江西省南昌市第二中学2024-2025学年高二上学期11月月考数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．过点$(1,-3)$且与直线$x-2y+1=0$平行的直线方程是（　　）

A．$x-2y-7=0$　　B．$x+2y+5=0$

C．$2x+y+1=0$　　D．$2x-y-5=0$

2．已知圆$x^2+4x+y^2+3=0$与抛物线$y^2=2px\left(p>0\right)$的准线相切，则实数p的值为（　　）

A．2　　B．6　　C．3或8　　D．2或6

3．若方程$ax^2+by^2+bx-4y+a=0$表示一个圆，则b的取值范围为（　　）

A．$\left(0,\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$　　B．$\left(-\frac{4}{3},0\right)\cup\left(0,\frac{4}{3}\right)$

C．$\left(-\frac{4\sqrt{3}}{3},\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$　　D．$\left(-\frac{4\sqrt{3}}{3},0\right)\cup\left(0,\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$

4．已知圆$C:x^2+y^2+4x-2ay+a^2=0$关于直线$x-3y+8=0$对称，过点$D\left(1,0\right)$分别作圆C的两条切线，切点分别为A,B，则$\cos\angle ACB=$（　　）

A．$\frac{12}{13}$　　B．$-\frac{12}{13}$　　C．$\frac{5}{13}$　　D．$-\frac{5}{13}$

5．已知直线l过双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左焦点$F_1(-c,0)$，与$C$左支交于$A$，$B$两点，双曲线的右焦点为$F_2\left(c,0\right)$，若$|AB|=|BF_2|=2|AF_2|$，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．4　　D．$2\sqrt{3}$

6．已知过抛物线$C:y^2=2px\left(p>0\right)$的焦点$F$作斜率为$2\sqrt{2}$的直线$l$，$l$与$C$的一个交点A位于第四象限，且$l$与$C$的准线交于点$B$，若$|BF|=8$，则$|AF|=$（　　）

A．$\frac{5}{2}$　　B．2　　C．$\frac{7}{3}$　　D．3

7．已知线段MN是圆$C:(x-1)^2+y^2=8$的一条动弦，且$|MN|=2\sqrt{3}$，若点P为直线$2x-y+6=0$上的任意一点，则$|\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}|$的最小值为（　）

A．$\frac{6\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{8\sqrt{5}}{5}$　　D．$\sqrt{5}$

8．已知直线l与椭圆$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$在第一象限交于$A$，$B$两点，$l$与$x$轴，$y$轴分别交于$M$，$N$两点，且$|MA|=|NB|,|MN|=2\sqrt{3}$，则$l$的方程为（　）

A．$x+\sqrt{2}y-2\sqrt{2}=0$　　B．$\sqrt{2}x+y-2\sqrt{2}=0$

C．$2x+y-2\sqrt{2}=0$　　D．$x+2y-2\sqrt{2}=0$

二、多选题

9．已知$\vec{a}=(-2,1,3),\vec{b}=(4,-2,x)$，则下列说法正确的是（　）

A．若$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，则$x=3$

B．若$(2\vec{a}-\vec{b})\perp(2\vec{a}+\vec{b})$，则$x=6$

C．若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则$x=-6$

D．若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$x=\frac{3}{10}$

10．古希腊著名数学家阿波罗尼斯与欧几里得、阿基米德齐名，他发现：平面内到两个定点A、B的距离之比为定值λ（$\lambda\neq1$）的点所形成的图形是圆.后来，人们将这个圆以他的名字命名，成为阿波罗尼斯圆，简称阿氏圆.已知在平面直角坐标系xOy中，$A(-2,0)$、$B(4,0)$，点P满足$\frac{PA}{PB}=\frac{1}{2}$，设点$P$所构成的曲线为$C$，下列结论正确的是（　）

A．C的方程为$(x+4)^2+y^2=16$

B．在C上存在点D，使得$|AD|=1$

C．在C上存在点M，使M在直线$x+y-2=0$上

D．在C上存在点N，使得$|NO|^2+|NA|^2=4$

11．已知A为双曲线C：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$上位于第一象限内的一点，过点$A$作$x$轴的垂线，垂足为$M$，点$B$与点$A$关于原点对称，$F$为双曲线$C$的左焦点，则下列结论正确的有（　　）

A．若 $|AB|=10$，则 $AF\perp BF$　　　　B．若 $AF\perp BF$，则 $\triangle ABF$ 的面积为 9

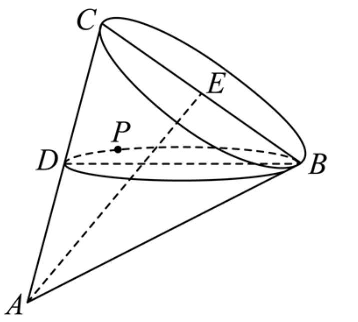
C．$\dfrac{|AF|}{|AM|}>2$　　　　D．$|AF|-|AM|$ 的最小值为 8

三、填空题

12．经过圆 $x^2+y^2+2x-2y=0$ 的圆心且与直线 $x-2y=0$ 垂直的直线方程是________.

