2024届辽宁省高考扣题卷（二）数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．“$a>b$”是“$\ln a>\ln b$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

2．已知双曲线C：$x^2-y^2=\lambda(\lambda\neq 0)$的焦点为$(0,\pm 2)$，则$C$的方程为（ ）

A．$x^2-y^2=1$　　B．$y^2-x^2=1$　　C．$x^2-y^2=2$　　D．$y^2-x^2=2$

3．已知i是虚数单位，复数z满足$|z-\mathrm{i}|=1$，则$|z-\sqrt{3}|$的最小值为（ ）

A．$\sqrt{3}-1$　　B．1　　C．$\sqrt{3}+1$　　D．3

4．已知平行四边形$ABCD$，点P在$\triangle BCD$的内部（不含边界），则下列选项中，$\overrightarrow{AP}$可能的关系式为（ ）

A．$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AD}$　　B．$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$

C．$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$　　D．$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$

5．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，点$(n,S_n)(n\in\mathrm{N}^*)$在函数$f(x)=Ax^2+Bx+C(A,B,C\in\mathbf{R})$的图象上，则（ ）

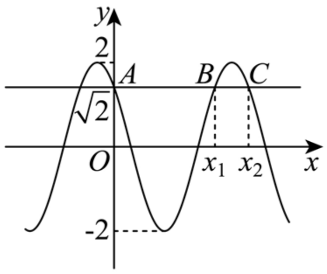
A．$C^0=1$　　B．若$A=0$，则$\exists n_0\in\mathrm{N}^*$，使$S_n$最大

C．若$A>0$，则$\exists n_0\in\mathrm{N}^*$，使$S_n$最大　　D．若$A<0$，则$\exists n_0\in\mathrm{N}^*$，使$S_n$最大

6．已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}$，设$a=2^{0.7}\cdot f(2^{0.7})$，$b=(\frac{1}{2})^{-0.8}\cdot f((\frac{1}{2})^{-0.8})$，$c=-\log_{0.7}1.25\cdot f(\log_{0.7}0.8)$，则$a$，$b$，$c$的大小关系是（ ）

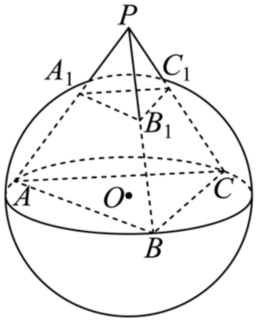
A．$b>a>c$　　B．$c>a>b$　　C．$b>c>a$　　D．$c>b>a$

7．A，B，C是直线$y=m$与函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$0<\varphi<\pi$）的图象的三个交点，如图所示．其中，点$A(0,\sqrt{2})$，$B$，$C$两点的横坐标分别为$x_1,x_2$，若$x_2-x_1=\frac{\pi}{4}$，则$f(\frac{\pi}{2})=$（ ）



A．$-\sqrt{2}$　　B．-1　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

8．已知棱长相等的正三棱锥 $P-ABC$ 底面的三个顶点 A,B,C 均在以 O 为球心的球面上（其中 O 为 $\triangle ABC$ 的中心），球面与棱 PA,PB,PC 分别交于点 A_1，B_1，C_1．若球 O 的表面积为 12π，则多面体 $A_1B_1C_1-ABC$ 的体积为（　　）

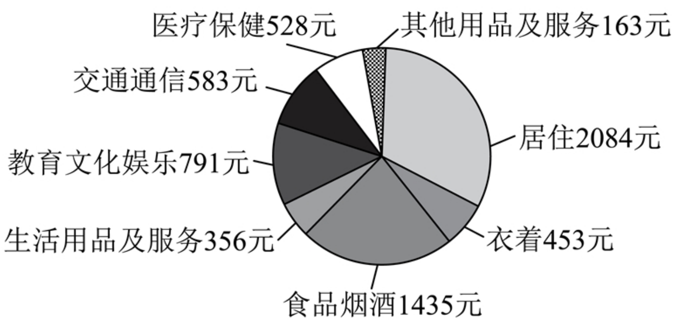


A．$\frac{23\sqrt{2}}{12}$　　B．$\frac{9\sqrt{2}}{8}$　　C．$\frac{13\sqrt{2}}{6}$　　D．$\frac{9\sqrt{2}}{4}$

二、多选题

9．下图为某市 2023 年第一季度全市居民人均消费支出构成图．已知城镇居民人均消费支出 7924 元，与上一年同比增长 4.4%；农村居民人均消费支出 4388 元，与上一年同比增长 7.8%，则关于 2023 年第一季度该市居民人均消费支出，下列说法正确的是（　）

