$ 平面 BDM　　D. 存在点 M，使 $A_1C\perp$ 平面 BDM

10. 已知 $A(x_0,y_0)$，B，C 为抛物线 $y^2=4x$ 上的三个点，焦点 F 是 $\triangle ABC$ 的重心.记直线 AB，AC，BC 的斜率分别为 k_{AB}，k_{AC}，k_{BC}，则(　)

A. 线段 BC 的中点坐标为 $(\frac{12-y_0^2}{8},-\frac{y_0}{2})$

B. 直线 BC 的方程为 $4x+y_0y+y_0^2-6=0$

C. $y_0\in[-2\sqrt{3},2\sqrt{3}]$

D. $\frac{1}{k_{AB}}+\frac{1}{k_{AC}}-\frac{1}{k_{BC}}=\frac{y_0}{2}$

11. 已知函数 $f_1(x)=-x^2+1$，$x\in[-1,1)$，记一次完整的图形变换为“T 变换”，“T 变换”的规则为：将函数图象向右平移 2 个单位，纵坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$，再向上平移 1 个单位.$f_1(x)$ 的图象经历一次“T 变换”得到 $f_2(x)$ 的图象，依此类推，经历 $n-1$ 次“T 变换”后，得到 $f_n(x)$ 的图象，则(　)

A. $f_2(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x-\frac{1}{2}$，$x\in[1,3)$

B. 若 $f_i(x)\leqslant k(x+2)$，$i=1$，2，$\cdots$，n，则 $k\geqslant\frac{1}{2}$

C. 当 $n\geqslant 2$ 时，函数 $f_1(x)$，$f_2(x)$，$\cdots$，$f_n(x)$ 的极大值之和小于 $2n-1$

D. $f_n(x)<2$

12. 已知定义在 R 上且不恒为 0 的函数 $f(x)$，若对任意的 x，$y \in R$，都有 $f(xy)=xf(y)+yf(x)$，则

(　)

A. 函数 $f(x)$ 是奇函数

B. 对 $\forall n \in N^*$，有 $f(x^n)=nf(x)$

C. 若 $f(2)=2$，则 $f(2)+f(2^2)+f(2^3)+\cdots+f(2^n)=(n+1)2^n-2$

D. 若 $f(2)=2$，则 $\dfrac{f(\frac{1}{2})}{1}+\dfrac{f\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)}{2}+\dfrac{f\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)}{3}+\cdots+\dfrac{f\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right)}{10}=-\dfrac{1023}{1024}$

三、填空题：本题共 **4** 小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分。

13. 99^{100} 除以 100 的余数是__________.

14. 折纸是很多人喜爱的游戏，通过自己动手折纸，可以激发和培养审美情趣，锻炼双手，开发智力，提高实践技能.一张圆形纸片的半径为 8，圆心 O 到定点 A 的距离为 6，在圆周上任取一点 P，将圆形纸片折起，使得 P 与 A 重合，折痕记为直线 l，直线 l 与直线 OP 的交点为 Q. 将此操作多次重复，则 Q 点的轨迹是__________.（填“圆”、“椭圆”、“双曲线”、“抛物线”）

15. 若关于 x 的不等式 $a\ln\dfrac{\sqrt{x}}{e}\leqslant x$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是__________.

16. 已知椭圆 $G:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F，左右顶点分别为 A、B，点 P 是椭圆 G 上异于 A，B 的动点，过 F 作直线 AP 的垂线交直线 BP 于点 $M(m,n)$，若 $m+a=0$，则椭圆 G 的离心率为__________.