13. 抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点为 F， O 为坐标原点， A 为抛物线上一点，且 $\left|AF\right|=2\left|OF\right|$，$\triangle OAF$ 的面积为 4，则抛物线方程为______

14．机场为旅客提供的圆锥形纸杯如图所示，该纸杯母线长为 10cm，开口直径为 6cm．旅客使用纸杯喝水时，当水面与纸杯内壁所形成的椭圆经过母线中点 D 时，椭圆的离心率等于_____.



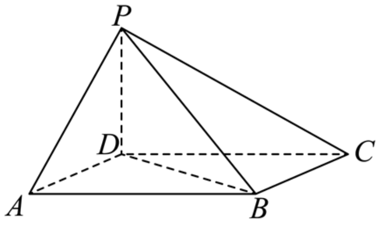
四、解答题

15．已知圆 C： $x^2+y^2-8x+4y+16=0$

(1)若直线 l 过点 $A\left(3,0\right)$，且被圆 C 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$，求直线 l 的方程；

(2)设直线 $l:mx-\left(m^2+1\right)y=4m$， $m\in R$，问直线 l 能否将圆 C 分割成弧长的比值为 $\dfrac{1}{2}$ 的两段圆弧？为什么？

16．如图，四棱锥 P-ABCD 中，底面 ABCD 为平行四边形，∠DAB=60°,AB=2AD,PD⊥底面 ABCD．



（1）证明：PA⊥BD；

（2）若 PD=AD，求二面角 A-PB-C 的余弦值．

17．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线为$\sqrt{5}x+2y=0$，其虚轴长为$2\sqrt{5}$,$P$为双曲线$C$上任意一点．

(1)求证：P到两条渐近线的距离之积为定值，并求出此定值；

(2)若双曲线C的左顶点为A_1，右焦点为F_2，求$\overrightarrow{PA_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$的最小值．

18．已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，$M\left(m,-\dfrac{3}{2}\right)$为$C$上一点，且$|MF|=\dfrac{3}{2}$．

(1)求C的方程；

(2)过点$P(4,0)$且斜率存在的直线l与C交于不同的两点A,B，且点B关于x轴的对称点为D，直线AD与x轴交于点Q．

（i）求点Q的坐标；

（ii）求$\triangle OAQ$与$\triangle OAB$的面积之和的最小值．

19．由椭圆的两个焦点和短轴的一个顶点组成的三角形称为该椭圆的“特征三角形”．如果椭圆C_1的“特征三角形”为$\triangle_1$，椭圆C_2的“特征三角形”为$\triangle_2$，若$\triangle_1\backsim\triangle_2$，则称椭圆$C_1$与$C_2$“相似”，并将$\triangle_1$与$\triangle_2$的相似比称为椭圆$C_1$与$C_2$的相似比．已知椭圆$C_1$：$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$与椭圆$C_2$：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$相似．

(1)求椭圆C_2的离心率；

(2)若椭圆C_1与椭圆C_2的相似比为$\lambda(\lambda>0)$，设P为C_2上异于其左、右顶点A_1，A_2的一点．

①当$\lambda=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时，过$P$分别作椭圆$C_1$的两条切线$PB_1$，$PB_2$，切点分别为$B_1$，$B_2$，设直线$PB_1$，$PB_2$的斜率为$k_1$，$k_2$，证明：$k_1k_2$为定值；

②当$\lambda=\sqrt{2}$时，若直线PA_1与C_1交于D，E两点，直线PA_2与C_1交于M，N两点，求$|DE|+|MN|$的值．

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	D	D	A	B	A	A	AC	AD
题号	11									
答案	ABD									

1．A

【分析】根据直线 $Ax+By+C_1=0$ 与 $Ax+By+C_2=0$（$C_1\neq C_2$）平行，先设出所求直线方程，代入已知点的坐标，可求待定系数.

