

考题猜想 7-1 锐角三角函数

(热考+压轴 必刷 53 题 12 种题型专项训练)

题型大集合

- 利用锐角三角函数的概念求三角函数值
- 网格中求锐角三角函数值
- 特殊角三角函数值的混合运算
- 根据特殊角的三角函数值求角的度数
- 等角代换法求锐角三角函数值
- 求证同角三角函数关系式
- 解直角三角形的相关计算
- 解非直角三角形的相关计算
- 解直角三角形的实际应用
- 三角函数综合
- 12345 模型
- 胡不归模型

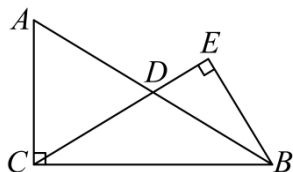
题型大通关

一. 利用锐角三角函数的概念求三角函数值 (共 4 小题)

(23-24 九年级上·江西·期末)

1. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是边 AB 的中点, $BE \perp CD$, 垂足为 E ,

$$BC = 8, \quad \cos \angle ABC = \frac{4}{5}.$$

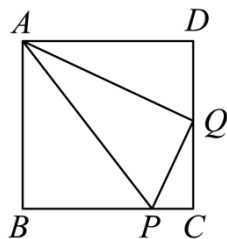


(1) 求 CD 的长.

(2)求 $\angle DBE$ 的正弦值.

(22—23 九年级上·海南儋州·期末)

2. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, P 是 BC 边上的一点, 且 $BC = 4PC$, Q 是 CD 的中点.



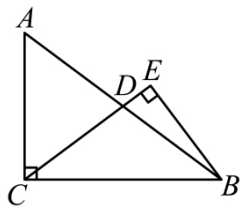
(1)求证: $\triangle QCP \sim \triangle ADQ$;

(2)求 $\sin \angle PAQ$ 的值.

(22—23 九年级上·北京通州·期末)

3. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是边 AB 的中点, $BE \perp CD$, 垂足为点 E . 已知

$$AC = 6, \cos A = \frac{3}{5}.$$

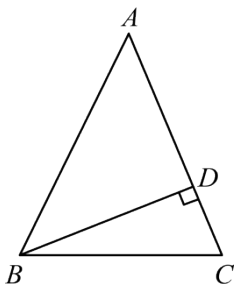


(1)求线段 CD 的长;

(2)求 $\cos \angle DBE$ 的值.

(22—23 九年级上·河南南阳·期末)

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 4$, $BD \perp AC$ 于点 D .



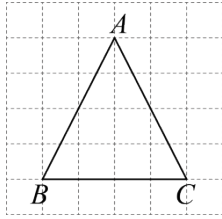
(1)求 $\tan \angle ABC$ 的值;

(2)求 BD 的长.

二. 网格中求锐角三角函数值 (共 4 小题)

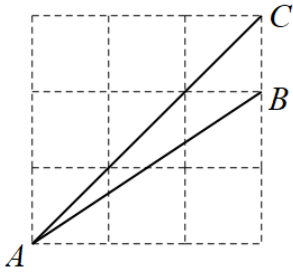
(2023·广东湛江·三模)

5. $\triangle ABC$ 在正方形网格中的位置如图所示, 则 $\sin B$ 的值为_____.



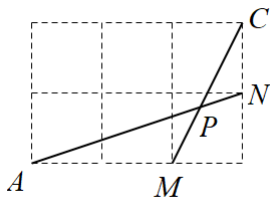
(22-23 九年级上·山西忻州·期末)

6. 如图, 点 A, B, C 在正方形网格的格点上, 则 $\sin \angle BAC =$ _____



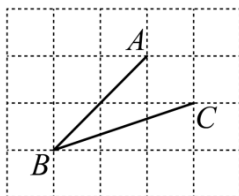
(22-23 九年级上·山西太原·期末)

7. 如图. 在每个小正方形的边长均为 1 的方格图中. 点 A, C, M, N 均在格点 (网格线的交点) 上, AN 与 CM 相交于点 P , 则 $\tan \angle CPN$ 的值为 _____.



(21-22 九年级上·江苏扬州·期末)

8. 如图, 点 A, B, C 在边长为 1 的正方形网格格点上, 则 $\tan B =$ _____.



三. 特殊角三角函数值的混合运算 (共 3 小题)

(22-23 九年级上·山东泰安·期末)

9. 计算下列各题:

(1) $\sin^2 45^\circ - \sqrt{27} + \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 2006)^0 + 6 \tan 30^\circ$

(2) $\sin^2 30^\circ - \cos 45^\circ \cdot \tan 60^\circ + \frac{\sin 60^\circ}{\cos 30^\circ} - \tan 45^\circ$.

(22—23 九年级下·安徽安庆·期末)

10. 已知 α 是锐角, 且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. 求 $3 \cos^2 \alpha + \sin(\alpha - 15^\circ) \tan(\alpha + 15^\circ) - \sqrt{3} \cos(\alpha - 15^\circ)$ 的值.

(23—24 九年级上·山西临汾·阶段练习)

11. (1) $\sqrt{2} \sin 30^\circ + \tan 60^\circ - \cos 45^\circ + \tan 30^\circ$;

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + |1 - \sqrt{3}| - 2 \sin 60^\circ + (\pi - 2023)^0 - \sqrt{8}$;

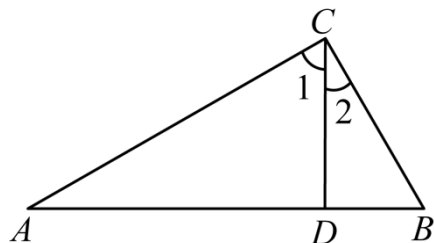
(3) 已知 $\angle A, \angle B, \angle C$ 是锐角三角形 ABC 的三个内角, 且满足 $(2 \sin A - \sqrt{3})^2 + \sqrt{\tan B - 1} = 0$, 求 $\angle C$ 的度数;

(4) 已知 $\tan \alpha$ 的值是方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的一个根, 求式子 $\frac{3 \sin \alpha - \cos \alpha}{2 \cos \alpha + \sin \alpha}$ 的值.

四. 根据特殊角的三角函数值求角的度数 (共 5 小题)

(2023·浙江杭州·一模)

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 上一点, $\angle 1 = \angle B$, $\angle 2 = \angle A$.



(1) 求证: $CD \perp AB$.

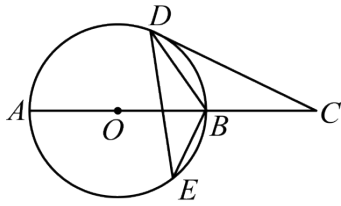
(2) 若 $\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{1}{3}$, 求 $\angle A$ 的度数.

(23—24 九年级上·全国·课后作业)

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B$ 满足 $\left(\sin A - \frac{1}{2}\right)^2 + |\tan B - \sqrt{3}| = 0$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由.

(22—23 九年级下·辽宁沈阳·开学考试)

14. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 AB 的延长线上, 点 D, E 为 $\odot O$ 上两点, 连接 CD, BD, ED , $\angle CDB = \angle E$, 连接 BC .

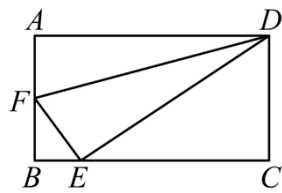


(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BC = 4$, $CD = 4\sqrt{3}$, 求 BD 的长.

(2023·广东河源·一模)

15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 10$, 点 E 是边 BC 上一点 (点 E 不与 B, C 重合), 过点 E 作 $EF \perp DE$ 交 AB 于点 F , 连接 DF .



(1) 当 $BE = 2$ 时, 求 $\tan \angle EDF$ 的值;

(2) 当 $AF = EF$ 时, 求 $\angle ADF$ 的度数;

(3) 若点 F 为 AB 的中点, 求 BE 的长.

(2023·江西·模拟预测)

16. 课本再现

(1) 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle C' = 90^\circ$, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$,

求证: $\text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle A'B'C'$. 我们在数学课上探索这一结论时进行了分析: 要证

$\text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle A'B'C'$, 可设法证 $\frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$, 若设 $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = k$, 则只需证 $\frac{BC}{B'C'} = k$.

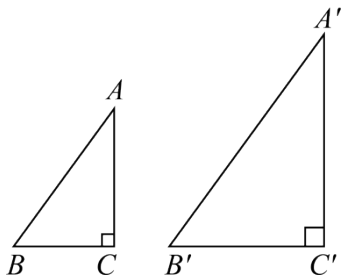


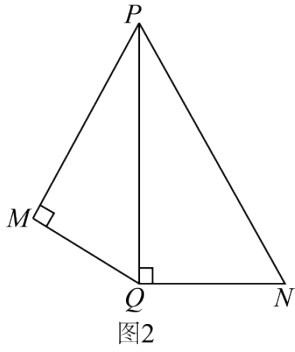
图1

请你根据以上分析, 完成证明.

知识应用

(2) 如图 2, 在四边形 $PMQN$ 中, $\angle M = \angle PQN = 90^\circ$, $PQ^2 = PM \cdot PN$, $\frac{MQ}{NQ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\angle N$

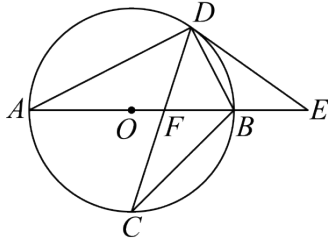
的度数.



五. 等角代换法求锐角三角函数值 (共 2 小题)

(2024 九年级下·浙江·专题练习)

17. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 是弧 AB 的中点, 点 D 在圆 O 上, 点 E 在 AB 的延长线上, 且 $EF = ED$.

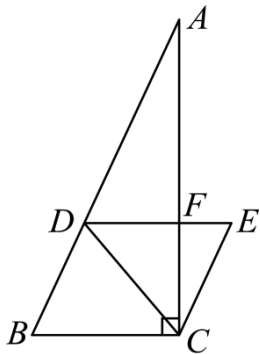


(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 BC , 若 $\tan \angle BCD = \frac{1}{2}$, $DE = 6$, 求 AB 的长.

(2023·浙江温州·二模)

18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AB 上一点, $CD = BC$, 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F , 过点 C 作 $CE \parallel AB$ 交 DF 的延长线于点 E .