四、解答题：本题共 **6** 小题，共 **70** 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.（本小题 10 分）

在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_4=4$，S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$S_{10}=55$，数列 $\{b_n\}$ 满足 $\log_2 b_1+\log_2 b_2+\cdots+\log_2 b_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

(Ⅰ) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(Ⅱ) 求数列 $\{(-1)^n a_n b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（本小题 12 分）

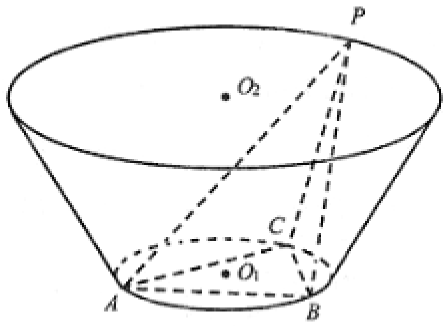
在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对应的边为 a，b，c. 已知 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\dfrac{ac}{4}$，其外接圆半径 $R=2$，且 $4(\cos^2 A-\cos^2 B)=(b-\sqrt{3}a)\sin B$.

(Ⅰ) 求 $\sin A$;

(Ⅱ) 若 A 为钝角，P 为 $\triangle ABC$ 外接圆上的一点，求 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}$ 的取值范围.

19.（本小题 12 分）

如图，在圆台 O_1O_2 中，圆 O_1 的半径是 1，圆 O_2 的半径是 2，高是 $\sqrt{3}$，圆 O_1 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，$AB=\sqrt{3}$，*PC* 是圆台的一条母线.



(Ⅰ)求三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值;

(Ⅱ)当 $PA=2\sqrt{3}$ 时，求平面 *PAC* 与平面 *PBC* 的夹角的余弦值.

20.

21.（本小题 12 分）

P 是双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ 右支上一点，*A*、*B* 是双曲线的左右顶点，过 *A*，*B* 分别作直线 *PA*，*PB* 的垂线 *AQ*，*BQ*，*AQ* 与 *BQ* 的交点为 *Q*，*PA* 与 *BQ* 的交点为 C.

(Ⅰ)记 *P*，*Q* 的纵坐标分别为 y_P，y_Q，求 $\frac{y_P}{y_Q}$ 的值;

(Ⅱ)记 $\triangle PBC$，$\triangle QAC$ 的面积分别为 S_1，S_2，当 $\frac{1}{2}\leqslant\tan\angle AQB\leqslant\frac{\sqrt{15}}{5}$ 时，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的取值范围.

22.（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)=a\sin x-\ln(1+x)$，$a\in R$

(Ⅰ)若对 $\forall x\in(-1,0]$ 时，$f(x)\geqslant0$，求正实数 *a* 的最大值;

(Ⅱ)证明：$\sum\limits_{i=2}^{n}\sin\frac{1}{i^2}<\ln 2$;

(Ⅲ)若函数 $g(x)=f(x)+e^{x+1}-a\sin x$ 的最小值为 *m*，证明: 方程 $e^{1+x-m}-\ln(1+x)=0$ 有唯一的实数根.(其中 $e=2.71828\cdots$ 是自然对数的底数)

答案和解析

1.【答案】A

【解析】【分析】

本题考查复数的运算和复数的模，主要考查学生的数学运算能力.

根据复数的运算化简 z，再根据复数的模的计算公式计算即可.

【解答】

解：由 $iz+1=(1-i)^2=-2i$，得 $iz=-1-2i.$

则 $z=\dfrac{-1-2i}{i}=-2+i$，

则 $|1+z|=|-1+i|=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}.$

2.【答案】D

【解析】【分析】

本题考查集合的交集运算，属于基础题.

先求出集合 A，B，再计算 $A\cap B$ 即可.

【解答】

解：$A=\{x|\dfrac{x+1}{x-2}\leqslant 0\}=\{x|-1\leqslant x<2\}$，$B=\{x|\log_2 x\leqslant 1\}=\{x|0<x\leqslant 2\}$，

则 $A\cap B=(0,2).$

3.【答案】A

【解析】【分析】

本题考查向量数量积的概念与运算，向量模的坐标表示，向量共线的坐标表示，属于基础题.

先求出 $<\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}>=0$，得 $\overrightarrow{a}//\overrightarrow{b}$，得 $\cos\theta=\sqrt{2}\sin\theta$，由同角基本关系即可求解.