【详解】设与直线 $x-2y+1=0$ 平行的直线方程是 $x-2y+\lambda=0(\lambda\neq1)$，

代入点 $(1,-3)$，得 $1+6+\lambda=0$，解得 $\lambda=-7$，

所以所求的直线方程是 $x-2y-7=0$.

故选:A

2．D

【分析】由抛物线准线与圆相切，结合抛物线方程，令 $y=0$ 求切线方程且抛物线准线方程为 $x=-\frac{p}{2}$，即可求参数 p.

【详解】圆的标准方程为：$(x+2)^2+y^2=1$，故当 $y=0$ 时，有 $x=-3$ 或 -1，

所以 $-\frac{p}{2}=-3$ 或 -1，得 $p=2$ 或 6.

故选：D

3．D

【分析】将方程化为圆的一般方程，利用 $D^2+E^2-4F>0$ 列式即可求.

【详解】若方程 $ax^2+by^2+bx-4y+a=0$ 表示一个圆，则 $a=b\neq0$，

方程可化为 $x^2+y^2+x-\frac{4}{b}y+1=0$，

所以 $1+\left(-\frac{4}{b}\right)^2-4>0$，解得 $-\frac{4\sqrt{3}}{3}<b<\frac{4\sqrt{3}}{3}$，且 b 不等于 0，

所以 $-\frac{4\sqrt{3}}{3}<b<0$ 或 $0<b<\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

故选：D

4．D

【分析】分析可知直线$x-3y+8=0$过圆心，代入解得$a=2$，再根据切线性质可得$\cos\angle ACD=\cos\angle BCD=\frac{2\sqrt{13}}{13}$，结合倍角公式运算求解.

【详解】圆$C:x^2+y^2+4x-2ay+a^2=0$可化为$(x+2)^2+(y-a)^2=4$.

可知圆心为$C\left(-2,a\right)$，半径$r=2$，

因为圆C关于$x-3y+8=0$对称，即直线$x-3y+8=0$过圆心，

则$-2-3a+8=0$，解得$a=2$，

可得$C\left(-2,2\right),\left|CD\right|=\sqrt{13},\left|CA\right|=2$，且$\cos\angle ACD=\cos\angle BCD=\frac{2\sqrt{13}}{13}$，

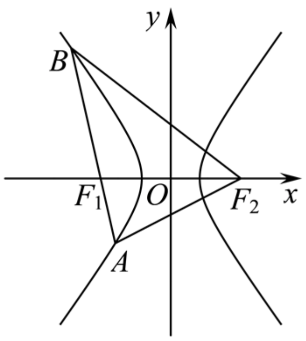
所以$\cos\angle ACB=2\cos^2\angle ACD-1=-\frac{5}{13}$.

故选：D.

5．A

【分析】根据双曲线的定义结合条件可得$AF_1,BF_1AF_2BF_2$的长，再由余弦定理及离心率公式即可得解.

【详解】如图，



设$\left|AB\right|=\left|BF_2\right|=2\left|AF_2\right|=2m$，

由双曲线的定义知，$\begin{cases}\left|BF_2\right|-\left|BF_1\right|=2a\\\left|AF_2\right|-\left|AF_1\right|=2a\end{cases}$，

两式相加可得$3m-\left(\left|BF_1\right|+\left|AF_1\right|\right)=4a$，即$3m-2m=4a$，解得$m=4a$，

所以$\left|BF_1\right|=8a-2a=6a,\left|AF_1\right|=4a-2a=2a$，

在$\triangle BF_1F_2,\triangle BAF_2$中，

$$\cos\angle F_1BF_2=\frac{(8a)^2+(6a)^2-(2c)^2}{2\times 8a\cdot 6a}=\frac{(8a)^2+(8a)^2-(4a)^2}{2\times 8a\cdot 8a},$$

化简可得$c^2=4a^2$，即$e^2=\frac{c^2}{a^2}=4$，解得$e=2$.

故选：A

6．B

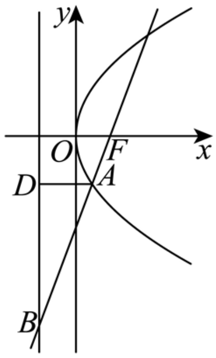
【分析】作出几何图形，结合抛物线定义列式计算即得.