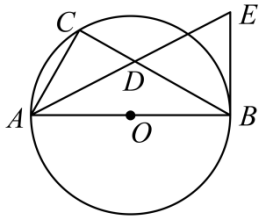


(1) 求证: 四边形 $DBCE$ 是平行四边形.

(2) 若 $BD = 6$, $\sin A = \frac{1}{3}$, 求 DE 的长.

(2023·江苏无锡·二模)

19. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle CAB$ 的平分线与 BC 相交于点 D , 与 $\odot O$ 过点 B 的切线相交于点 E .

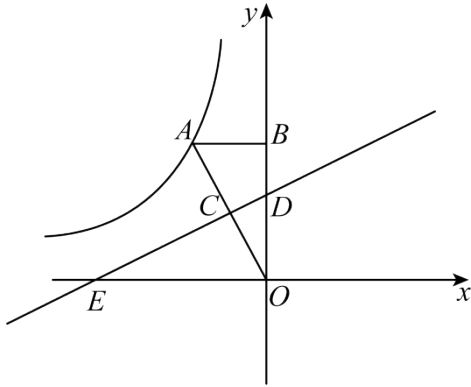


(1) 判断 $\triangle BDE$ 的形状, 并证明你的结论;

(2) 若 $AB = 4$, $BD = 2$, 求 AD 的长.

(2024·广东广州·一模)

20. 如图, $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle ABO = 90^\circ$, $AB = 2$, 反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象经过点 A .

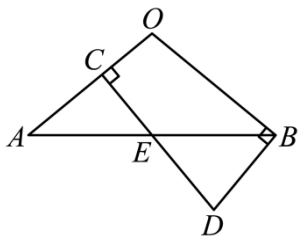


(1) 求点 A 的坐标.

(2) 直线 CD 垂直平分 AO , 交 AO 于点 C , 交 y 轴于点 D , 交 x 轴于点 E , 求线段 OE 的长.

(24-25 九年级上·北京·阶段练习)

21. 如图, 在 $\triangle OAB$ 中, $OA = OB$, E 是 AB 的中点, 过点 E 作 $EC \perp OA$ 于点 C , 过点 B 作 $BD \perp OB$, 交 CE 的延长线于点 D .



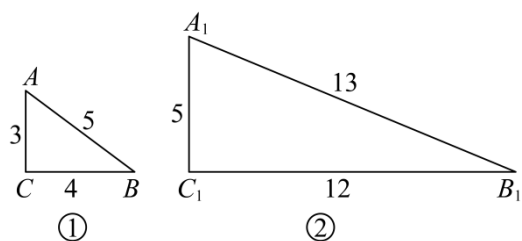
(1) 求证: $DB = DE$;

(2) 若 $AB = 12$, $BD = 5$, 求 OA 的长.

六. 求证同角三角函数关系式 (共 2 小题)

(24-25 九年级上·山东淄博·阶段练习)

22. 如图所示, 根据提供的数据回答下列问题:



(1) 在图①, $\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sin^2 A + \cos^2 A = \underline{\hspace{2cm}}$;

在图②中, $\sin A_1 = \underline{\hspace{2cm}}$, $\cos A_1 = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sin^2 A_1 + \cos^2 A_1 = \underline{\hspace{2cm}}$;

通过以上两个特殊例子, 你发现了什么规律? 用一个一般式子把你发现的规律表示出来, 并加以证明;

(2) 在图①中, $\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{\sin A}{\cos A} = \underline{\hspace{2cm}}$;

在图②中, $\tan A_1 = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{\sin A_1}{\cos A_1} = \underline{\hspace{2cm}}$;

通过以上两个特殊例子, 你发现了什么规律? 用一个一般式子把你发现的规律表示出来, 并加以证明.

(2023·河北保定·二模)

23. 嘉嘉在某次作业中得到如下结果:

$$\sin^2 7^\circ + \sin^2 83^\circ \approx 0.12^2 + 0.99^2 = 0.9945,$$

$$\sin^2 22^\circ + \sin^2 68^\circ \approx 0.37^2 + 0.93^2 = 1.0018,$$

$$\sin^2 29^\circ + \sin^2 61^\circ \approx 0.48^2 + 0.87^2 = 0.9873,$$

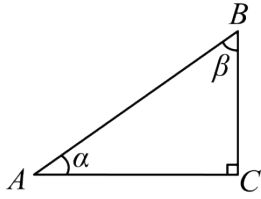
$$\sin^2 37^\circ + \sin^2 53^\circ \approx 0.60^2 + 0.80^2 = 1.0000,$$

$$\sin^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1.$$

据此, 嘉嘉猜想: 对于任意锐角 α , β , 若 $\alpha + \beta = 90^\circ$, 均有 $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 1$.

(1) 当 $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$ 时, 验证 $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 1$ 是否成立?

(2) 嘉嘉的猜想是否成立? 若成立, 请结合如图所示 $\text{Rt}\triangle ABC$ 给予证明, 其中 $\angle A$ 所对的边为 a , $\angle B$ 所对的边为 b , 斜边为 c ; 若不成立, 请举出一个反例;

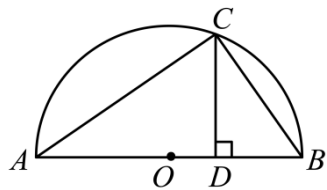


(3)利用上面的证明方法，直接写出 $\tan \alpha$ 与 $\sin \alpha$ ， $\cos \alpha$ 之间的关系.

七. 解直角三角形的相关计算 (共 5 小题)

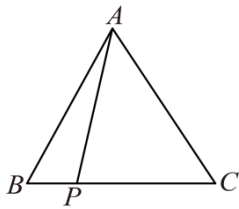
(23—24 九年级上·安徽合肥·期末)

24. 如图是以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径的半圆 O ，点 C 恰好在半圆上，过 C 作 $CD \perp AB$ 交 AB 于点 D ，已知 $\cos \angle ACD = \frac{3}{5}$ ， $BC = 4$ ，求 AC 的长.



(23—24 九年级上·安徽合肥·期末)

25. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， P 是 BC 上一点，连接 AP 使得 $\angle CAP = \angle ABC$.

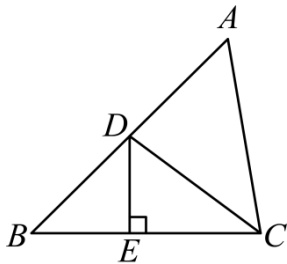


(1)求证: $AC^2 = PC \cdot BC$;

(2)若 $AB = AC = 5$ ， $\sin \angle ABC = \frac{4}{5}$ ，求 $\tan \angle APC$.

(2022·上海虹口·二模)

26. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 45^\circ$ ， CD 是 AB 边上的中线，过点 D 作 $DE \perp BC$ ，垂足为 E ，若 $CD = 5$ ， $\sin \angle BCD = \frac{3}{5}$.

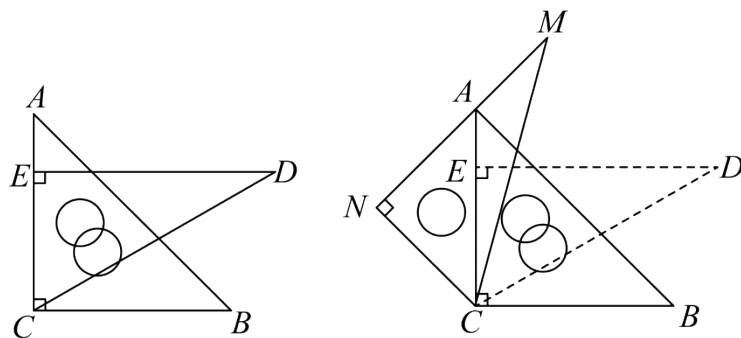


(1)求 BC 的长;

(2)求 $\angle ACB$ 的正切值.

(24-25 九年级上·河北沧州·期末)

27. 把一副三角板按如图 1 的方式放置, 其中 $\angle ACB = \angle DEC = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, 斜边 $AB = CD = 10$, 将三角板 DEC 绕点 C 逆时针旋转, 得到 $\triangle MNC$ (如图 2), 点 A 恰好落在 MN 上.



(图1)

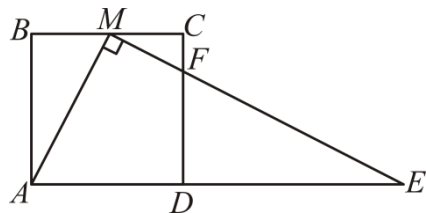
(图2)

(1)求 $\angle CAN$ 的度数;

(2)计算点 D 旋转至点 M 的路径长.

(23-24 九年级上·湖南株洲·期末)

28. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, M 为 BC 上一点, 连接 AM , $ME \perp AM$, 交 CD 于点 F , 交 AD 的延长线于点 E .



(1)求证: $\triangle ABM \sim \triangle MCF$.

(2)若 $AB = 8$, $\tan E = \frac{1}{2}$, 求 $\triangle DEF$ 的面积.

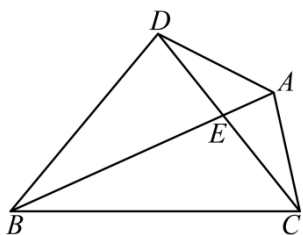
八. 解非直角三角形的相关计算 (共 5 小题)

(21-22 九年级上·安徽安庆·期末)

29. 已知锐角 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $\tan B = 3$, 则 BC 的长为_____.

(24-25 九年级上·重庆·期中)

30. 如图, 点 D 是 $\triangle ABC$ 外一点, $DB = DC$, AB 与 CD 相交于点 E , $\angle BDC = \angle BAC$, 连接 DA , 若 $AC = 4$, $DA = \sqrt{13}$, $\tan \angle DBA = \frac{1}{2}$, 则 $DB =$ _____.

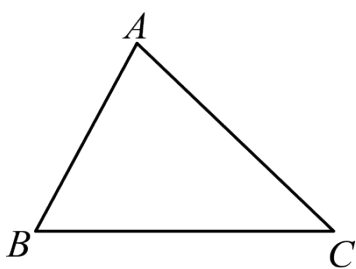


(23—24 九年级上·黑龙江哈尔滨·阶段练习)

31. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = \sqrt{58}$, $\tan B = \frac{3}{7}$, $AC = 3\sqrt{5}$, 则 $BC =$ _____.