【解答】

解：由题意，$|\overrightarrow{a}|=1$

因为 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{b}|$，

则 $|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos<\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}>=|\overrightarrow{b}|$，

则 $\cos<\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}>=1$，

又 $<\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}>\in[0,\pi]$，

则$< \overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b} >= 0$，即$\overrightarrow{a}//\overrightarrow{b}$，

则$\cos\theta = \sqrt{2}\sin\theta$，

则$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

4.【答案】B

【解析】【分析】

本题考查函数$y = A\sin(\omega x + \varphi)$的图象与性质，属于基础题.

根据题意，原函数可化为$f(x) = \sqrt{3}\sin(\omega x - \dfrac{\pi}{6})$，当$x \in [0, \pi]$时，$\omega x - \dfrac{\pi}{6} \in [-\dfrac{\pi}{6}, \pi\omega - \dfrac{\pi}{6}]$，然后根据零点个数列不等式，即可求出结果.

【解答】

解：$f(x) = \sin\omega x - \cos(\omega x + \dfrac{\pi}{6})$

$= \sin\omega x + \sin\omega x \sin\dfrac{\pi}{6} - \cos\omega x \cdot \cos\dfrac{\pi}{6}$

$= \dfrac{3}{2}\sin\omega x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x$

$= \sqrt{3}\sin(\omega x - \dfrac{\pi}{6})$，

当$x \in [0, \pi]$时，$\omega x - \dfrac{\pi}{6} \in [-\dfrac{\pi}{6}, \pi\omega - \dfrac{\pi}{6}]$，

$\because f(x)$在$[0, \pi]$内有且仅有 2 个零点，

$\therefore \pi \leqslant \pi\omega - \dfrac{\pi}{6} < 2\pi$，$\therefore \dfrac{7}{6} \leqslant \omega < \dfrac{13}{6}$.

故选B.

5.【答案】D

【解析】【分析】

本题考查利用导数研究函数的极值，利用导数研究函数的的单调性，导数的几何意义，属于中档题.

利用导数研究函数$f(x) = x^3 - 3x^2$的单调性、极值点、极值判断 A、B，再根据导数的几何意义求函数的切线方程判断CD.

【解答】

解：$\because f(x) = x^3 - 3x^2$，

$\therefore f'(x) = 3x^2 - 6x$，

令$f'(x) = 0$，解得$x = 0$或$x = 2$，

$\therefore x \in (-\infty, 0)$时，$f'(x) > 0$，$f(x)$单调递增；

$x \in (0,2)$ 时， $f'(x) < 0$， $f(x)$ 单调递减；

$x \in (2,+\infty)$ 时， $f'(x) > 0$， $f(x)$ 单调递增；

$\therefore f(x)$ 的极小值为 $f(2) = 2^3 - 3 \times 2^2 = -4$，故 *B* 错误；

$f(x)$ 的极大值点为 $x = 0$，故 *A* 错误；

设过点 $(-1,0)$ 的曲线 $y = f(x)$ 的切线的切点坐标为 (x_0, y_0)，

则切线的斜率为 $k = 3{x_0}^2 - 6x_0$，

切线方程为 $y - y_0 = \left(3{x_0}^2 - 6x_0\right)(x - x_0)$，

因为切线过点 $(-1,0)$，

所以 $-\left({x_0}^3 - 3{x_0}^2\right) = \left(3{x_0}^2 - 6x_0\right)(-1 - x_0)$，

整理，得 $x_0\left({x_0}^2 - 3\right) = 0$，解得 $x_0 = 0$ 或 $x_0 = \pm\sqrt{3}$，

所以切点坐标有 3 个，

所以过点 $(-1,0)$ 作曲线 $y = f(x)$ 的切线有三条，故 *C* 错误；

由 $k = f'(x) = 3x^2 - 6x = -3$，解得 $x = 1$，

所以 $f(1) = 1^3 - 3 \times 1^2 = -2$，

所以切线方程为 $y + 2 = -3(x - 1)$，即 $3x + y - 1 = 0$，

所以直线 $3x + y - 1 = 0$ 是曲线 $y = f(x)$ 的一条切线，故 *D* 正确.