【详解】如图，过点A作准线的垂线，垂足为D，则$|AD|=|AF|=m$， $\tan\angle BAD=2\sqrt{2}$，

由$\begin{cases}\sin\angle BAD=2\sqrt{2}\cos\angle BAD\\ \sin^2\angle BAD+\cos^2\angle BAD=1\end{cases}$，得$\cos\angle BAD=\frac{1}{3}$，则$|AB|=3m$，

因此$|BF|=m+3m=8$，所以$|AF|=m=2$.

故选：B



7．A

【分析】根据给定条件，求出动弦MN中点Q的轨迹，再借助几何意义求出$|\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}|$的最小值作答.

【详解】圆$C:(x-1)^2+y^2=8$的圆心$C(1,0)$，半径$r=2\sqrt{2}$，

令动弦MN中点为Q，则$CQ\perp MN,|CQ|=\sqrt{r^2-\left(\frac{|MN|}{2}\right)^2}=\sqrt{5}$，

即动弦MN中点Q的轨迹是以点C为圆心，$\sqrt{5}$为半径的圆，

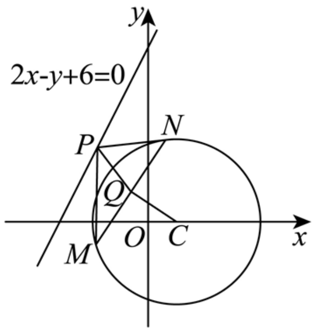
点$C(1,0)$到直线$2x-y+6=0$的距离$d=\frac{|2\times1-0+6|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{8\sqrt{5}}{5}>\sqrt{5}$，

即直线$2x-y+6=0$与点Q的轨迹相离，

$|\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}|=|2\overrightarrow{PQ}|=2|\overrightarrow{PQ}|$，而$|\overrightarrow{PQ}|_{\min}=d-\sqrt{5}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，

所以$|\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}|$的最小值为$\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

故选：A.



8．A

【分析】令 AB 的中点为 E，设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，利用点差法得到$k_{OE}\cdot k_{AB}=-\frac{1}{2}$，设直线$AB:y=kx+m,k<0,m>0$，求出 M、N 的坐标，再根据$|MN|$求出 k、m，即可得解.

【详解】令 AB 的中点为 E，因为$|MA|=|NB|$，所以$|ME|=|NE|$，

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，$E\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$，则$\begin{cases}\frac{x_1^2}{6}+\frac{y_1^2}{3}=1\\\frac{x_2^2}{6}+\frac{y_2^2}{3}=1\end{cases}$，

两式相减得，$\frac{(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{6}+\frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{3}=0$，

所以$\frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}=-\frac{1}{2}$，则$k_{OE}\cdot k_{AB}=-\frac{1}{2}$，

设直线$AB:y=kx+m,k<0,m>0$，

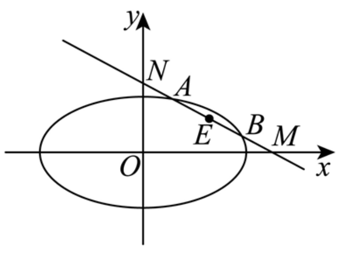
令$x=0$得$y=m$，令$y=0$得$x=-\frac{m}{k}$，即$M\left(-\frac{m}{k},0\right),N(0,m)$，

所以$E\left(-\frac{m}{2k},\frac{m}{2}\right)$，即$k\times\frac{\frac{m}{2}}{-\frac{m}{2k}}=-\frac{1}{2}$，解得$k=-\frac{\sqrt{2}}{2}$或$k=\frac{\sqrt{2}}{2}$（舍去），

又$|MN|=2\sqrt{3}$，即$|MN|=\sqrt{m^2+(\sqrt{2}m)^2}=2\sqrt{3}$，解得$m=2$或$m=-2$（舍去），

所以直线$AB:y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x+2$，即$x+\sqrt{2}y-2\sqrt{2}=0$.

故选：A.



9．AC

【分析】对于 A：根据数量积的坐标运算分析判断；对于 BD：根据向量垂直分析判断；对于 C：根据向量平行分析判断.

【详解】因为 $\vec{a}=(-2,1,3),\vec{b}=(4,-2,x)$，

对于选项 A：若 $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，则 $-8-2+3x=-1$，所以 $x=3$，A 正确；

对于选项 B：若 $\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)\perp\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)$，

则 $\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)=4\vec{a}^2-\vec{b}^2=4\times14-\left(20+x^2\right)=0$，解得 $x=\pm6$，故 B 错误；

对于选项 C：若 $\vec{a}\mathbin{/\mkern-6mu/}\vec{b}$，则 $\frac{4}{-2}=\frac{-2}{1}=\frac{x}{3}$，解得 $x=-6$，故 C 正确；

对于选项 D：若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=-10+3x=0$，解得 $x=\frac{10}{3}$，故 D 错误.