2023年第一季度全市居民人均消费支出构成图



A．2023 年第一季度该市居民人均消费支出 6393 元

B．居住及食品烟酒两项的人均消费支出总和超过了总人均消费支出的 50%

C．城乡居民人均消费支出的差额与上一年同比在缩小

D．医疗保健与教育文化娱乐两项人均消费支出总和约占总人均消费支出的20.6%

10．过抛物线$C:y^2=2px$的焦点F的直线与C交于$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$两点，点$Q(-1,\frac{y_1+y_2}{2})$为C的准线上一点，则（ ）

A．$x_1x_2=4$

B．若$|MF|=3$，则$|NF|=\frac{3}{2}$

C．$|MF||NF|$的最小值为4

D．$\angle MQN=90°$

11．定义域为$\mathbf{R}$的函数$f(x)$满足$f(1+2x)=4-f(1-2x)$，且函数$g(x)=f(x)+2x$的图象关于直线$x=2$对称，则（ ）

A．$f(2x)$的图象关于点$(1,2)$对称

B．$g(x)$的一个周期为4

C．$g(1)=4$

D．若$f(2)=1$，则$f(2024)=-4051$

三、填空题

12．已知集合$A=\{x|-1<x<3\}$，$B=\{x|x<m\}$，若$A\cap B=A$，则实数m的取值范围为_______．

13．已知$\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{10}}{5}$，则$\sin 6\alpha=$_______．

14．$(abc+abd+acd+bcd)^{10}$的展开式中，$a^8b^5c^9d^8$的系数为_______（用数字作答）．

四、解答题

15．已知函数$f\left(x\right)=ax^2-ax-\ln x$．

(1)若曲线$y=f\left(x\right)$在$x=1$处的切线方程为$y=mx+2$，求实数a,m的值；

(2)若对于任意$x\geq 1$，$f\left(x\right)+ax\geq a$恒成立，求实数a的取值范围．

16．跳绳是一项很好的健体运动，坚持跳绳能够有效提高人体下肢的爆发力和身体协调能力．2023年暑假期间，某高中以2022年入学（以下称2022级）的学生为试点，倡议学生每天坚持不超过半小时的跳绳锻炼．开学后，对2022级学生进行了一次计时一分钟的跳绳测试，并从中随机抽查了100名学生在暑期每周跳绳的累计时间及测试成绩（一分钟跳绳的个数），得到如下数据：

人数	5	10	20	15	15	10	15	10

每周跳绳的累计时间（单位：小时）	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
成绩区间（单位：个）	[90，100）	[120，130）	[140，150）	[170，180）	[170，180）	[160，170）	[180，190）	[190，200）

(1)请完成下面列联表，并判断是否有 99.9％的把握认为“2022 级学生的测试成绩与学生每周跳绳的累计时间有关”；

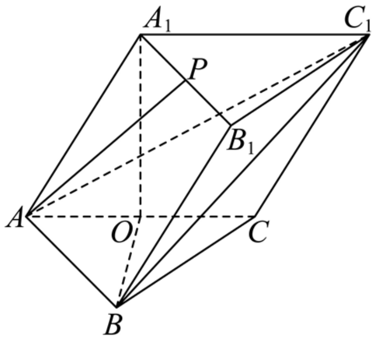
	跳绳个数不少于 170 个	跳绳个数不足 170 个	合计
每周跳绳的累计时间不少于 2 小时			
每周跳绳的累计时间不足 2 小时			
合计			

(2)将测试成绩位于区间$\left[170,190\right)$之内评定为“良好”，位于区间$\left[190,200\right)$ 之内评定为“优秀”．在被抽查的这 100 名学生中，对评定为“良好”和“优秀”按分层抽样抽取 11 人，再从这 11 人中随机抽取 3 人，记这 3 人中被评定为“优秀”的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望 E（X）．

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$．

$P(K^2\geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

17．棱长均为 2 的斜三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，A_1在平面ABC内的射影O在棱AC的中点处，P为棱A_1B_1（包含端点）上的动点．



(1)求点 P 到平面 ABC_1 的距离；

(2)若 $AP\perp$ 平面 α，求直线 BC_1 与平面 α 所成角的正弦值的取值范围.