(22—23 九年级上·山东聊城·阶段练习)

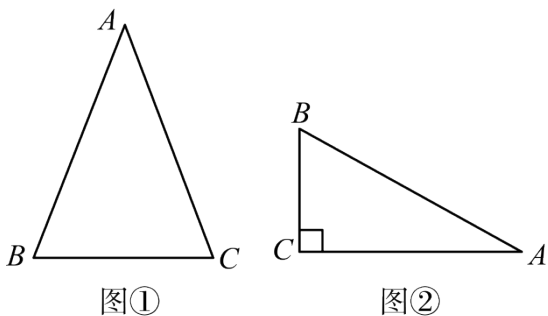
32. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 4\sqrt{2}$, $BC = 6$, $\angle C$ 为锐角且 $\tan C = 1$.



- (1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (2) 求 AB 的值;
- (3) 求 $\cos \angle ABC$ 的值.

(20—21 九年级下·福建龙岩·期中)

33. 我们定义: 等腰三角形中底边与腰的比叫做顶角正对 (sad), 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 顶角 A 的正对记作 $\text{sad}A$, 这时 $\text{sad}A = \frac{\text{底边}}{\text{腰}} = \frac{BC}{AB}$. 容易知道一个角的大小与这个角的正对值也是相互唯一确定的. 根据上述角的正对定义, 解下列问题:

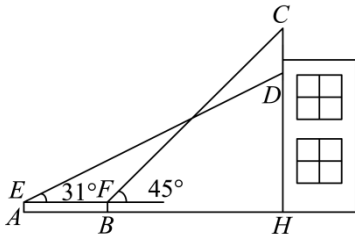


- (1) $\text{sad}90^\circ =$ _____.
- (2) 对于 $0^\circ < A < 180^\circ$, $\angle A$ 的正对值 $\text{sad}A$ 的取值范围是_____.
- (3) 如图②, 已知 $\sin A = \frac{3}{5}$, 其中 $\angle A$ 为锐角, 试求 $\text{sad}A$ 的值.

九. 解直角三角形的实际应用（共 6 小题）

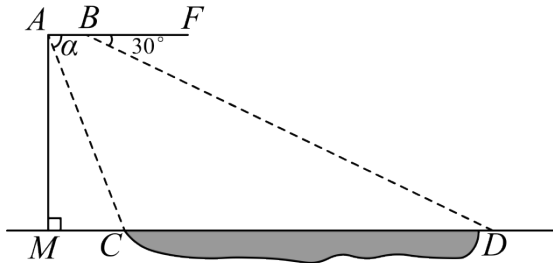
（24—25 九年级上·四川成都·期中）

34. 如图，在运动会期间，我校在教学楼上悬挂一块高为 6 米的标语牌 CD ．小明和小张在数学活动课上测标语牌的底部 D 到地面的距离（即 DH 的长度）．已知测角仪支架高 $AE = BF = 1.2\text{m}$ ，小明在 E 处测得标语牌底部点 D 的仰角为 31° ，小张在 F 处测得标语牌顶部点 C 的仰角为 45° ， $AB = 10\text{m}$ ，且图中点 A, B, C, D, E, F, H 在同一平面内，求 DH 的长．（参考数据： $\tan 31^\circ \approx 0.60$ ， $\sin 31^\circ \approx 0.52$ ， $\cos 31^\circ \approx 0.86$ ）



（24—25 九年级上·山东淄博·期中）

35. 如图，某校数学兴趣小组借助无人机测量一条河流的宽度 CD ．如图所示，一架水平飞行的无人机在 A 处测得正前方河流的左岸 C 处的俯角为 α ，无人机沿水平线 AF 方向继续飞行 50 米至 B 处，测得正前方河流右岸 D 处的俯角为 30° ．线段 AM 的长为无人机距地面的铅直高度，点 M, C, D 在同一条直线上．其中 $\tan \alpha = 2$ ， $MC = 50\sqrt{3}$ 米．

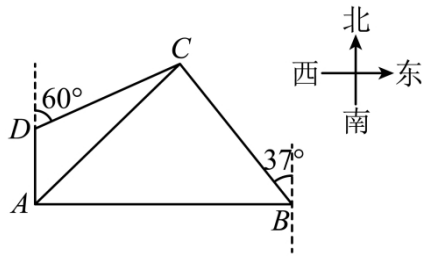


(1) 求无人机的飞行高度 AM ；（结果保留根号）

(2) 求河流的宽度 CD ．（结果保留根号）

（24—25 九年级上·重庆九龙坡·阶段练习）

36. 如下图， A, B, C, D 是某个景区的四个游客休息区（只有 AB, BC 可骑行）， A 在 B 的正西方向， D 在 A 的正北方向； C 在 D 的北偏东 60° 方向， C 在 B 的北偏西 37° 方向，且在 A 的东北方向， $CD = 1600$ 米．（参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.6$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.8$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ， $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）

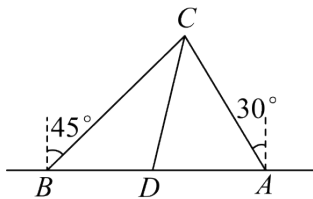


(1)求 AB 的长度 (结果保留根号);

(2)周末小义和小飞相约一起去公园游玩, 他们到达 A 后发现两条路线可到 C , 小义选择路线① $A \rightarrow D \rightarrow C$, 步行速度为每分钟 90 米; 小飞选择路线② $A \rightarrow B \rightarrow C$, 他租了一辆共享单车, 骑行速度为每分钟 240 米, 中途在 B 处停留 5 分钟观赏风景, 请你通过计算说明, 小义和小飞谁先到达 C .

(24-25 九年级上·全国·期末)

37. 为了维护海洋权益, 新组建的国家海洋局加大了在南海的巡逻力度. 一天, 我两艘海监船刚好在我某岛东西海岸线上的 A 、 B 两处巡逻, 同时发现一艘不明国籍的船只停在 C 处海域. 如图所示, $AB = 60(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ 海里, 在 B 处测得 C 在北偏东 45° 的方向上, A 处测得 C 在北偏西 30° 的方向上, 在海岸线 AB 上有一灯塔 D , 测得 $AD = 120(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ 海里.

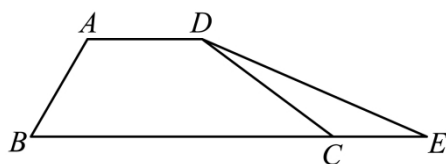


(1)求出 A 与 C 距离 AC (结果保留根号).

(2)已知在灯塔 D 周围 100 海里范围内有暗礁群, 我在 A 处海监船沿 AC 前往 C 处盘查, 途中有无触礁的危险 (参考数据: $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{3} = 1.73$, $\sqrt{6} = 2.45$).

(24-25 九年级上·山东德州·阶段练习)

38. 水务部门为加强防汛工作, 决定对某水库大坝进行加固, 大坝的横截面是梯形 $ABCD$. 如图所示, 已知迎水坡面 AB 的长为 16 米, $\angle B = 60^\circ$, 背水坡面 CD 的长为 $16\sqrt{3}$ 米, 加固后大坝的横截面为梯形 $ABED$, CE 的长为 8 米.

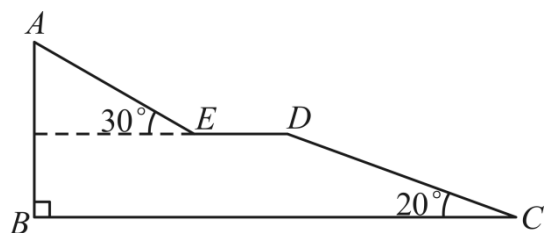


(1)已知需加固的大坝长为 120 米, 求需要填土石方多少立方米?

(2)求加固后大坝背水坡面 DE 的坡度.

(2024·安徽·模拟预测)

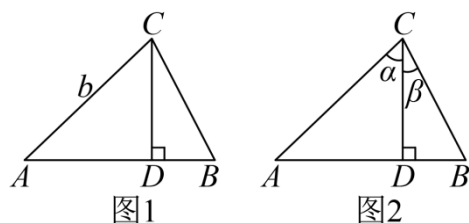
39. 某超市自动扶梯路线如图所示, 一楼扶梯 CD 段坡角为 20° , 中转平台 $DE \parallel BC$, 二楼扶梯 AE 段坡角为 30° , 已知 $CD=15\text{m}$, $DE=6\text{m}$, $AE=12\text{m}$, 求水平距离 BC 的长. (结果精确到 0.1m , 参考数据: $\sin 20^\circ \approx 0.34$, $\cos 20^\circ \approx 0.94$, $\tan 20^\circ \approx 0.36$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



一十. 三角函数综合 (共 6 小题)

(22-23 九年级上·江苏徐州·阶段练习)

40. 如图 (1), $\triangle ABC$ 中, $AC=b$, $AB=c$, $CD \perp AB$ 于点 D . 由直角三角形边角关系, 可将三角形的面积公式变形为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A$ ①, 即三角形的面积等于两边之长与夹角正弦值之积的一半



如图 (2), 在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$ 于点 D , $\angle ACD = \alpha$, $\angle DCB = \beta$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle BDC}$, 由公式①, 得

$$\frac{1}{2} AC \cdot BC \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2} AC \cdot CD \sin \alpha + \frac{1}{2} BC \cdot CD \sin \beta, \text{ 即:}$$

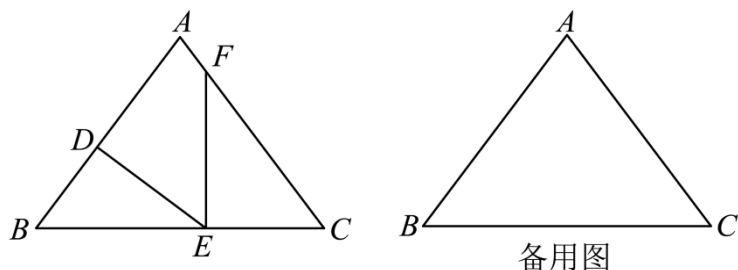
$$AC \cdot BC \sin(\alpha + \beta) = AC \cdot CD \sin \alpha + BC \cdot CD \sin \beta.$$

(1)请证明等式: $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$;

(2)请利用结论求出 $\sin 75^\circ$ 的值.