故选 D.

6.【答案】*C*

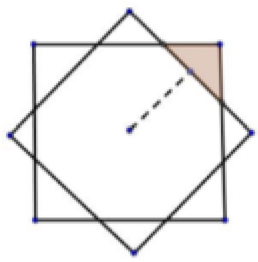
【解析】【分析】

本题考查了简单组合体的表面积的计算，是中档题。

魔方的中间一层转动了 45° 后，可得此时魔方相对原来魔方表面积多出了 16 个小三角形的面积，可得解。

【解答】

解：转动了 45° 后，此时魔方表面积相对原来魔方多出了 16 个小三角形的面积，



由几何关系得阴影部分(如图)的面积为 $S = \frac{1}{2} \times 2 \times (\frac{3}{2}\sqrt{2} - \frac{3}{2})^2 = \frac{27}{4} - \frac{9}{2}\sqrt{2}$，

所以该魔方的表面积$=54+16(\frac{27}{4}-\frac{9}{2}\sqrt{2})=162-72\sqrt{2}$.

故选择：C

7.【答案】C

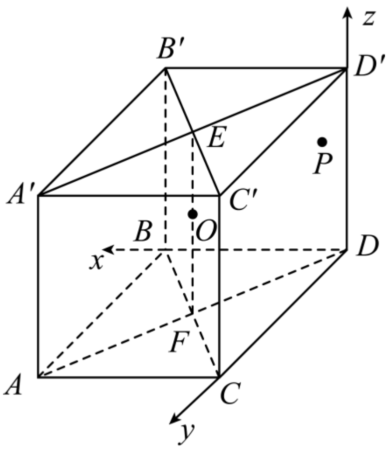
【解析】【分析】

本题考查球的切接问题，属于拔高题.

将三棱锥$P-ABC$画在立方体中，求出P点轨迹，利用空间坐标求出P点所满足的轨迹，进而求出球心O到面ABC距离的最小值，再由外接球解构，求出外接球半径最小值，从而得到结果.

【解答】

解：不妨将三棱锥$P-ABC$放在立方体中，由$AC\perp PC$可知P点在面$DD'C'C$上，



$|BP|=2\sqrt{5}$，$\triangle BPD$为直角三角形，故$|DP|=4$，即P点轨迹为以D为圆心，半径为4，在$DD'C'C$上的圆，

建立如图所示的空间直角坐标系，

$P(0,y_P,z_P)$，$y_P^2+z_p^2=16(z_P,y_P>0)$……①，

$O(1,1,z_0)$，由$|OA|=|OP|$得

$2+z_0^2=(y_P-1)^2+1+(z_P-z_0)^2$……②，

联立①②得$z_0=\frac{16-2y_P}{2z_P}=\frac{8-y_P}{z_P}$，又$y_P^2+z_P^2=16(z_P,y_P>0)$，

设$\begin{cases} y_P=4\sin\theta \\ z_P=4\cos\theta \end{cases},\theta\in[0,\frac{\pi}{2})$，从而$z_0=\frac{8-y_P}{z_P}=\frac{8-4\sin\theta}{4\cos\theta}=\frac{2-\sin\theta}{\cos\theta}$，$\theta\in[0,\frac{\pi}{2})$，

故$z_0{}'=\frac{-\cos^2\theta+2\sin\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta}=\frac{2\sin\theta-1}{\cos^2\theta}$，当$2\sin\theta=1$，即$\theta=\frac{\pi}{6}$时，$z_0{}'=0$，

当$\theta\in[0,\frac{\pi}{6})$时，$z_0{}'<0$，$z_0$单调递减，当$\theta\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$，$z_0{}'>0$，$z_0$单调递增，

故当$\theta=\dfrac{\pi}{6}$时，z_0取最小值.