故选：AC.

10．AD

【分析】通过设出点 P 的坐标，利用 $\frac{|PA|}{|PB|}=\frac{1}{2}$，即可求出曲线 C 的轨迹方程，然后假设曲线 C 上一点坐标，根据 BCD 三个选项逐一列出所满足条件，然后与 C 的轨迹方程联立，判断是否有解，即可得出答案.

【详解】设点 $P(x,y)$，由 $\frac{|PA|}{|PB|}=\frac{1}{2}$，

得 $\frac{\sqrt{(x+2)^2+y^2}}{\sqrt{(x-4)^2+y^2}}=\frac{1}{2}$，化简得 $x^2+y^2+8x=0$，即 $(x+4)^2+y^2=16$，故 A 选项正确；

对于 B 选项，设 $D(x_0,y_0)$，由 $|AD|=1$ 得 $\sqrt{(x_0+2)^2+(y_0-0)^2}=1$，

又 $(x_0+4)^2+y_0^2=16$，联立方程可知无解，故 B 选项错误；

对于 C 选项，设 $M(x_0,y_0)$，由 M 在直线 $x+y-2=0$ 上得 $x_0+y_0-2=0$，

又 $(x_0+4)^2+y_0^2=16$，联立方程可知无解，故 C 选项错误；

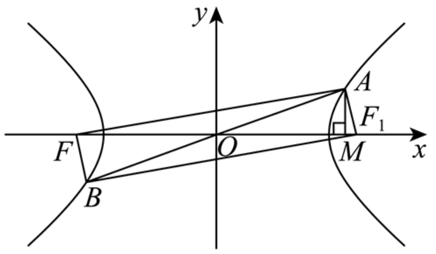
对于 D 选项，设 $N(x_0,y_0)$，由 $|NO|^2+|NA|^2=4$，得 $x_0^2+y_0^2+(x_0+2)^2+y_0^2=4$，又 $(x_0+4)^2+y_0^2=16$，联立方程可知有解，故 D 选项正确.

故选：AD.

11．ABD

【分析】根据已知，结合四边形$AFBF_1$的形状判断AB；将$\frac{|AF|}{|AM|}$转化成直线斜率，借助渐近线斜率判断C；由双曲线定义$|AF|-|AM|=2a+|AF_1|-|AM|$，结合AF_1与AM之间的关系求最值判断D.

【详解】设双曲线的右焦点为F_1，依题意，四边形$AFBF_1$为平行四边形，如图：



由双曲线C：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$知$a=4,b=3,c=5$，

对于A，$|AB|=10=|FF_1|$，则Y$AFBF_1$为矩形，$AF\perp BF$，A正确；

对于B，由双曲线定义得$|AF|-|AF_1|=8$，而$|FF_1|=10$，$AF\perp BF$，

则$|AF|^2+|AF_1|^2=|FF_1|^2$，即$(|AF|-|AF_1|)^2+2|AF||AF_1|=|FF_1|^2$，

于是$|AF||AF_1|=18$，因此$\triangle ABF$的面积$S=\frac{1}{2}|AF||AF_1|=9$，B正确；

对于C，在$\mathrm{Rt}\triangle AFM$中，$\frac{|AF|}{|AM|}=\sqrt{\frac{|AM|^2+|FM|^2}{|AM|^2}}=\sqrt{1+\frac{|FM|^2}{|AM|^2}}$，

双曲线C：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的渐近线方程为$y=\pm\frac{3}{4}x$，直线$AF$的斜率$\frac{|AM|}{|FM|}<\frac{3}{4}$，

即有$\frac{|FM|}{|AM|}>\frac{4}{3}$，$\frac{|AF|}{|AM|}>\sqrt{1+(\frac{4}{3})^2}=\frac{5}{3}$，C错误；

对于D，$|AF|-|AM|=2a+|AF_1|-|AM|\geq 8$，当且仅当$|AF_1|=|AM|$时取等号，D正确.

故选：ABD

12．$2x+y+1=0$

【分析】求出圆的圆心，直线斜率，通过点斜式求直线方程.

【详解】因为圆$x^2+y^2+2x-2y=0$，即$\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2=2$，所以圆心为$(-1,1)$，

又直线$x-2y=0$的斜率为$\frac{1}{2}$，

所以所求直线的斜率为-2，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/428014077011007005