(22-23 九年级上·江苏泰州·期末)

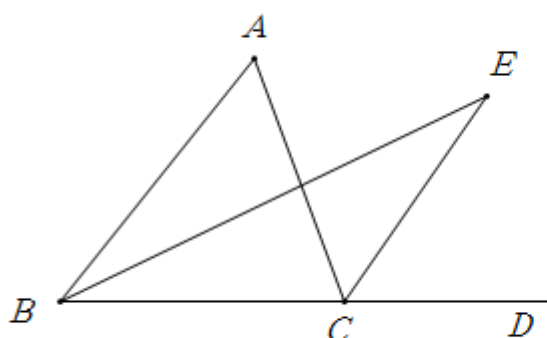
41. 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB=AC=5$, $BC=6$, D 为 AB 上一点, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 交 BC 边于点 E , 过点 E 作 $EF \perp BC$ 交 AC 边于点 F .



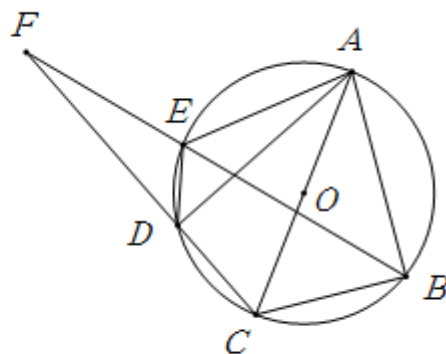
- (1)求 $\cos B$ 的值;
- (2)当 BD 长为何值时, 以点 F 为圆心, 线段 FA 为半径的圆与 BC 边相切;
- (3)过点 F 作 $FP \perp AC$, 与线段 DE 交于点 G , 设 BD 长为 t , $\triangle EFG$ 的面积为 S , 求 S 关于 t 的函数表达式及 t 的取值范围.

(21—22 九年级上·江苏泰州·期末)

42. 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 的平分线和外角 $\angle ACD$ 的平分线交于点 E , 我们把 $\angle E$ 叫做 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 的好望角.



(图1)

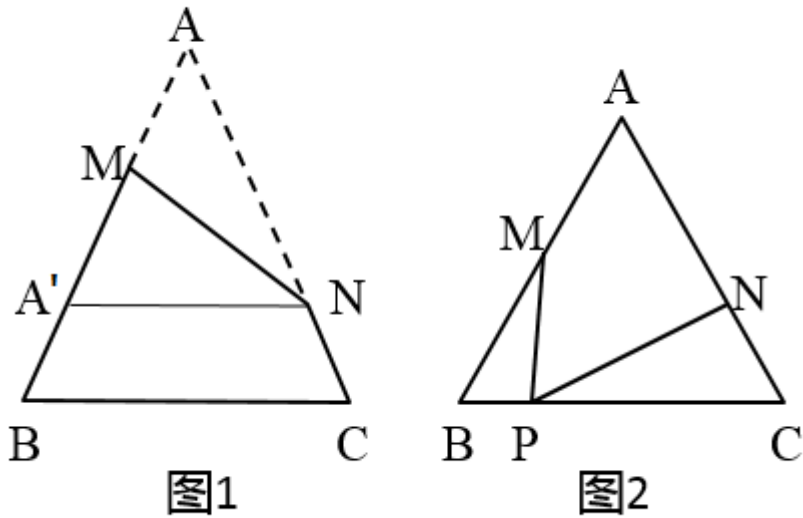


(图2)

- (1)如图 1, 已知 $\triangle ABC$, 点 D 是 BC 延长线上的一点, $\angle E$ 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 的好望角, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ACB = 80^\circ$, 求 $\angle E$ 的度数;
- (2)如图 2, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 且 AC 是 $\odot O$ 的直径, 点 E 是弧 AD 上的动点, 弧 $AD =$ 弧 BD , CD 和 BE 的延长线交于点 F , 连接 DE , AE , 当 $\angle F$ 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的好望角时.
- ①求 $\angle EAC$ 的度数;
 - ②求证 $AE = EF$;
 - ③若 $AB = 8$, $CD = 5$, 求 $\odot O$ 的直径.

(20—21 九年级上·江苏扬州·期末)

43. 如图, 已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 8, 点 M 、 N 分别在 AB 、 AC 边上, $CN = 3$.



(1) 把 $\triangle ABC$ 沿 MN 折叠,使得点 A 的对应点是点 A' 落在 AB 边上(如图1).求折痕 MN 的长度;

(2) 如图2,若点 P 在 BC 上运动,且始终保持 $\angle MPN = 60^\circ$

①请判断 $\triangle MBP$ 和 $\triangle PCN$ 是否相似?并说明理由;

②当点 P 在何位置时线段 BM 长度最大,并求出线段 BM 长度的最大值.

(22-23 九年级上·海南海口·期末)

44. 如图1,正方形 $ABCD$ 中, P 是边 AD 上任意一点, Q 是对角线 AC 上的点,且满足 $\angle PBQ = 45^\circ$.

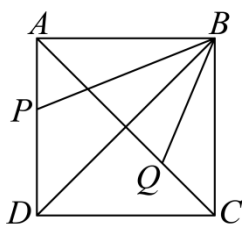


图1

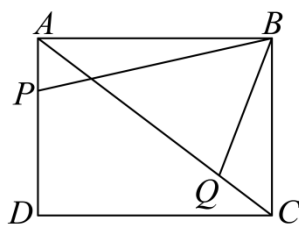


图2

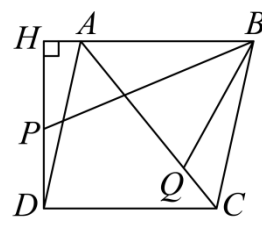


图3

(1)①求证: $\triangle PDB \sim \triangle QCB$;

② $\frac{DP}{CQ} = _$;

(2)如图2,矩形 $ABCD$ 中, $AB=12$, $AD=5$, P 、 Q 分别是边 AD 和对角线 AC 上的点, $\angle PBQ = \angle ACB$, $DP=3$,求 CQ 的长;

(3)如图3,菱形 $ABCD$ 中, $DH \perp BA$ 交 BA 的延长线于点 H .若 $DC=5$,对角线 $AC=6$,

P 、 Q 分别是线段 DH 和 AC 上的点， $\tan \angle PBQ = \frac{3}{4}$ ， $PH = \frac{8}{5}$ ，求 CQ 的长。

(22—23 九年级上·江西九江·期末)

45. 初识图形

(1) 如图 1， E 、 F 分别为正方形 $ABCD$ 的 CD 边和 BC 边上的点，连接 AE 、 DF ，且 $AE \perp DF$ 。则 $\frac{AE}{DF} =$ 。

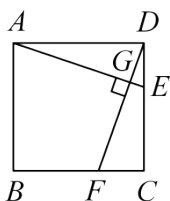


图1

(2) 如图 2，矩形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上，连接 BD 、 EF ，且 $BD \perp EF$ ， $AC = 5$ ， $AB = 4$ ，则 $\frac{EF}{BD} =$ 。

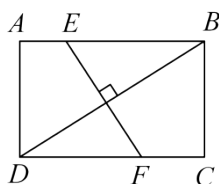


图2

类比探究

(3) 如图 3， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， D 、 F 分别为 AC 、 BC 边上的点， $AB = 6$ ， $AC = 8$ ， $CD = 3$ ，连接 BD ， $AF \perp BD$ 交 BD 于点 E 。求 CF 长。请说明理由。

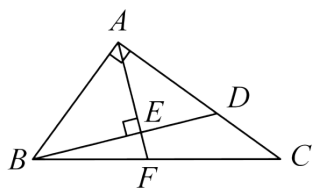


图3

拓展应用

(4) 如图 4，在矩形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别为 AD 和 BC 边上的一点，以 EF 为折痕，将四边形 $ABFE$ 翻折，交 DC 于 P 和 Q ， A 和 B 的翻折后的位置分别是 H 和 G 。 $AB = 18$ ， $DP = 6$ ， $EP = 10$ ， $PQ = \frac{25}{3}$ 。请直接写出折痕 EF 的长。

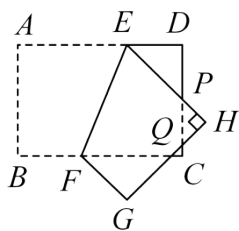


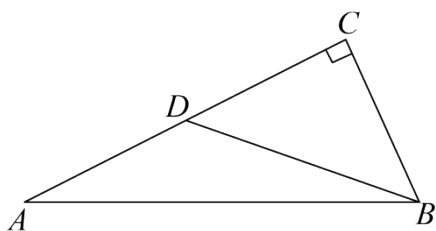
图4

一十一. 12345 模型 (共 4 小题)

(22-23 九年级上·河南南阳·期末)

46. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = \sqrt{5}$, 点 D 是 AC 上一点, 连接 BD . 若

$\tan \angle A = \frac{1}{2}$, $\tan \angle ABD = \frac{1}{3}$, 则 BD 的长为 ()

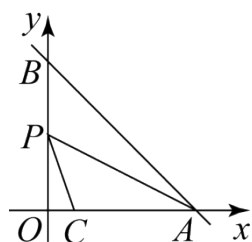


- A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. 3 D. $\sqrt{8}$

(22-23 九年级上·福建泉州·期中)

47. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -x + m$ 分别交 x 轴, y 轴于 A, B 两点, 已知点

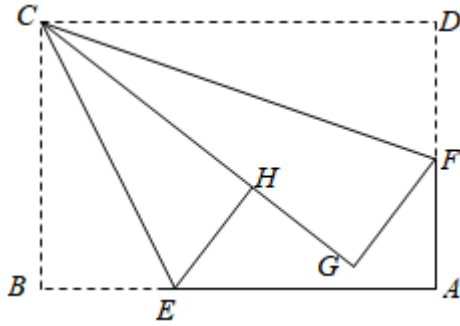
$C(2,0)$, 点 P 为线段 OB 的中点, 连结 PA, PC , 若 $\angle CPA = \angle ABO$, 则 m 的值为_____.