故$|z_o|_{\min}=\sqrt{3}$，而$\triangle ABC$外接圆半径为$\sqrt{2}$

所以外接球半径最小值 $r_{\min}=\sqrt{3+2}=\sqrt{5}$，

所以三棱锥$P-ABC$的外接球表面积的最小值$S=4\pi r_{\min}^2=20\pi$，

故选C.

8.【答案】*D*

【解析】【分析】

本题考查对立事件的概率关系，属于简单题.

先求出不被满足的概率为*P*，则被满足的概率为$1-P$，即可求解.

【解答】

解：设不被满足的概率为*P*，则$P=\dfrac{C_4^1\cdot\dfrac{1}{3}}{4}=\dfrac{1}{3}$，

所以被满足的概率为$1-P=\dfrac{2}{3}$.

故选择：*D*

9.【答案】*BC*

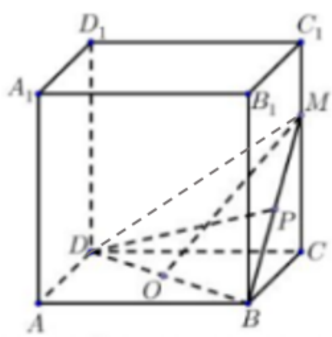
【解析】【分析】

本题考查空间几何体的线、面之间的关系及几何体的体积计算，属于中档题.

结合选项依次判断即可.

【解答】

解：*A* 项：如图，

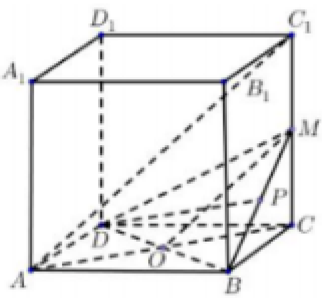


连接*BD*，*DM*，由点*O*在*BD*上，则*DP*，*OM*共面，故错误;

B 项：因为$V_{B_1-DBM}=V_{M-B_1BD}$，且$CC_1//$面BB_1D_1D，所以 *M* 到面B_1BD的距离不变，

所以V_{B_1-DBM}为定值，故正确;

C 项：如图，



当 *M* 为CC_1中点时，*OM* 为$\triangle ACC_1$的中位线，$OM//AC_1$，

而$OM\subset$平面 *BDM*，$AC_1\not\subset$平面 *BDM*，得$AC_1//$平面 *BDM*，故正确：

D 项：当 *M* 与C_1重合时，$A_1C\perp$面 *BDM*，又因为 *M* 不与端点重合，故错误.

故选择：*BC*

10.【答案】*ABD*

【解析】【分析】

本题主要考查抛物线与直线的关系，属于中档题.

设$B(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，由题意$\dfrac{x_0+x_1+x_2}{3}=1,\dfrac{y_0+y_1+y_2}{3}=0$得，得出

$(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2})=(\dfrac{12-{y_0}^2}{8},\dfrac{-y_0}{2})$，判断 *A*；

由$y_1^2=4x_1$，$y_2^2=4x_2$，两式相减得到直线 *BC* 斜率，中点为$(\dfrac{12-{y_0}^2}{8},\dfrac{-y_0}{2})$，得出直线 *BC* 方程，判断 *B*；

由$\dfrac{12-{y_0}^2}{8}>0$，解得y_0范围，判断 *C*；

由$y_1^2=4x_1$，$y_2^2=4x_2$，两式相减，得$\dfrac{1}{k_{BC}}=\dfrac{y_1+y_2}{4}$，同理可得$\dfrac{1}{k_{AB}}$，$\dfrac{1}{k_{AC}}$求得$\dfrac{1}{k_{AB}}+\dfrac{1}{k_{CA}}-\dfrac{1}{k_{BC}}$，判断$D$.