18. 平面直角坐标系 xOy 中，面积为 9 的正方形 $ABCD$ 的顶点 A,B 分别在 x 轴和 y 轴上滑动，且 $\overrightarrow{OP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{\sqrt{3}}{3}\overrightarrow{OB}$，记动点 P 的轨迹为曲线 Γ.

(1)求 Γ 的方程；

(2)过点 $E\left(4,1\right)$ 的动直线 l 与曲线 Γ 交于不同的两点 M,N 时，在线段 MN 上取点 Q，满足 $|\overrightarrow{EM}|\cdot|\overrightarrow{QN}|=|\overrightarrow{QM}|\cdot|\overrightarrow{EN}|$．试探究点 Q 是否在某条定直线上？若是，求出定直线方程；若不是，说明理由.

19．在直角坐标平面内，将函数 $f(x)=2-\frac{2}{x+1}$ 及 $g(x)=\frac{1}{3x}$ 在第一象限内的图象分别记作 C_1，C_2，点 $P_n\left(a_n,f\left(a_n\right)\right)\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$ 在 C_1 上．过 P_n 作平行于 x 轴的直线，与 C_2 交于点 Q_n，再过点 Q_n 作平行于 y 轴的直线，与 C_1 交于点 P_{n+1}.

(1)若 $a_1=\frac{1}{3}$，请直接写出 a_2，a_3 的值；

(2)若 $0<a_1<\frac{1}{2}$，求证：$\left\{\dfrac{a_n-\frac{1}{2}}{a_n+\frac{1}{3}}\right\}$ 是等比数列；

(3)若 $a_1=\frac{1}{3}$，求证：$\left|a_2-a_1\right|+\left|a_3-a_2\right|+\cdots+\left|a_{n+1}-a_n\right|<\frac{4}{3}$.

参考答案：

1．B

【分析】根据对数函数 $y=\ln x$ 为增函数，以及必要不充分条件的定义可得答案.

【详解】由 $\ln a>\ln b$，得 $a>b>0$，

取 $a=2$，$b=-3$，此时满足 $a>b$，但是不满足 $\ln a>\ln b$，

综上，“$a>b$”是“$\ln a>\ln b$”的必要不充分条件.

故选：B.

2．D

【分析】根据双曲线的标准方程计算即可.

【详解】因为双曲线 C 的焦点为 $(0,\pm 2)$ 在纵轴上，所以 $\lambda<0$，

且双曲线 C 方程 $\frac{y^2}{-\lambda}-\frac{x^2}{-\lambda}=1$ 满足 $(-\lambda)+(-\lambda)=2^2$，

故 $\lambda=-2$，则 C 的方程为 $y^2-x^2=2$.

故选：D.

3．B

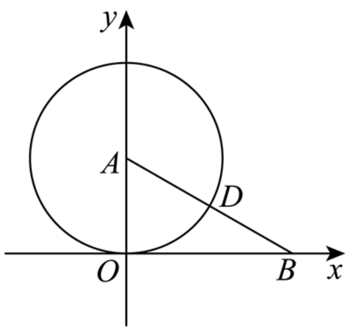
【分析】利用复数的几何意义及圆中最值问题数形结合计算即可.

【详解】$|z-\mathrm{i}|=1$ 的几何意义是复数 z 对应的点 Z 到点 $A(0,1)$ 的距离为 1，

即点 Z 在以点 $A(0,1)$ 为圆心，1 为半径的圆上，

$|z-\sqrt{3}|$ 的几何意义是点 Z 到点 $B(\sqrt{3},0)$ 的距离.

如图所示，故 $|z-\sqrt{3}|_{\min}=|DB|=|AB|-1=2-1=1$.



故选：B.

4．C

【分析】根据题意，设 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，结合平面向量的基本定理，逐项判定，即可求解.

【详解】设$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}(x,y\in \mathrm{R})$，由平面向量的基本定理，可得：

当$x+y=1$时，此时点P在直线BD上；

当$0<x+y<1$时，此时点P在点A和直线BD之间；

当$1<x+y<2$时，此时点P在点C和直线BD之间；

当$x+y=2$时，此时点P在过点C且与直线BD平行的直线上，

对于A中，由向量$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AD}$，满足$\frac{1}{5}+\frac{3}{5}<1$，所以点$P$在$\triangle ABD$内部，所以A错误；

对于B中，由$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，满足$\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$，所以点$P$在$BD$上，所以B错误；

对于C中，由$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，满足$1<\frac{2}{3}+\frac{3}{4}<2$，所以点$P$可能在$\triangle BCD$内部，所以C正确；

对于D中，由$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$，满足$\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=2$，此时点$P$在过点$C$且与直线$BD$平行的直线上，所以D错误.