(2022·浙江宁波·一模)

48. 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在矩形的边 AB, AD 上, 将矩形纸片沿

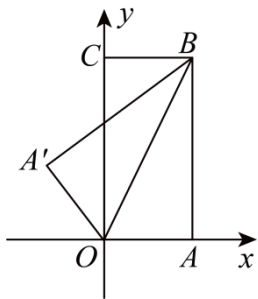
CE, CF 折叠, 点 B 落在 H 处, 点 D 落在 G 处, 点 C, H, G 恰好在同一直线上, 若 $AB = 9$, $AD = 6$, $BE = 3$, 则 DF 的长是 ()



- A. $\frac{7}{2}$ B. 4 C. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ D. 3

(2023·河南郑州·三模)

49. 如图, 把矩形纸片 $OABC$ 放入平面直角坐标系中, 使 OA 、 OC 分别落在 x 轴、 y 轴上, 连接 OB 将纸片沿 OB 折叠, 使 A 落在 A' 的位置, $OB = \sqrt{5}$, $\tan \angle BOC = \frac{1}{2}$, 则点 A' 的坐标为 ()

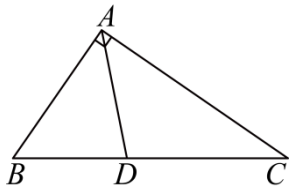


- A. $\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ B. $\left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ C. $(-1, 2)$ D. $\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}, \sqrt{5}\right)$

一十二. 胡不归模型 (共 4 小题)

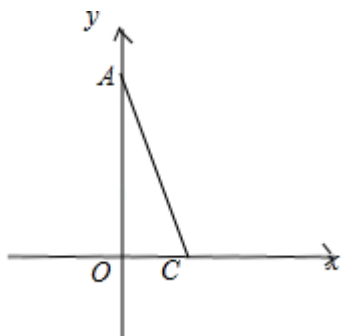
(2024 九年级下·全国·专题练习)

50. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\tan B = \sqrt{3}$, $AB = 1$. D 为 BC 边上的一动点, 连接 AD , 则 $CD + 2AD$ 的最小值为_____.



(2023 九年级下·全国·专题练习)

51. 如图, $\triangle ABC$ 在平面坐标系内, 点 $A(0, 3\sqrt{3})$, $C(2, 0)$. 点 B 为 y 轴上动点, 求 $\frac{1}{2}AB + BC$ 的最小值.



(23—24 九年级上·湖北·期末)

52. 在等边 $\triangle ABC$ 中, D 是射线 BC 上的点.

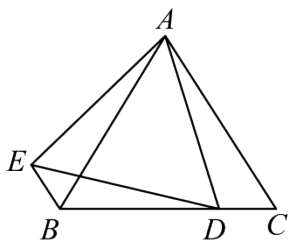


图1

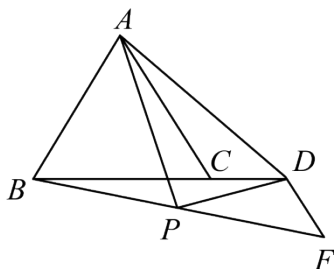


图2

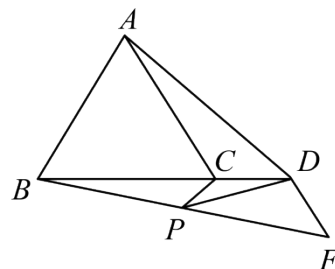


图3

(1)如图1, 点 D 在 BC 边上, 以 AD 为边在 AD 左侧作等边三角形 ADE , 求证: $BE = CD$;

(2)如图2, 点 D 在 BC 边的延长线上, 将线段 DC 绕点 D 逆时针旋转 120° 得到线段 DF , 若 P 为 BF 的中点, 猜想: AP 与 PD 之间的位置关系是_____, 数量关系是_____, 请证明你的结论;

(3)在(2)的条件下, 连接 CP , 若 $AB = 12$, 直接写出 $CP + \sqrt{3}PD$ 的最小值为_____.

(2024·四川成都·模拟预测)

53. 探究式学习是新课程倡导的重要学习方式, 某兴趣小组拟做以下探究.

【尝试初探】

(1)如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, 若 $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $AB = AD = 5$, $\angle BAD = 120^\circ$, 求 AC 的长;

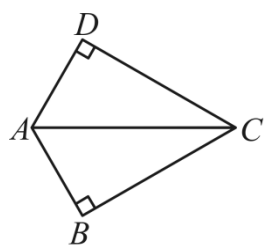
【深入探究】

(2)如图②, 在四边形 $ABCD$ 中, 若 $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle BCD = 45^\circ$, $AC = 8\sqrt{2}$, 求 BD 的长;

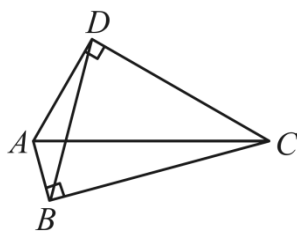
【拓展延伸】

(3)如图③, 在四边形 $ABCD$ 中, 若 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$, $AD = AB = 2\sqrt{3}$, 延长 DA, CB 相交于点 E , $DE \perp CE$, P 是线段 AC 上一动点, 连接 PD , 求 $2DP + CP$ 的最

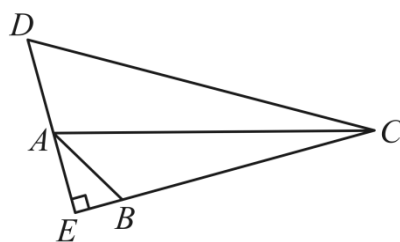
小值.



图①



图②



图③

1. (1)5

(2) $\frac{7}{25}$

【分析】本题考查了正弦与余弦、直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，熟练掌握正弦与余弦的概念是解题关键.

(1)先根据余弦的定义可得 $AB=10$ ，再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半即可得；

(2)先求出 $\cos \angle BCE = \cos \angle ABC = \frac{4}{5}$ ，利用余弦可求出 CE 的长，从而可得 DE 的长，再在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中，利用正弦的定义求解即可得.

【详解】(1)解： \because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 8$ ， $\cos \angle ABC = \frac{4}{5}$ ，

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AB = 8 \times \frac{5}{4} = 10,$$

$\because D$ 是边 AB 的中点，

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = 5,$$

所以 CD 的长为5.

(2)解： $\because D$ 是斜边 AB 的中点，

$$\therefore CD = BD = \frac{1}{2}AB = 5,$$

$\therefore \angle BCE = \angle ABC$ ，

$$\therefore \cos \angle BCE = \cos \angle ABC = \frac{4}{5},$$

$\because BE \perp CD$ ，

$$\therefore \cos \angle BCE = \frac{CE}{BC} = \frac{4}{5}, \text{ 即 } \frac{CE}{8} = \frac{4}{5},$$

$$\text{解得 } CE = \frac{32}{5},$$

$$\therefore DE = CE - CD = \frac{7}{5},$$

$$\therefore \sin \angle DBE = \frac{DE}{BD} = \frac{7}{25},$$

所以 $\angle DBE$ 的正弦值为 $\frac{7}{25}$.

2. (1)见解析

$$(2) \sin \angle PAQ = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

【分析】(1) 根据正方形的性质得到 $AD = BC = CD$, $\angle C = \angle D = 90^\circ$, 进而推出 $\frac{PC}{DQ} = \frac{CQ}{AD} = \frac{1}{2}$,

即可证得结论;

(2) 设 $CP = x$, 则 $CQ = DQ = 2x$, $AD = BC = AB = 4x$, 勾股定理求出 PQ, AQ , 根据相似三角形的性质证得 $\angle AQP = 90^\circ$, 勾股定理求出 AP 即可.

【详解】(1) \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD = BC = CD, \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

$\because BC = 4PC$, Q 是 CD 的中点.

$$\therefore PC = \frac{1}{4}BC, CQ = DQ = \frac{1}{2}CD,$$

$$\therefore \frac{PC}{DQ} = \frac{CQ}{AD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle QCP \sim \triangle ADQ;$$

(2) 设 $CP = x$, 则 $CQ = DQ = 2x$, $AD = BC = AB = 4x$,

$$\therefore PQ = \sqrt{CQ^2 + CP^2} = \sqrt{4x^2 + x^2} = \sqrt{5}x, \quad AQ = \sqrt{AD^2 + DQ^2} = \sqrt{16x^2 + 4x^2} = 2\sqrt{5}x,$$

$$\therefore \triangle QCP \sim \triangle ADQ,$$

$$\therefore \angle AQD = \angle CPQ,$$

$$\therefore \angle CPQ + \angle CQP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AQD + \angle CQP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AQP = 90^\circ,$$

$$\therefore AP = \sqrt{PQ^2 + AQ^2} = \sqrt{5x^2 + 20x^2} = 5x,$$

$$\therefore \sin \angle PAQ = \frac{PQ}{AP} = \frac{\sqrt{5}x}{5x} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

【点睛】此题考查了正方形的性质, 勾股定理, 相似三角形的判定和性质, 求角的正弦值, 正确掌握各知识点并熟练应用是解题的关键.

3. (1) $CD = 5$;

$$(2) \cos \angle DBE = \frac{24}{25}.$$

【分析】(1) 根据三角函数求出 AB 的长, 然后根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半求出 CD 的长即可;

(2) 先运用勾股定理求出 BC , 再由于 D 为 AB 上的中点可得 $DC = DB = 5$, 推出

$\angle DCB = \angle ABC$ ，利用正弦函数求出 BE ，据此即可解答.

【详解】(1) 解: $\because AC = 6, \cos A = \frac{3}{5}$,

$$\therefore \cos A = \frac{6}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AB = 10,$$

$\because \triangle ABC$ 为直角三角形, D 是边 AB 的中点,

$$\therefore CD = 5;$$

(2) 解: $\because AB = 10, AC = 6$,

$$\therefore BC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8, \sin \angle ABC = \cos \angle A = \frac{3}{5},$$

$\because \triangle ABC$ 为直角三角形, D 是边 AB 的中点,

$$\therefore DC = DB = 5,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle ABC,$$

$$\therefore \sin \angle DCB = \sin \angle ABC = \frac{3}{5},$$

$$\because BE \perp CD,$$

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle DCB = \frac{BE}{CB},$$

$$\therefore BE = \frac{24}{5},$$

$$\therefore \cos \angle DBE = \frac{BE}{BD} = \frac{24}{25}.$$

【点睛】本题主要考查了直角三角形的性质、三角函数、勾股定理等知识点, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.

$$4. (1) \tan \angle ABC = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

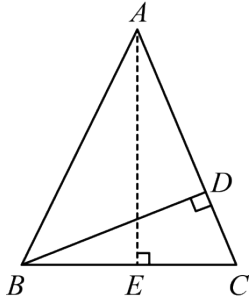
$$(2) BD = \frac{4\sqrt{21}}{5}$$

【分析】(1) 过点 A 作 $AE \perp BC$ 交 BC 于点 E , 由等腰三角形的性质得到

$BE = EC = \frac{1}{2}BC = 2$, 由勾股定理得到 $AE = \sqrt{21}$, 由锐角三角函数的定义即可得到答案;

(2) 过点 A 作 $AE \perp BC$ 交 BC 于点 E , 由 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AE = \frac{1}{2} \times AC \times BD$, 进一步即可得到 BD 的长.