【解答】

解：$y^2=4x$，焦点坐标为$F(1,0)$，$A(x_0,y_0)$，$y_0^2=4x_0$，设$B(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，

$\dfrac{x_0+x_1+x_2}{3}=1,\dfrac{y_0+y_1+y_2}{3}=0$，

$x_1+x_2=3-x_0=3-\dfrac{{y_0}^2}{4}$，$y_1+y_2=-y_0$，

对于 *A*，线段 *BC* 的中点坐标为$(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2})=(\dfrac{3-\dfrac{{y_0}^2}{4}}{2},\dfrac{-y_0}{2})=(\dfrac{12-{y_0}^2}{8},\dfrac{-y_0}{2})$，故 *A* 正确；

对于 *B*，由题意得 $y_1^2=4x_1$，$y_2^2=4x_2$，两式相减，得$y_1^2-y_2^2=4(x_1-x_2)$，所以

$\frac{1}{k_{BC}}=\frac{x_1-x_2}{y_1-y_2}=\frac{\frac{{y_1}^2}{4}-\frac{{y_2}^2}{4}}{y_1-y_2}=\frac{y_1+y_2}{4}$，

$k_{BC}=\frac{4}{-y_0}$， $y+\frac{y_0}{2}=-\frac{4}{y_0}(x-\frac{12-{y_0}^2}{8})$，化简得：$4x+y_0y+y_0^2-6=0$，故 *B* 正确；

对于 *C*，∵线段 *BC* 的中点坐标为 $(\frac{12-{y_0}^2}{8},\frac{-y_0}{2})$，根据题意， $\frac{12-{y_0}^2}{8}>0$，则 $y_0\in(-2\sqrt{3},2\sqrt{3})$，故 *C* 错误；

对于 *D* ，∵ $y_1^2=4x_1$， $y_2^2=4x_2$，两式相减，得 $y_1^2-y_2^2=4(x_1-x_2)$，所以 $\frac{1}{k_{BC}}=\frac{x_1-x_2}{y_1-y_2}=\frac{\frac{{y_1}^2}{4}-\frac{{y_2}^2}{4}}{y_1-y_2}$ $=\frac{y_1+y_2}{4}$

同理可得 $\frac{1}{k_{AB}}=\frac{y_0+y_1}{4}$， $\frac{1}{k_{AC}}=\frac{y_0+y_2}{4}$，

故 $\frac{1}{k_{AB}}+\frac{1}{k_{CA}}-\frac{1}{k_{BC}}=\frac{y_0+y_1}{4}+\frac{y_0+y_2}{4}-\frac{y_1+y_2}{4}=\frac{y_0}{2}$，故 *D* 正确.

11.【答案】*ACD*

【解析】【分析】

本题主要考查函数的新定义问题，属于较难题.

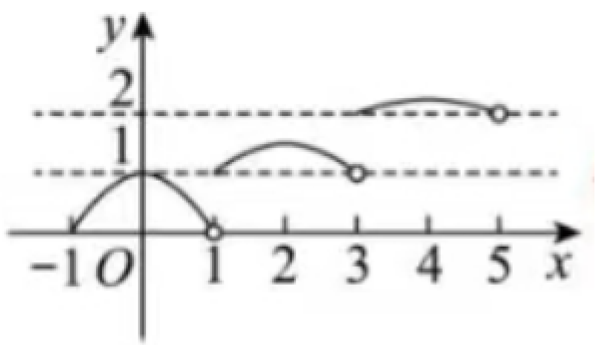
利用图象的平移可判断选项 *A*；利用分离参数及基本不等式可判断 *B*；利用等比数列的前 *n* 项和可判断 *C*；利用数列的递推公式求通项公式判断 *D*；

【解答】

解：因为 $f_2(x)=\frac{1}{2}f_1(x-2)+1=\frac{1}{2}[-(x-2)^2+1]+1=-\frac{1}{2}x^2+2x-\frac{1}{2}$，

其中 $x-2\in[-1,1)$，即 $x\in[1,3)$，故 *A* 正确;

作出 $f_n(x)$ 的图象，由题可得 $f_1(x)\in[0,1]$， $f_2(x)\in[1,1+\frac{1}{2}]$，



若 $f(x)<k(x+2)$， $i=1$，2，$\cdots$，*n*，

只需 $-x^2+1\leqslant k(x+2)$ 对 $x\in[-1,1)$ 即可，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/418036117000006041