故选：C.

5．D

【分析】根据等差数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=\frac{1}{2}dn^2+(a_1-\frac{1}{2}d)n$，得到$C=0$，可判定A错误；由$A=0$时，得到$S_n=na_1$，当$a_1>0$时，可判定B错误;由$A>0$，得到$d>0$，可判定C错误；由$A<0$，得到$d<0$，可判定D正确.

【详解】因为等差数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=na_1+\frac{1}{2}n(n-1)d=\frac{1}{2}dn^2+(a_1-\frac{1}{2}d)n$（$d$为公差），

所以$\forall n\in \mathrm{N}^*$，点$(n,S_n)$在函数$y=\frac{1}{2}dx^2+(a_1-\frac{1}{2}d)x$的图像上，

对于A中，因为$(n,S_n)(n\in \mathrm{N}^*)$在函数$f(x)=Ax^2+Bx+C$的图象上，

可得$A=\frac{1}{2}d$，$B=a_1-\frac{1}{2}d$，$C=0$，所以$C^0=0^0$无意义，所以A错误；

对于B中，若$A=0$，则$d=0$，此时$S_n=na_1$，

当$a_1>0$时，不存在$n_0\in \mathrm{N}^*$，使S_n最大，所以B错误；

对于C中，若$A>0$，则$d>0$，S_n有最小值，无最大值，所以C错误；

对于D中，若$A<0$，则$d<0$，S_n有最大值，所以D正确.

故选：D.

6．A

【分析】构造函数并判断奇偶性，通过导函数求出函数的单调区间，根据函数单调性比较大小即可

【详解】令$F(x)=xf(x)(x\in \mathrm{R})$，因为$F(-x)=-x(\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x})=x(\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x})=F(x)$，

所以$F(x)$为偶函数.

$F'(x)=(\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x})+x(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x})$，

因为当$x\ge 0$时，$\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}\ge \mathrm{e}^{0}-\mathrm{e}^{-0}=0$，$x(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x})\ge 0$，此时$F'(x)\geqslant 0$，

所以$F(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增.

因为$a=2^{0.7}\cdot f(2^{0.7})=F(2^{0.7})$，$b=(\frac{1}{2})^{-0.8}\cdot f((\frac{1}{2})^{-0.8})=F((\frac{1}{2})^{-0.8})$，

$c=-\log_{0.7}1.25\cdot f(\log_{0.7}0.8)=\log_{0.7}1.25^{-1}\cdot f(\log_{0.7}0.8)=\log_{0.7}0.8\cdot f(\log_{0.7}0.8)=F(\log_{0.7}0.8)$，

因为$2^{0.7}>1$，$(\frac{1}{2})^{-0.8}=2^{0.8}>2^{0.7}$，$\log_{0.7}0.8<\log_{0.7}0.7=1$，

所以$(\frac{1}{2})^{-0.8}>2^{0.7}>\log_{0.7}0.8>0$，所以$F((\frac{1}{2})^{-0.8})>F(2^{0.7})>F(\log_{0.7}0.8)$，

即$b>a>c$.

故选：A.

7．A

【分析】根据求得$f(x)=2\sin(\omega x+\frac{3\pi}{4})$，求得$x_2-x_1=\frac{\pi}{2\omega}$，结合$x_2-x_1=\frac{\pi}{4}$，得到$\omega=2$，得到$f(x)=2\sin(2x+\frac{3\pi}{4})$，即可求解.

【详解】由$f(0)=2\sin\varphi=\sqrt{2}$，可得$\sin\varphi=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

因为$0<\varphi<\pi$，且点A在$f\left(x\right)$图像的下降部分，所以$\varphi=\frac{3\pi}{4}$，

故$f(x)=2\sin(\omega x+\frac{3\pi}{4})$，

因为$A(0,\sqrt{2})$，所以A,B,C是直线$y=\sqrt{2}$与$f\left(x\right)$的图像的三个连续的交点；

由A点横坐标$x_A=0$，即$\omega x_A+\frac{3\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$，解得$\omega x_1+\frac{3\pi}{4}=\frac{9\pi}{4}$，$\omega x_2+\frac{3\pi}{4}=\frac{11\pi}{4}$，

解得$x_1=\frac{3\pi}{2\omega}$，$x_2=\frac{2\pi}{\omega}$，所以$x_2-x_1=\frac{\pi}{2\omega}$.