【详解】(1) 解: 如图, 过点 A 作 $AE \perp BC$ 交 BC 于点 E ,



$$\because AB = AC, AE \perp BC,$$

$$\therefore BE = EC = \frac{1}{2}BC, \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\because BC = 4,$$

$$\therefore BE = EC = \frac{1}{2}BC = 2,$$

在 $Rt\triangle AEB$ 中,

$$\because \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore AE^2 = AB^2 - BE^2,$$

$$\because AB = AC = 5, BE = 2,$$

$$\therefore AE^2 = 5^2 - 2^2 = 21,$$

$$\therefore AE = \sqrt{21} \dots$$

在 $Rt\triangle AEB$ 中,

$$\because \angle AEB = 90^\circ, AE = \sqrt{21}, BE = 2,$$

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{AE}{BE} = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

(2) 解: 如图, 同 (1), 过点 A 作 $AE \perp BC$ 交 BC 于点 E ,

$$\because AE \perp BC,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AE,$$

又 $\because BD \perp AC,$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AC \times BD,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AE = \frac{1}{2} \times AC \times BD,$$

$$\because AC = 5, BC = 4,$$

又 \because 由 (1) 求得 $AE = \sqrt{21},$

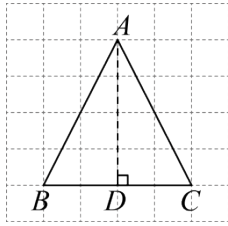
$$\therefore BD = \frac{BC \times AE}{AC} = \frac{4\sqrt{21}}{5}.$$

【点睛】此题考查了等腰三角形的性质、勾股定理、锐角三角函数的定义等知识，熟练掌握等腰三角形的性质和勾股定理是解题的关键。

5. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【分析】过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ，设小正方形的边长为 a ，首先根据勾股定理求出 $AB = 2\sqrt{5}a$ ，然后根据正弦的概念求解即可。

【详解】解：过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ，如图所示，



设小正方形的边长为 a ，

$$\text{则 } AB = \sqrt{(2a)^2 + (4a)^2} = 2\sqrt{5}a,$$

$$\therefore AD = 4a, \quad AD \perp BC,$$

$$\therefore \sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{4a}{2\sqrt{5}a} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

故答案为： $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

【点睛】本题在网格中考查求锐角的正弦值，掌握正弦的定义以及勾股定理是解题的关键。

6. $\frac{\sqrt{26}}{26}$

【分析】根据勾股定理求出 AC, AB 的长度，过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D ，根据面积法求出 BD ，再根据公式求出答案。

【详解】解：根据勾股定理得， $AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ ， $AB = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ ，

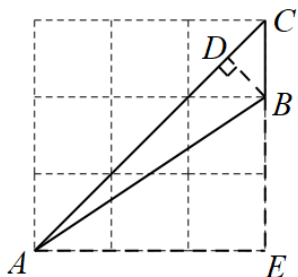
过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AE = \frac{1}{2} AC \cdot BD,$$

$$\therefore BD = \frac{BC \cdot AE}{AC} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \sin \angle BAC = \frac{BD}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{26}}{26},$$

故答案为: $\frac{\sqrt{26}}{26}$.



【点睛】此题考查了求角度的正弦值，勾股定理求线段长度，正确掌握计算公式是解题的关键.

7. 1

【分析】利用等角转化得到 $\angle CPN = \angle BAN = 45^\circ$ ，即可求解.

【详解】解：如图，平移 MC 至 AB ，

则 $\angle CPN = \angle BAN$ ，

连接 BN ，

$\because BD = NC, AD = BC, \angle ADB = \angle BCN = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BNC (SAS)$ ，

$\therefore \angle DAB = \angle CBN, AB = BN$ ，

$\therefore \angle DBA + \angle CBN = \angle DBA + \angle DAB = 90^\circ$ ，

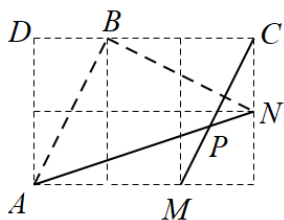
$\therefore \angle ABN = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAN = \angle BNA = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle CPN = \angle BAN = 45^\circ$ ，

$\therefore \tan \angle CPN = 1$ ，

故答案为：1.



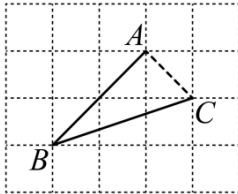
【点睛】本题考查了锐角三角函数的求值问题，涉及到了平移、全等三角形的判定与性质、

等腰三角形的性质等知识，解题关键是利用平移进行等角转化，得到等腰直角三角形，求出角.

8. $\frac{1}{2}$

【分析】先利用格点和勾股定理计算 AB 、 AC 、 BC ，再判断 $\triangle ABC$ 的形状，最后求出 $\tan B$.

【详解】解：连接 A 、 C ，



则 $AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ ，

$AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ，

$BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ，

$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

$\therefore \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点睛】本题主要考查了解直角三角形，掌握直角三角形的边角间关系、勾股定理和勾股定理的逆定理是解决本题的关键.

9. (1) $1 - \sqrt{3}$

(2) $\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{6}}{2}$

【分析】(1) 分别进行特殊角的三角函数值、二次根式的化简、零指数幂等运算，然后合并；

(2) 将特殊角的三角函数值代入求解.

【详解】(1) 解：原式 $= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3\sqrt{3} + \frac{1}{2} + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$

$= 1 - \sqrt{3}$ ；

(2) 解：原式 $= \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{3} + 1 - 1$

$$= \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，涉及了特殊角的三角函数值、二次根式的化简、零指数幂等知识，掌握运算法则是解答本题的关键.

10. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【分析】先根据 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 且 α 是锐角求出 α 的度数，再将特殊角的三角函数值代入求解.

【详解】解：∵ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 且 α 是锐角，

$$\therefore \alpha = 45^\circ,$$

$$\therefore 3 \cos^2 \alpha + \sin(\alpha - 15^\circ) \tan(\alpha + 15^\circ) - \sqrt{3} \cos(\alpha - 15^\circ)$$

$$= 3 \cos^2 45^\circ + \sin 30^\circ \tan 60^\circ - \sqrt{3} \cos 30^\circ$$

$$= 3 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

【点睛】本题考查特殊角三角函数值的混合运算，根据 α 的正弦值求出 α 的度数是解题的关键.

11. (1) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(2) $3 - 2\sqrt{2}$

(3) 75°

(4) $\frac{5}{4}$

【分析】(1) 先求出特殊角的三角函数值，然后进行运算即可；

(2) 先分别计算负整数指数幂，绝对值，特殊角的三角函数值，零指数幂，算术平方根，然后进行加减运算即可；

(3) 由题意得， $2 \sin A - \sqrt{3} = 0$ ， $\tan B - 1 = 0$ ，计算求解，确定 $\angle A$ ， $\angle B$ ，然后根据三角形内角和定理求解即可；

(4) 解方程得正切值, 然后根据 $\frac{3\sin\alpha - \cos\alpha}{2\cos\alpha + \sin\alpha} = \frac{\frac{3\sin\alpha - \cos\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{2\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{3\tan\alpha - 1}{2 + \tan\alpha}$, 计算求解即可.

【详解】(1) (1) 解: $\sqrt{2}\sin 30^\circ + \tan 60^\circ - \cos 45^\circ + \tan 30^\circ$
 $= \sqrt{2} \times \frac{1}{2} + \sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= \frac{4\sqrt{3}}{3};$

(2) 解: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + |1 - \sqrt{3}| - 2\sin 60^\circ + (\pi - 2023)^0 - \sqrt{8}$
 $= 3 + \sqrt{3} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - 2\sqrt{2}$
 $= 3 - 2\sqrt{2};$

(3) 解: $\because (2\sin A - \sqrt{3})^2 + \sqrt{\tan B - 1} = 0,$

$\therefore 2\sin A - \sqrt{3} = 0, \quad \tan B - 1 = 0,$

解得 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan B = 1,$

$\therefore \angle A = 60^\circ, \quad \angle B = 45^\circ,$

$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 75^\circ,$

$\therefore \angle C$ 的度数为 75° ;

(4) 解: $\because x^2 - x - 2 = 0,$

$(x+1)(x-2) = 0,$

解得 $x_1 = -1, \quad x_2 = 2,$

$\therefore \tan \alpha = 2,$

$\therefore \frac{3\sin\alpha - \cos\alpha}{2\cos\alpha + \sin\alpha} = \frac{\frac{3\sin\alpha - \cos\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{2\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{3\tan\alpha - 1}{2 + \tan\alpha} = \frac{2 \times 3 - 1}{2 + 2} = \frac{5}{4},$

\therefore 式子 $\frac{3\sin\alpha - \cos\alpha}{2\cos\alpha + \sin\alpha}$ 的值为 $\frac{5}{4}$.

【点睛】本题考查了特殊的三角函数值, 负整数指数幂, 绝对值, 零指数幂, 算术平方根, 三角形内角和定理, 同角三角函数的关系, 解一元二次方程. 熟练掌握特殊的三角函数值, 一元二次方程的根等知识是解题的关键.

12. (1)见解析

(2) $\angle A = 30^\circ$

【分析】(1) 根据三角形内角和定理表示出 $\angle ADC$, $\angle BDC$, 根据平角的定义可得

$\angle ADC = \angle BDC = 90^\circ$, 即可得证;

(2) 根据(1)的结论证明 $\angle ACB = 90^\circ$, 根据已知证明 $\triangle ADC \sim \triangle CDB$, 根据相似三角形的性质得出 $\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 根据特殊角的三角函数值即可求解.

【详解】(1) 证明: 在 $\triangle ADC$ 中, $\angle ADC = 180^\circ - (\angle 1 + \angle A)$

在 $\triangle BDC$ 中, $\angle BDC = 180^\circ - (\angle 2 + \angle B)$

$\because \angle 1 = \angle B, \angle 2 = \angle A.$

$\therefore \angle ADC = \angle BDC,$

又 $\because \angle ADC + \angle BDC = 180^\circ,$

$\therefore \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ,$

$\therefore CD \perp AB;$

(2) $\because \angle 1 = \angle B, \angle 2 = \angle A, \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ$

$\therefore \angle 1 + \angle A = \angle 2 + \angle B = 90^\circ$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ - \angle A + 90^\circ - \angle B = \angle A + \angle B,$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle A + \angle B = 90^\circ,$

$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$

$\because \angle 1 = \angle B, \angle 2 = \angle A,$

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle CDB,$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ACD}} = \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\because \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore \angle A = 30^\circ.$

【点睛】本题考查了三角形内角和定理的意义, 相似三角形的性质与判定, 根据特殊角的正切值求角度, 熟练掌握以上知识是解题的关键.

13. 直角三角形, 理由见解析.

【分析】本题考查了非负数的性质，直角三角形的判定，特殊角的三角函数值，先根据非负数的性质求出 $\sin A$ 、 $\tan B$ 的值，再根据 $\angle A$ 、 $\angle B$ 均为锐角及特殊角的三角函数值、三角形内角和定理即可求出三角形各角的度数，进而判断出其形状，掌握知识点的应用是解题的关键。

【详解】解： $\triangle ABC$ 为直角三角形，理由如下：

由题意，得 $\sin A - \frac{1}{2} = 0$ ， $\tan B - \sqrt{3} = 0$ ，

$\therefore \sin A = \frac{1}{2}$ ， $\tan B = \sqrt{3}$ ，

$\therefore \angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形。

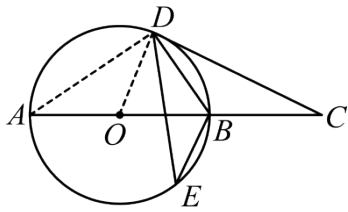
14. (1) 见解析

(2) $BD = 4$

【分析】(1) 连接 DA 、 OD ，可得 $\angle CDB = \angle E = \angle A = \angle ADO$ ， $\angle ODB + \angle ADO = 90^\circ$ ，即可得到 $\angle ODC = 90^\circ$ ，可证明 CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ODC$ 中，利用勾股定理求出半径为 4，即可利用特殊三角函数得到 $\angle BOD = 60^\circ$ ，得到 $\triangle BOD$ 为等边三角形，可得 $BD = 4$ 。

【详解】(1) 连接 DA 、 OD ，



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ODB + \angle ADO = 90^\circ$ ，

$\because OA = OD$ ，

$\therefore \angle A = \angle ADO$ ，

$\because \angle CDB = \angle E$ ， $\angle E = \angle A$

$\therefore \angle CDB = \angle E = \angle A = \angle ADO$ ，

$\therefore \angle ODB + \angle CDB = 90^\circ$ ，

即 $\angle ODC = 90^\circ$,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 设半径为 R , 则 $OD = OB = R$, $OC = OB + BC = R + 4$

在 $\text{Rt}\triangle ODC$ 中, $OD^2 + CD^2 = OC^2$,

$$\therefore R^2 + (4\sqrt{3})^2 = (R+4)^2, \text{ 解得 } R = 4,$$

$\therefore OD = OB = 4$, $OC = 8$

$$\therefore \cos \angle DOC = \frac{OD}{OC} = \frac{1}{2},$$

$\therefore \angle DOC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle BOD$ 为等边三角形,

$\therefore BD = 4$

【点睛】 本题考查切线的判定, 特殊角度三角函数, 解题的关键是根据特殊角度三角函数得到 $\angle DOC = 60^\circ$.

15. (1) $\tan \angle EDF = \frac{2}{5}$

(2) $\angle ADF = 15^\circ$

(3) BE 的长为 $\frac{10+5\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{10-5\sqrt{2}}{2}$

【分析】 (1) 利用矩形的性质, 相似三角形的判定与性质求得 $\frac{FE}{DE}$, 再利用直角三角形的边角关系定理解答即可;

(2) 利用矩形的性质, 全等三角形的判定与性质和平行线的性质解答即可;

(3) 利用矩形的性质和相似三角形的判定与性质列出关于 BE 的比例式解答即可.

【详解】 (1) 解: $\because EF \perp DE$,

$$\therefore \angle FED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle DEC = 90^\circ.$$

\because 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore DA = BC = 10, \quad AB = CD = 5, \quad \angle B = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE + \angle BEF = \angle BEF + \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle DEC,$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle CDE,$$

$$\therefore \frac{FE}{DE} = \frac{BE}{CD} = \frac{2}{5}.$$

$$\therefore \angle FED = 90^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle EDF = \frac{FE}{DE} = \frac{2}{5};$$

(2) 解: \because 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore EF \perp DE,$$

$$\therefore \angle FED = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AFD$ 和 $\text{Rt}\triangle EFD$ 中,

$$\begin{cases} AF = EF \\ DF = DF \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AFD \cong \text{Rt}\triangle EFD (\text{HL}),$$

$$\therefore DA = DE = 10, \quad \angle ADF = \angle EDF.$$

在 $\text{Rt}\triangle ECD$ 中, $\sin \angle CED = \frac{CD}{DE} = \frac{1}{2},$

$$\therefore \angle CED = 30^\circ,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DEC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADF = \frac{1}{2} \angle ADE = 15^\circ;$$

(3) 解: \because 点 F 为 AB 的中点,

$$\therefore BF = \frac{1}{2} AB = \frac{5}{2},$$

$$\therefore EF \perp DE,$$

$$\therefore \angle FED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle DEC = 90^\circ,$$

\because 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE + \angle BEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle DEC,$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle CDE,$$

$$\therefore \frac{BF}{BE} = \frac{CE}{CD},$$

$$\therefore \frac{\frac{5}{2}}{BE} = \frac{10 - BE}{5},$$

$$\text{解得: } BE = \frac{10 \pm 5\sqrt{2}}{2}.$$

$$\therefore BE \text{ 的长为 } \frac{10 + 5\sqrt{2}}{2} \text{ 或 } \frac{10 - 5\sqrt{2}}{2}.$$

【点睛】本题主要考查了矩形的性质，直角三角形的边角关系定理，勾股定理，相似三角形的判定与性质，平行线的性质，全等三角形的判定与性质，熟练掌握矩形的性质和相似三角形的判定与性质是解题的关键.

16. (1) 见解析

(2) 60°

【分析】(1) 设 $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = k$ ，再利用勾股定理证 $\frac{BC}{B'C'} = k$ ，即可得 $\frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ ，从而得出结论；

(2) 证明 $\text{Rt}\triangle PMQ \sim \text{Rt}\triangle PQN$ ，得出 $\frac{MQ}{NQ} = \frac{PQ}{PN} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，再利用正弦定义 $\sin N = \frac{PQ}{PN} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

即可求解.

【详解】解：(1) 设 $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = k$ ，则 $AB = kA'B'$ ， $AC = kA'C'$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，由勾股定理，得

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = k\sqrt{A'B'^2 - A'C'^2},$$

在 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ ，由勾股定理，得

$$B'C' = \sqrt{A'B'^2 - A'C'^2},$$

$$\therefore \frac{BC}{B'C'} = \frac{k\sqrt{A'B'^2 - A'C'^2}}{\sqrt{A'B'^2 - A'C'^2}} = k,$$

$$\therefore \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle A'B'C'$ ；

$$(2) \because PQ^2 = PM \cdot PN$$

$$\therefore \frac{PQ}{PN} = \frac{PM}{PQ}$$

$$\therefore \angle M = \angle PQN = 90^\circ$$

\therefore 由(1)知: $\text{Rt}\triangle PMQ \sim \text{Rt}\triangle PQN$

$$\therefore \frac{MQ}{NQ} = \frac{PQ}{PN} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

在 $\text{Rt}\triangle PQN$ 中, $\sin N = \frac{PQ}{PN} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$$\therefore \angle N = 60^\circ.$$

【点睛】 本题考查相似三角形的判定与性质, 勾股定理, 正弦定义, 特殊角三角函数值, 熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

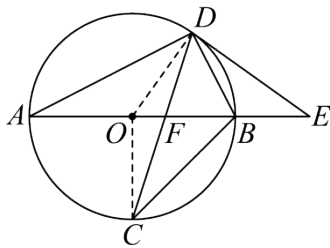
17. (1)见解析

(2)9

【分析】(1) 连接 OD , OC , 利用等弧所对圆心角相等以及平角定义求出 $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$, 进而求出 $\angle OCF + \angle OFC = 90^\circ$, 利用等边对等角可得出 $\angle OCD = \angle ODC$, $\angle EDF = \angle DFE$, 结合对顶角的性质可求出 $\angle CDO = 90^\circ$, 利用切线的判定即可得证;

(2) 过 D 作 $DH \perp AB$ 于 H , 利用同角的三角函数性质求出 $\frac{DH}{AH} = \frac{1}{2}$, 设 $DH = x$, $AH = 2x$, 半径为 r , 在 $\text{Rt}\triangle ODH$ 中, 利用勾股定理求出 $r = \frac{5}{4}x$, 进而求出 $OH = \frac{3}{4}x$, 在 $\text{Rt}\triangle DOH$ 中, 利用正切定义求出 $\tan \angle DOH = \frac{4}{3}$, 在 $\text{Rt}\triangle DOE$ 中, 利用正切定义求出 OD , 即可求解.

【详解】(1) 解: 连接 OD , OC ,



\therefore 点 C 是弧 AB 的中点,

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BC},$$

$$\therefore \angle AOB = \angle BOC,$$

$$\text{又 } \angle AOC + \angle BOC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCF + \angle OFC = 90^\circ,$$

$$\because OC = OD, DE = FE,$$

$$\therefore \angle OCD = \angle ODC, \angle EDF = \angle DFE,$$

$$\text{又 } \angle OFC = \angle DFE,$$

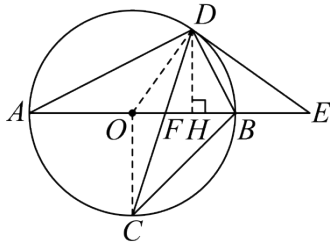
$$\therefore \angle ODC + \angle CDF = 90^\circ, \text{ 即 } \angle CDO = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \perp DE,$$

又 OD 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 过 D 作 $DH \perp AB$ 于 H ,



$$\because \angle A = \angle BCD,$$

$$\therefore \tan A = \tan \angle BCD = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{DH}{AH} = \tan A = \frac{1}{2},$$

设 $DH = x$, $AH = 2x$, 半径为 r ,

$$\text{则 } OH = 2x - r,$$

在 $\text{Rt}\triangle ODH$ 中, $OD^2 = DH^2 + OH^2$,

$$\therefore r^2 = x^2 + (2x - r)^2,$$

$$\text{解得 } r = \frac{5}{4}x,$$

$$\therefore OH = \frac{3}{4}x,$$

$$\therefore \tan \angle DOH = \frac{DH}{OH} = \frac{x}{\frac{3}{4}x} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{DE}{OD} = \tan \angle DOH = \frac{4}{3}, \text{ 即 } \frac{6}{OD} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore OD = \frac{9}{2},$$

$$\therefore AB = 9.$$

【点睛】本题考查了圆周角定理，等腰三角形的性质，切线的性质与判定，勾股定理，锐角三角函数等知识，明确题意，添加合适辅助线，构造直角三角形求解是解题的关键.

18. (1)见解析

(2)9

【分析】本题主要考查平行四边形的判定和性质，三角函数的定义，勾股定理，熟练掌握平行四边形的性质是关键.

(1) 根据垂直的定义得到 $\angle DFA = 90^\circ$ ，根据平行线的判定定理得到 $BC \parallel DF$ 即可证明结论.

(2) 根据平行线的性质得到 $\angle A = \angle ACE$ 根据平行四边形的性质得到 $CE = BD = 6$ ，根据三角函数的定义得到 $EF = 2$ ，设 $BC = x$ ， $DF = x - 2$ ，根据勾股定理即可得到答案.

【详解】(1) 证明： $\because DF \perp AC$ ，

$$\therefore \angle DFA = 90^\circ,$$

$$\because \angle BCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DFA = \angle C,$$

$$\therefore BC \parallel DF,$$

$$\because CE \parallel AB,$$

\therefore 四边形 $DBCE$ 是平行四边形;

(2) 解： $\because CE \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle A = \angle ACE,$$

\because 四边形 $DBCE$ 是平行四边形，

$$\therefore CE = BD = 6,$$

$$\because \sin A = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \angle ACE = \frac{EF}{CE} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore EF = 2,$$

设 $CD = DE = BC = x$ ，则 $DF = x - 2$ ，

$$\because CD^2 - DF^2 = CE^2 - EF^2,$$

$$\therefore x^2 - (x-2)^2 = 32,$$

解得 $x = 9$.

$$\therefore DE = 9.$$

19. (1) $\triangle BDE$ 是等腰三角形，腰为 BE 与 BD ，证明见解析；

$$(2) AD = \frac{6}{5}\sqrt{5}$$

【分析】(1) 利用圆周角及切线的性质得到直角，再利用角平分线得到的等角进行计算和转化，得到 $\triangle BDE$ 中两个等角，根据等角对等边得到三角形为等腰三角形；

(2) 利用已知边求出角平分线的两个等角的正切值，再设边长为未知数，利用 $Rt\triangle ACB$ 列出勾股定理方程，求出 CD ，最后用勾股定理求出目标边。

【详解】(1) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD + \angle CDA = 90^\circ,$$

$\because BE$ 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAB + \angle E = 90^\circ,$$

$\because AD$ 平分 $\angle CAB$ ，

$$\therefore \angle CAD = \angle DAB,$$

$$\therefore \angle CDA = \angle E,$$

$$\therefore \angle CDA = \angle EDB,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle E,$$

$$\therefore BD = BE,$$

$\triangle BDE$ 是等腰三角形，腰为 BE 与 BD ；

$$(2) \because BD = 2 = BE, AB = 4,$$

$$\therefore \tan \angle CAD = \frac{CD}{AC} = \tan \angle DAB = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{2},$$

设 $CD = a$ ，则 $AC = 2a$ ，

$$\therefore Rt\triangle ACB \text{ 中: } AB^2 = AC^2 + CB^2,$$

$$\text{得 } 4^2 = (2a)^2 + (2+a)^2,$$

$$\text{解得 } a_1 = \frac{6}{5}, a_2 = -2 < 0 \text{ (舍去),}$$

$$\therefore Rt\triangle ACD \text{ 中: } AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{5}a,$$

$$\therefore AD = \frac{6}{5}\sqrt{5}.$$

【点睛】本题考查圆中边长关系的证明和边长计算，通过条件中的边角关系计算角度证明等角等边及计算长度是常考题，计算复杂时可设未知数简化计算。

20. (1) $A(-2, 4)$

(2) $OE = 5$

【分析】本题考查反比例函数与几何的综合应用，解直角三角形：

(1) 根据题意，得到点 A 的纵坐标为 2，代入解析式求出点 A 的坐标即可；

(2) 先求 $AO = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ，证明出 $\angle 1 = \angle 2$ ，则由正弦值相等得： $\frac{OC}{OE} = \frac{AB}{OA}$ 即可求解。

【详解】(1) 解： $\because AB = 2$ ，

\therefore 点 A 的横坐标为 -2，

\because A 点在反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象上，

$$\therefore y = -\frac{8}{-2} = 4,$$

$$\therefore A(-2, 4).$$

(2) 解： $\because A(-2, 4)$

$$\therefore AB = 2, \quad BO = 4,$$

$$\therefore AO = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$\because CD$ 垂直平分 AO ，

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AO = \sqrt{5}, \quad CD \perp AO,$$

$$\therefore \angle DOE = 90^\circ,$$

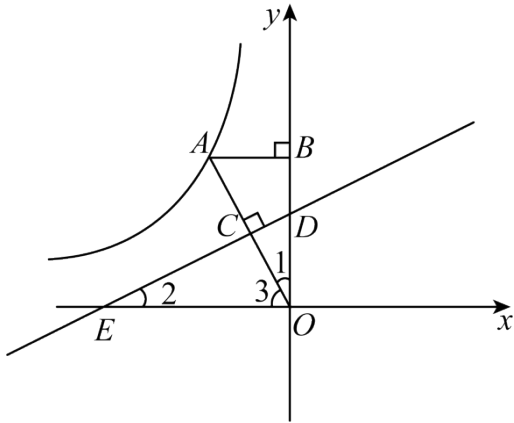
$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ = \angle 2 + \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \sin \angle 1 = \sin \angle 2,$$

$$\therefore \frac{OC}{OE} = \frac{AB}{OA}, \quad \text{即: } \frac{\sqrt{5}}{OE} = \frac{2}{2\sqrt{5}},$$

解得： $OE = 5$ 。



21. (1)证明见详解

$$(2) OA = \frac{15}{2}$$

【分析】(1) 根据等边对等角得出 $\angle OAB = \angle OBA$ ，再根据余角和对顶角的性质可得 $\angle DEB = \angle DBE$ ，即可证明 $DB = DE$ 。

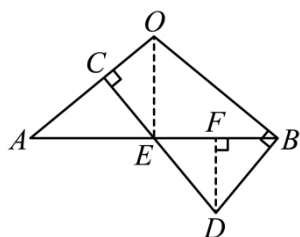
(2) 连接 OE ，过点 D 作 AB 的垂线，垂足为 F ，根据等腰三角形的性质可得 $\angle OEA = \angle OEB = \angle DFE = 90^\circ$ ，根据 E 是 AB 的中点， $AB = 12$ ， $BD = 5$ ，得出 $AE = BE = 6$ ， $EF = BF = 3$ ， $ED = BD = 5$ ，勾股定理可得 $DF = \sqrt{BD^2 - BF^2} = 4$ ，即

$\sin \angle DEF = \frac{DF}{DE} = \frac{4}{5}$ ，再根据余角和对顶角可得 $\angle DEF = \angle CEA = \angle AOE$ ，得

$\sin \angle AOE = \sin \angle DEF = \frac{AE}{AO} = \frac{4}{5}$ ，即可求出 $OA = \frac{15}{2}$ 。

【详解】(1) 证明： $\because OA = OB$ ，
 $\therefore \angle OAB = \angle OBA$ ，
 又 $\because EC \perp OA$ ， $BD \perp OB$ ，
 $\therefore \angle OAB + \angle CEA = \angle OBA + \angle DBE$ ，
 $\therefore \angle CEA = \angle DBE$ ，
 又 $\because \angle CEA = \angle DEB$ ，
 $\therefore \angle DEB = \angle DBE$ ，
 $\therefore DB = DE$ 。

(2) 解：连接 OE ，过点 D 作 AB 的垂线，垂足为 F ，如图：



$\because OA = OB$, E 是 AB 的中点, $DB = DE$,

$\therefore \angle OEA = \angle OEB = \angle DFE = 90^\circ$,

$\because E$ 是 AB 的中点, $AB = 12$, $BD = 5$,

$\therefore AE = BE = 6$, $EF = BF = 3$, $ED = BD = 5$,

$\because BD = 5$, $\angle DFB = 90^\circ$,

$\therefore DF = \sqrt{BD^2 - BF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$\therefore \sin \angle DEF = \frac{DF}{DE} = \frac{4}{5}$,

$\because \angle CEA = \angle DEB$, $\angle CEA + \angle OAE = \angle OAE + \angle AOE = 90^\circ$,

$\therefore \angle DEF = \angle CEA = \angle AOE$,

$\therefore \sin \angle AOE = \sin \angle DEF = \frac{AE}{AO} = \frac{4}{5}$,

$\because AE = 6$,

$\therefore \frac{6}{AO} = \frac{4}{5}$,

解得: $OA = \frac{15}{2}$.

【点睛】 本题主要考查了等腰三角形的性质, 勾股定理, 三角函数值, 余角和对顶角, 熟练掌握以上知识是解题的关键.

22. (1) $\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 1, \frac{12}{13}, \frac{5}{13}, 1$; $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; 证明见解析

(2) $\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{12}{5}, \frac{12}{5}$; $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; 证明见解析

【分析】 (1) 本小题要求找到规律并证明, 要规律首先就应该准确的计算出 $\sin A$, $\cos A$, $\sin^2 A + \cos^2 A$, $\sin A_1$, $\cos A_1$, $\sin^2 A_1 + \cos^2 A_1$ 以及 $\tan A$ 和 $\tan A_1$ 的值; 要证明结论就应该在一般的三角形中求解, 在边长分别为 a 、 b 、 c 的直角三角形中, $\sin A = \frac{a}{c}$, $\cos A = \frac{b}{c}$, 计算 $\sin^2 A + \cos^2 A$ 的结果证明结论;

(2) 在边长分别为 a 、 b 、 c 的直角三角形中计算 $\tan \alpha$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, 看结论是否相同即可.

本题考查了锐角三角函数的定义, 掌握锐角 A 的对边 a 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的正弦, 记作

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/427014060123010010>